

# **Untersuchungen zur gegenseitigen Beeinflussung von Silo und Austragorgan**

Dissertation

Dietmar Schulze (1991)

## **Anmerkungen zur vorliegenden Dissertation als pdf-Datei**

Die im Jahr 1991 nur in gedruckter Ausgabe erschienene Dissertation wurde im Herbst 2006 gescannt und in eine pdf-Datei umgewandelt, um sie im Internet verfügbar zu machen, u.a. als Literaturstelle zum Buch „Pulver und Schüttgüter – Charakterisierung und Handhabung“ (Springer Verlag, Oktober 2006).

Einige in der gedruckten Version aufgetretenen Schreibfehler wurden jetzt korrigiert (Liste der Änderungen s. Errata am Ende der Datei).

Die Zusammenfassung der Dissertation wurde neben einigen Schlagworten vorangestellt, um das Recherchieren im Internet zu erleichtern.

Falls Sie in der Dissertation vorkommende Berechnungsgleichungen nutzen möchten, beachten Sie bei Glg.(4.48) bitte, dass die Winkel im Bogenmaß einzusetzen sind.

Dietmar Schulze, im Oktober 2006

## Zusammenfassung (Kap. 9 der Dissertation)

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden experimentelle Untersuchungen der Spannungszustände im Silo beim Füllen und Entleeren durchgeführt. Dabei stand zum einen die Frage nach der Wechselwirkung zwischen Silo und Austragorgan im Vordergrund, zum anderen wurde der Einfluß der Kompressibilität eines Schüttgutes untersucht.

Mit Hilfe eines Versuchssilos im Technikumsmaßstab und eines kleineren Modellsilos (jeweils keilförmiger Trichter) wurden die Spannungen im Füllzustand gemessen, wobei neben dem Schüttgut und der Silogeometrie die Steifigkeit der Aufhängung des Austragorgans variiert wurde. Die Ergebnisse und Vergleiche mit Berechnungsverfahren zeigten, daß sich der Füllzustand bei den verwendeten kohäsionslosen, inkompressiblen Schüttgütern (Kunststoffpellets, Kalkstein) und steif aufgehängtem Austragorgan mit dem von Motzkus [11] hergeleiteten Ansatz recht gut beschreiben läßt. Zur Modellierung der Vorgänge bei der Lagerung eines kohäsiven und kompressiblen Schüttgutes (Kalksteinmehl), das bereits während des Füllvorganges durch die Verdichtung aufgrund der mit der Füllhöhe zunehmenden Spannungen im Silo eine Abwärtsbewegung im Trichter erfährt, wurde ein physikalisches Modell erarbeitet, das die Verformung des Schüttgutes im Trichter berücksichtigt. Anhand des Modells konnten die Vorgänge im Trichter erläutert werden, wobei auch der Einfluß einer nachgiebigen Aufhängung des Austragorgans beschrieben werden kann. Das Modell erlaubt die quantitative Berechnung der Spannungen im Füllzustand für ein kompressibles Schüttgut.

Die Messungen beim Entleeren des Versuchssilos zeigten den Einfluß der Auslaufgeometrie auf das Fließprofil bzw. die Geschwindigkeitsverteilung im Silo. Die unterschiedlichen Geschwindigkeiten des Schüttgutes führen zu ungleichmäßigen Spannungsverteilungen. Am Beispiel des kompressiblen Schüttgutes konnte gezeigt werden, daß sich die Verhältnisse im Trichter (Spannungen, Geschwindigkeiten) während des Entleerens über relativ große Zeiträume ändern können, während sich bei den kohäsionslosen Schüttgütern sofort nach dem Beginn des Entleerens stationäre Verhältnisse ausbilden. Die Berechnung der Abzugskraft des Gurtförderers konnte für den Entleerungszustand anhand einer einfachen Betrachtung der Reibungsverhältnisse am Fördergurt durchgeführt werden, womit eine Obergrenze für die Abzugskraft angegeben wurde.

Mit Hilfe des kleineren Modellsilos wurden Messungen mit den kohäsionslosen Schüttgütern durchgeführt, um den Einfluß der Reibungsverhältnisse am Fördergurt und an unter dem Trichterauslauf angebrachten Schürzen, der Schüttguteigenschaften sowie der Auslaufgeometrie zu untersuchen. Die Messungen gaben Hinweise darauf, wie das Austragverhalten (gleichmäßi-

ger/ungleichmäßiger Schüttgutabzug) von diesen Parametern bestimmt wird. Mit Hilfe von theoretischen Betrachtungen der Verhältnisse im Auslaufbereich am Mohrschen Spannungskreis konnten Aussagen über die Auswirkungen einzelner Parameter (Reibung Schüttgut/Fördergurt und Schüttgut/Schürzenwand, innere Reibung des Schüttgutes, Schürzengeometrie) hinsichtlich der Möglichkeit eines gleichmäßigen Schüttgutaustrages gemacht werden. Ein Modell zur Beschreibung des Austragverhaltens, das auf dem Kräftegleichgewicht an einer Schüttgutschicht oberhalb des Fördergurtes basiert, erlaubt eine grobe qualitative Vorhersage des Abzugverhaltens und gibt Auskunft über die erforderliche Abzugskraft des Austragorgans.

## **Schlagworte**

Silo, Austraggerät, Austragorgan, Gurtförderer.

Versuchssilo, Modellsilo, Spannungsmesszelle.

Schüttgutabzug, Abzugskraft, Antriebskraft.

Spannungen im Silo, Füllzustand, Entleerungszustand.

Mohrscher Spannungskreis, Horizontallastverhältnis.

Aktiver Spannungszustand, passiver Spannungszustand.

Spannungsberechnung, Silo, Trichter, Siloschaft, Vertikalteil.

Spannungsberechnung nach Janssen, Motzkus, Enstad, Arnold, McLean.

Abzugverhalten, Massenfluss, Kernfluss.

# **Untersuchungen zur gegenseitigen Beeinflussung von Silo und Austragorgan**

Von der Fakultät für Maschinenbau und Elektrotechnik  
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina  
zu Braunschweig

zur Erlangung der Würde eines  
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte

DISSERTATION

von

Dietmar Schulze

aus Peine

Eingereicht am: 28. Juni 1991  
Mündliche Prüfung am: 14. Oktober 1991  
Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. J. Schwedes  
Mitberichterstatter: Prof. Dr.-Ing. D. Thormann

1991

## **Vorwort**

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Mechanische Verfahrenstechnik der Technischen Universität Braunschweig.

Die Arbeit wurde von Herrn Prof. Dr.-Ing. Jörg Schwedes angeregt und großzügig begleitet. Ihm sei besonders gedankt für sein Vertrauen und die damit verbundene Möglichkeit, die Arbeit eigenverantwortlich und selbständig durchzuführen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. D. Thormann danke ich für sein Interesse an der Arbeit und seine Bereitschaft zur Erstellung des zweiten Berichtes. Desweiteren gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. W. Klenke für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Den Mitarbeitern des Instituts, wissenschaftlichen Hilfskräften und Studenten, die zum Gelingen der Arbeit beitrugen, danke ich für ihre konstruktive und engagierte Mitarbeit. Ohne sie wäre die Arbeit in dem vorliegenden Umfang nicht möglich gewesen.

Die Durchführung dieser Arbeit wurde durch die finanzielle Unterstützung der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) ermöglicht, der an dieser Stelle für die Bereitstellung der Mittel gedankt sei. Weiterhin danke ich der Fa. Alsen-Breitenburg Zement- und Kalkwerke GmbH für die Anfertigung und Überlassung eines Teiles der Versuchsanlage.

Braunschweig, im November 1991

## Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	4
2.1	Spannungszustände in Schüttgütern	4
2.2	Fließeigenschaften und Fließgrenzen	7
2.3	Das Verhalten von Schüttgütern bei der Lagerung	11
3	Berechnungsmethoden und frühere Untersuchungen	16
3.1	Ansätze zur Beschreibung der Spannungen im Siloschaft	16
3.2	Ansätze zur Beschreibung der Spannungen im Trichter	22
3.2.1	Füllzustand	22
3.2.1.1	Berücksichtigung der Stirnwände bei keilförmigen Trichtern	33
3.2.2	Entleerungszustand	36
3.3	Spannungsberechnung für das Gesamtsystem Silo–Austragorgan	39
3.4	Austragorgane	40
4	Versuchsaufbauten und Versuchsmaterialien	44
4.1	Versuchssilo	44
4.1.1	Fünf–Komponenten–Spannungsmesszellen	49
4.1.2	Normalspannungsmesszellen	51
4.1.3	Gurtkraftmessung	52
4.2	Modellsilo	53
4.3	Versuchsschüttgüter	56
5	Messung der Spannungen im Füllzustand	59
5.1	Spannungen im Siloschaft	59
5.2	Spannungen im Trichter	60
5.2.1	Vergleich mit bekannten Berechnungsverfahren	63
5.2.2	Spannungszustand im Trichter	71
5.3	Relativbewegung von Silo und Austragorgan beim Füllen	78
5.3.1	Messungen am Versuchssilo	78
5.3.2	Messungen am Modellsilo	84
6	Theoretisches Modell zur Beschreibung der Vorgänge im Trichter beim Füllen	89
6.1	Herleitung	89

6.2	Berechnungen	99
6.3	Folgerungen aus den Ergebnissen der Messungen und Berechnungen	106
6.3.1	Folgerungen zur Auslegung der Aufhängung des Austragorgans	106
6.3.2	Maßnahmen zur Verringerung der Vertikalspannungen im Füllzustand	111
7	Messung der Spannungen und Geschwindigkeitsverteilungen beim Entleeren	113
7.1	Geschwindigkeiten und Spannungen beim Entleeren des Versuchssilos	113
7.2	Vertikalspannung am Austragorgan	126
7.3	Abzugskraft	128
7.4	Messung von Geschwindigkeitsverteilungen im Modellsilo	130
7.4.1	Versuchsdurchführung und Auswertung	131
7.4.2	Versuchsergebnisse	133
8	Theoretisches Modell zur Beschreibung des Schüttgutabzuges mit einem Gurtförderer	146
8.1	Betrachtungen am Spannungskreis	146
8.2	Theoretisches Modell zur Beschreibung der Lage der Grenzlinie	163
8.3	Diskussion der Ergebnisse und Folgerungen	174
9	Zusammenfassung	177
10	Formelverzeichnis	179
11	Glossar	183
12	Literatur	184
 Anhang:		
A	Berechnungsverfahren nach Walters	A1
B	Anordnung der Spannungsmesszellen an den Silowänden	B1
C	Spannungen im Füllzustand (Meßwerte)	C1
D	Spannungen im Füllzustand (Vergleich mit Berechnungsverfahren)	D1
E	Spannungen im Füllzustand (Berechnung mit Modell aus Abschnitt 6)	E1
F	Spannungen im Entleerungszustand (Meßwerte)	F1

## 1 Einleitung

Spannungen in Silos werden bereits seit fast 100 Jahren experimentell und theoretisch untersucht. Nachdem zunächst die Spannungen im Siloschaft betrachtet wurden (Janssen [1], Koenen [2]), folgten später Arbeiten, die den Spannungsverlauf im Trichter berücksichtigen. Die bekanntesten dieser Arbeiten sind die von Jenike [3,4], Walker [5,6] und Walters [7,8]. Die ersten theoretischen Ansätze beruhten auf Scheibenelementverfahren, bei denen das Kräftegleichgewicht an einem Scheibenelement infinitesimaler Dicke im Siloschaft [1] bzw. im Trichter [5–8] betrachtet wurde.

Die von Jenike entwickelte Berechnungsmethode [3,4] beschreibt die Spannungen, die sich während des Entleerens (Entleerungszustand bzw. passiver Spannungszustand, s. Abschnitt 11) im Trichter ausbilden, mit Hilfe von Differentialgleichungen, die er mit der Charakteristikenmethode numerisch löste. Seine Berechnungsmethode erlaubt zudem die Auslegung von Silos, indem die für Massenfluß notwendige Trichterwandneigung und die Mindestauslaufgröße zur Vermeidung von Brücken– oder Schachtbildung bestimmt wird. Um die Benutzung seiner Methode zu erleichtern, präsentierte Jenike die Ergebnisse seiner Berechnungen in Form von Diagrammen. Dieses sogenannte Jenike–Verfahren ist auch heute noch das Standardverfahren zur verfahrenstechnischen Siloauslegung.

Unter den neueren Arbeiten sind die von Enstad [9] und Benink [10] zu nennen, die die Spannungen im Trichter während des Entleerens betrachteten, sowie die von Motzkus [11] und Wilms [12], die (u.a.) die Spannungen im Füllzustand (aktiver Spannungszustand, s. Abschnitt 11) berechneten. Die mit der Zeit immer mehr verfeinerten Berechnungen waren dank der Entwicklung der Rechnertechnik möglich, da für einige der Berechnungsmethoden numerische Verfahren notwendig waren (z.B. [3,4,12]). In neueren Arbeiten wird die Methode der finiten Elemente (FEM) zur Spannungsberechnung eingesetzt [z.B. 13,14,15], wobei die Stoffeigenschaften in Form von Stoffgesetzen vorgegeben werden.

Für praktische Berechnungen haben sich bis zum jetzigen Zeitpunkt neben den Diagrammen von Jenike, die zur Berechnung der Spannungen im Trichter im Entleerungszustand und zur verfahrenstechnischen Siloauslegung benutzt werden, vor allem die Scheibenelementmethoden wegen ihrer einfachen Handhabbarkeit durchgesetzt. So basieren mehrere Normen zur festigkeitsmäßigen Auslegung der Silowände im Siloschaft auf den Gleichungen Janssens [16–18]. Unsicherheiten gibt es nach wie vor bei der Berechnung der Spannungen im Trichter im Füllzustand, da nicht nur die bisher veröffentlichten Messungen



sondern auch die verschiedenen Theorien unterschiedliche Werte sowohl für die Trichterwandspannungen als auch für die Vertikalspannungen liefern.

Gewöhnlich wird an die Auslauföffnung eines Silos ein Austragorgan angeschlossen, das die Aufgabe hat, das Schüttgut dem Silo dosiert zu entnehmen. Je nach Aufbau eines Austragorgans wird das Schüttgut dabei mehr oder weniger gleichmäßig über der Auslauföffnung entnommen, wobei im ungünstigsten Fall selbst in Trichtern, die für Massenfluß ausgelegt sind, tote Zonen entstehen können. Es gibt eine Reihe von Autoren, die sich mit dem Austragverhalten verschiedener Austragorgane beschäftigt haben [19–21], und für viele Austragorgane gibt es Grundregeln bei der konstruktiven Auslegung, die das Entstehen von toten Zonen zu vermeiden helfen [22–24], aber in der Regel keinen völlig gleichmäßigen Schüttgutabzug über der Auslauföffnung bewirken. Aus theoretischen und experimentellen Untersuchungen des exzentrischen Ausfließens von Schüttgut aus Silos ist bekannt, daß in ungleich schnell fließenden Bereichen des Schüttgutes unterschiedliche Spannungen auftreten [11,25–28]. Da dieser Aspekt gerade für die festigkeitsmäßige Auslegung von Silos eine wichtige Rolle spielt, finden sich in den entsprechenden Normen Hinweise, wie das exzentrische Ausfließen des Schüttgutes zu berücksichtigen ist [16–18]. Auch beim ungleichmäßigen Schüttgutabzug durch ein Austragorgan entstehen Bereiche mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten und Spannungen [29,30].

Auch beim Füllen des Silos macht sich der Einfluß des Austragorgans auf die Spannungen im Trichter bemerkbar: Ist das Austragorgan nachgiebig aufgehängt, so bewegt es sich während des Füllens aufgrund der Schüttgutlast nach unten. Dadurch kann das bereits im Trichter befindliche Schüttgut nach unten fließen. Qualitative Erfahrungen [4] und experimentelle Untersuchungen [31,32] zeigen, daß dieses zu einer Änderung der Spannungen im Trichter und zu einer Verringerung der auf das Austragorgan wirkenden Vertikalspannung führt. Eine weitere mögliche Einflußgröße auf die Spannungen im Trichter im Füllzustand könnte die Kompressibilität des Schüttgutes sein, da die beim Füllen des Trichters zunehmenden Trichterspannungen zu einer Verdichtung des Schüttgutes führen, so daß es wie beim Absinken des Austragorgans zum Fließen von Schüttgut im Trichter und einer damit verbundenen Spannungsänderung kommt.

Es wird deutlich, daß Austragorgan und Silo insofern voneinander abhängig sind, daß zum einen das Austragorgan die Spannungen im Trichter beeinflusst (z.B. durch die Nachgiebigkeit beim Füllen und das ungleichmäßige Abziehen beim Entleeren), zum anderen aber die Spannungen im Silo das Austragorgan beeinflussen (z.B. Einfluß auf die Antriebskraft). Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde die gegenseitige Beeinflussung von

Austragorgan und Silo am Beispiel eines Gurtförderers untersucht. Dabei wurde besonderes Augenmerk auf das Verhalten kohäsiver und kompressibler Schüttgüter gelegt, da diese in experimentellen Arbeiten bisher kaum untersucht wurden. Folgende Fragestellungen, die durch andere Arbeiten bislang noch nicht oder nur teilweise beantwortet wurden, standen im Vordergrund:

- Welche Spannungen ergeben sich im Trichter im Füllzustand und wie lassen sich diese Spannungen unter Beachtung der Nachgiebigkeit des Austragorganes und der Kompressibilität des Schüttgutes beschreiben?
- Welchen Einfluß hat das Austragorgan auf die Geschwindigkeits- und Spannungsverteilung im Silo beim Entleeren?
- Welche Mechanismen spielen die wesentliche Rolle beim Schüttgutabzug mit einem Gurtförderer, wie sind diese Mechanismen anhand eines physikalischen Modells zu beschreiben, und wie ist der Übergangsbereich vom Trichter zum Gurtförderer zu gestalten, um einen möglichst gleichmäßigen Schüttgutabzug zu erhalten?

## 2 Grundlagen

### 2.1 Spannungszustände in Schüttgütern

Der Beanspruchungszustand eines Schüttgutes wird mit den Methoden der Kontinuumsmechanik beschrieben: Man betrachtet nicht die Kräfte an einzelnen Schüttgutpartikeln, sondern Schüttgutvolumenelemente. Im allgemeinen Fall wird ein Schüttgutvolumenelement innerhalb einer Schüttung in allen drei Raumrichtungen beansprucht (dreiachsiger Spannungszustand). Zur einfacheren Darstellung wird hier nur der ebene, zweidimensionale Beanspruchungszustand betrachtet (Bild 2.1, linke Seite). Das in der  $x$ - $y$ -Ebene dargestellte infinitesimale Schüttgutvolumenelement wird im allgemeinen Belastungsfall durch die Druckspannungen  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  sowie die Schubspannungen  $\tau_{xy}$  und  $\tau_{yx}$  beansprucht. Im Gegensatz zur klassischen Mechanik (z.B. [33]) werden für den Bereich der Schüttgutmechanik folgende Definitionen eingeführt:

- Druckspannungen sind positiv, Zugspannungen negativ.
- Die Richtung einer positiven Schubspannung in einer Schnittfläche erhält man, indem man die (vom Volumenelement nach außen weisende) Normale der Schnittfläche um  $90^\circ$  im Uhrzeigersinn dreht.

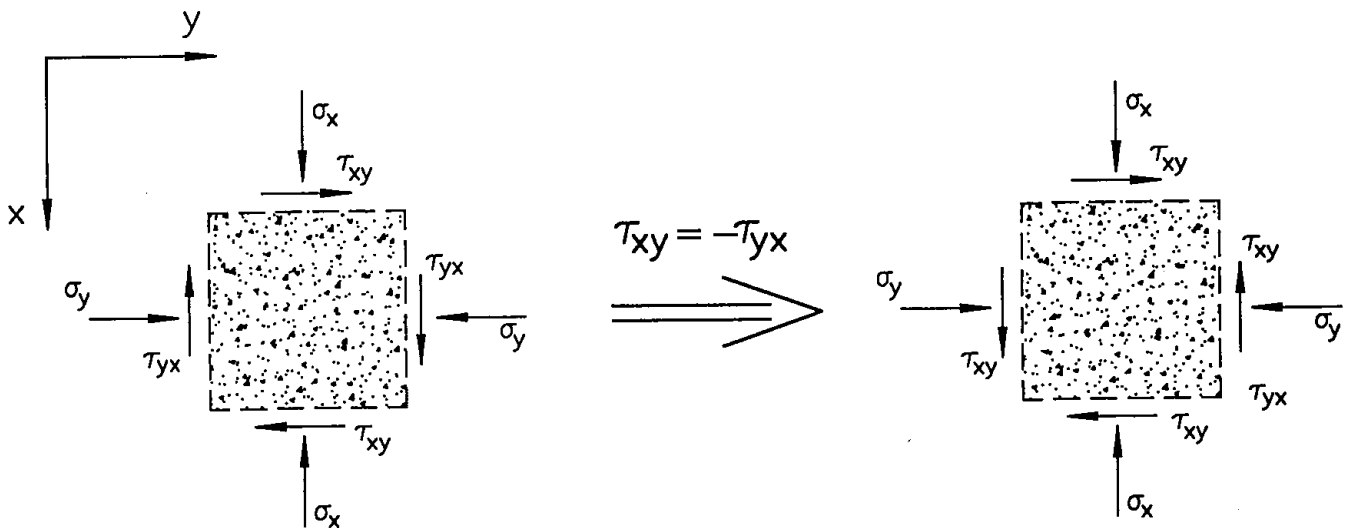


Bild 2.1: Schüttgutvolumenelement (ebener Spannungszustand)

Die Spannungen sind nach diesen Regeln jeweils in positiver Richtung eingezeichnet. Aus einem Momentengleichgewicht um den Mittelpunkt des Schüttgutelementes folgt, daß die Schubspannungen den gleichen Betrag, aber ein umgekehrtes Vorzeichen haben:

$$\tau_{xy} = -\tau_{yx} \quad (2.1)$$

Mit Glg.(2.1) lassen sich die Spannungen in der im Bild 2.1 rechts dargestellten Weise einzeichnen.

Je nachdem, in welcher Raumrichtung sich die Schnittflächen des betrachteten Schüttgutelementes erstrecken, wirken auf diese Flächen andere Druck- und Schubspannungen. Um diese Spannungen in allgemeiner Form berechnen zu können, werden die Kräftegleichgewichte für das im Bild 2.2 (links) gezeigte Schüttgutelement mit dreieckigem Querschnitt aufgestellt. Gesucht sind die Spannungen  $\sigma_\alpha$  und  $\tau_\alpha$ , die auf die um den Winkel  $\alpha$  gegen die x-Achse geneigte Fläche A wirken und die im Bild 2.2 in positiver Richtung entsprechend den anfangs aufgeführten Vereinbarungen eingezeichnet sind. Die Tiefe des Schüttgutelementes beträgt 1, die Fläche A hat die Länge 1. Aus den Kräftegleichgewichten in den Richtungen von  $\sigma_\alpha$  und  $\tau_\alpha$  folgt:

$$\sigma_\alpha = \sigma_y \cos^2 \alpha + \sigma_x \sin^2 \alpha + \tau_{xy} \cos \alpha \sin \alpha + \tau_{yx} \cos \alpha \sin \alpha \quad (2.2)$$

$$\tau_\alpha = \sigma_y \sin \alpha \cos \alpha - \sigma_x \sin \alpha \cos \alpha - \tau_{xy} \cos^2 \alpha + \tau_{yx} \sin^2 \alpha \quad (2.3)$$

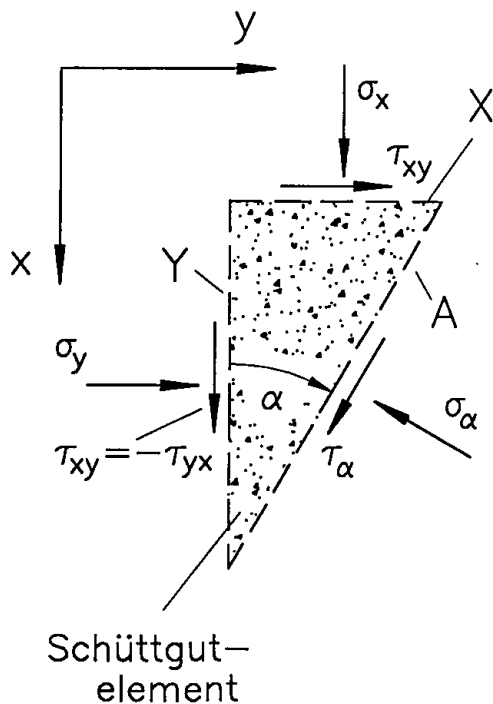


Bild 2.2: Kräftegleichgewicht am Schüttgutelement

Durch Vereinfachen ergibt sich:

$$\sigma_{\alpha} = \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2} + \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cos(2\alpha) + \tau_{xy} \sin(2\alpha) \quad (2.4)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin(2\alpha) - \tau_{xy} \cos(2\alpha) \quad (2.5)$$

Es gibt eine um den Winkel  $\alpha = \alpha'$  geneigte Fläche, auf der die Schubspannung  $\tau_{\alpha'} = 0$  wird. Die auf eine solche schubspannungsfreie Fläche wirkende Druckspannung  $\sigma_{\alpha'}$  wird als Hauptspannung bezeichnet. Den Winkel  $\alpha'$  erhält man aus Glg.(2.5), indem man  $\tau_{\alpha'} = 0$  setzt:

$$\tan(2\alpha') = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_x} \quad (2.6)$$

Da die Tangens-Funktion  $\pi$ -periodisch ist, stellt auch  $\tan(2\alpha' + \pi)$  eine Lösung dar. Damit gibt es zwei um den Winkel  $90^\circ$  ( $\pi/2$ ) gegeneinander geneigte (also zueinander senkrechte) Flächen, die schubspannungsfrei sind. Auf jede der Flächen wirkt eine Hauptspannung. Die Hauptspannungen werden mit  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  bezeichnet, wobei  $\sigma_1 > \sigma_2$  definiert ist. Sind die Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  sowie die Flächen, auf die sie wirken, gegeben (Bild 2.3), lassen sich mit den Gleichungen (2.4) und (2.5) die Spannungen berechnen, die auf um beliebige Winkel  $\alpha$  zu den Hauptspannungsflächen geneigte Flächen wirken. Dazu werden für  $\sigma_y$  und  $\sigma_x$  die Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  eingesetzt, und die Schubspannung  $\tau_{xy}$  wird gleich Null gesetzt:

$$\sigma_{\alpha} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos(2\alpha) \quad (2.7)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin(2\alpha) \quad (2.8)$$

Stellt man die Gleichungen (2.7) und (2.8) in einem  $\sigma, \tau$ -Diagramm dar, ergibt sich ein sogenannter Mohrscher Spannungskreis mit dem Mittelpunkt  $\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$  auf der  $\sigma$ -Achse und dem Radius  $\sigma_r = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$  (Bild 2.3). Die beiden Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ , die auf die Flächen X und Y wirken, legen  $\sigma_m$  und  $\sigma_r$  und damit die Lage des Spannungskreises im  $\sigma, \tau$ -Diagramm eindeutig fest. Der Mohrsche Spannungskreis repräsentiert die Spannungen, die auf um beliebige Winkel  $\alpha$  geneigte Flächen A wirken.

Entsprechend den anfangs getroffenen Vereinbarungen wirken die Spannungen  $\sigma_\alpha$  und  $\tau_\alpha$  in die eingezeichneten Richtungen, wenn sie positiv sind; erhält man aus dem Spannungskreis negative Werte für eine der Spannungen, wirkt sie in entgegengesetzter Richtung.

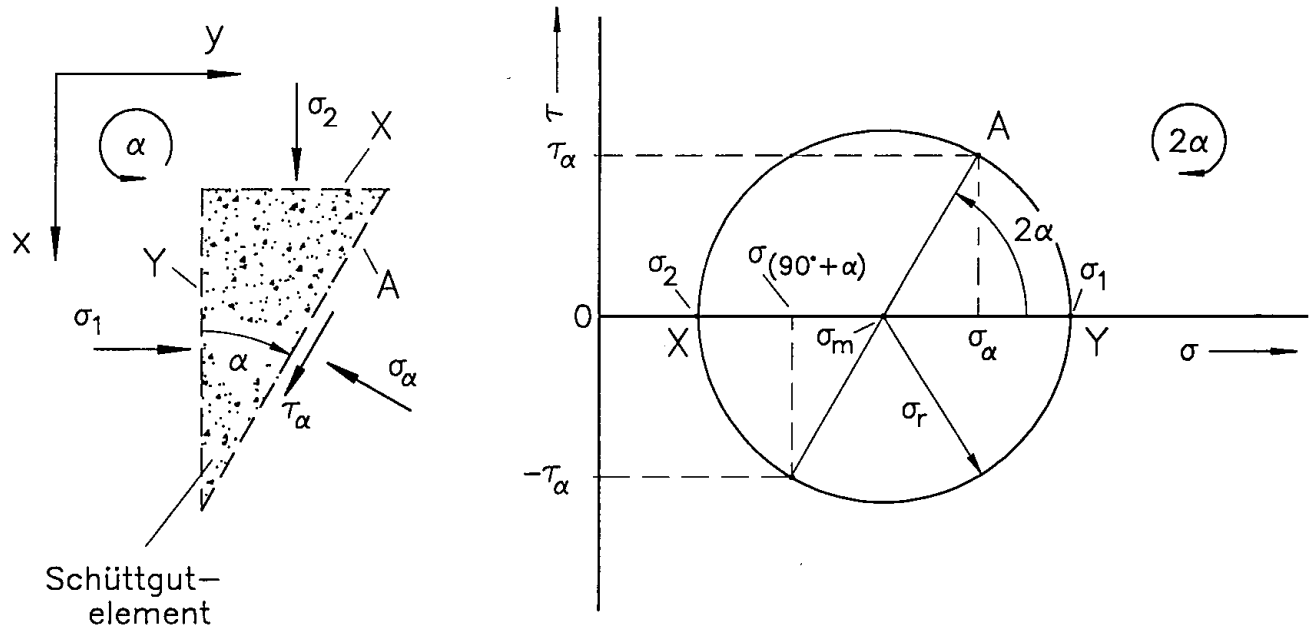


Bild 2.3: Kräftegleichgewicht und Mohrscher Spannungskreis

Für den im Beispiel von Bild 2.3 gewählten Winkel  $\alpha$  ergibt sich der Punkt A im Spannungskreis mit einer positiven Schubspannung, d.h.  $\tau_\alpha$  wirkt in der eingezeichneten Richtung. Wegen des Terms  $(2\alpha)$  in den Gleichungen für  $\sigma_\alpha$  und  $\tau_\alpha$  sind die Spannungen im Mohrschen Spannungskreis verglichen mit dem Lageplan um den zweifachen Winkel zueinander versetzt. Weiterhin gilt, daß einer Drehung im Lageplan um den Winkel  $\alpha$  eine Drehung im Spannungskreis um den Winkel  $2\alpha$  in umgekehrter Richtung entspricht.

## 2.2 Fließeigenschaften und Fließgrenzen

Wenn ein Schüttgut z.B. aus einem Silo ausfließen soll, muß die Fließgrenze überwunden werden, d.h. die auf das Schüttgut wirkende Beanspruchung muß so groß sein, daß das Schüttgut in Bewegung kommt. Um aussagen zu können, ob es in einem bestimmten Fall zum Fließen kommt oder nicht, müssen sowohl der Beanspruchungszustand des verwendeten Schüttgutes als auch die Fließgrenze bekannt sein. Der Beanspruchungszustand wird durch Mohrsche Spannungskreise definiert. Die Fließgrenze eines Schüttgutes läßt sich im  $\sigma, \tau$ -Diagramm durch sogenannte Fließorte darstellen, die mit Hilfe von Scherversuchen

ermittelt werden [3,4,23,34–36]. Der Fließort eines realen Schüttgutes ist im Bild 2.4 im  $\sigma, \tau$ -Diagramm dargestellt. Ein Fließort gilt für jeweils eine Schüttgutdichte  $\rho_b$  und hat meistens einen – vor allem im Bereich kleiner Spannungen  $\sigma$  – gekrümmten Verlauf.

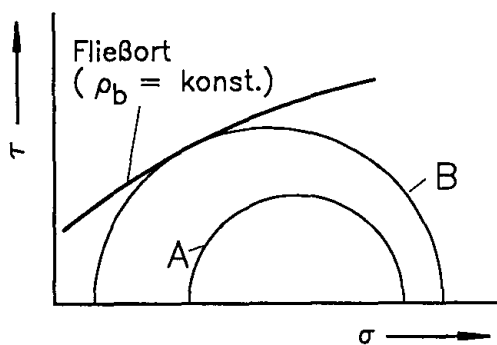


Bild 2.4: Fließort

Belastet man eine auf die Schüttgutdichte  $\rho_b$  verfestigte Schüttgutprobe, so führen Spannungszustände, deren Spannungskreise unterhalb des zu  $\rho_b$  gehörigen Fließortes liegen (z.B. Spannungskreis A), nur zu einer elastischen Verformung des Schüttgutes, während Spannungskreise, die den Fließort tangieren (z.B. Spannungskreis B), zum Fließen führen. Der Fließort ist damit die Einhüllende aller Spannungskreise, die das Fließen einer Schüttgutprobe mit der Schüttgutdichte  $\rho_b$  bewirken. Spannungskreise, die teilweise in Bereichen oberhalb des Fließortes liegen, sind physikalisch nicht möglich.

Verfestigt man zwei identische Proben eines kohäsiven Schüttgutes so, daß die Verfestigungsspannung bei der ersten Probe größer ist als bei der zweiten Probe, so wird sich bei der ersten Probe eine größere Schüttgutdichte  $\rho_b$  ergeben, d.h. die Schüttgutdichte  $\rho_b$  ist abhängig von der Verfestigungsspannung. Das gleiche gilt für die Fließgrenzen: Die Fließgrenze der stärker verfestigten Schüttgutprobe verschiebt sich zu größeren  $\tau$ -Werten hin, d.h. die Fließgrenze ist vom Verfestigungszustand des Schüttgutes abhängig, und es ist eine um so höhere Beanspruchung zum Erreichen des Fließens notwendig, um so stärker das Schüttgut verfestigt wurde.

Aus einem Fließort, der jeweils für eine bestimmte Schüttgutdichte  $\rho_b$  gilt, sind folgende charakteristische Größen abzulesen (Bild 2.5) [3,4,23,34–39]:

- $\sigma_1$  Größte Hauptspannung beim Verfestigen der Schüttgutprobe auf die Schüttgutdichte  $\rho_b$ , wobei am Ende der Verfestigung der Zustand des stationären Fließens vorliegt, d.h. Fließen ohne Änderung von Spannungszustand und Schüttgutdichte.

Dieser Zustand wird durch den größeren der beiden eingezeichneten Mohrschen Spannungskreise, auf dem der Endpunkt des Fließortes liegt, dargestellt.

$\sigma_c$  Die Schüttgutfestigkeit  $\sigma_c$  entspricht einer Druckfestigkeit. Sie ist als größte Hauptspannung des Mohrschen Spannungskreises definiert, der den Fließort tangiert und dessen kleinere Hauptspannung gleich Null ist.

$\varphi_e$  Der effektive Reibungswinkel  $\varphi_e$  ist ein Maß für den inneren Reibungswinkel des Schüttgutes beim stationären Fließen.  $\varphi_e$  ist der Winkel zwischen der  $\sigma$ -Achse und einer Geraden, die durch den Ursprung läuft und den größten Mohrschen Spannungskreis tangiert.

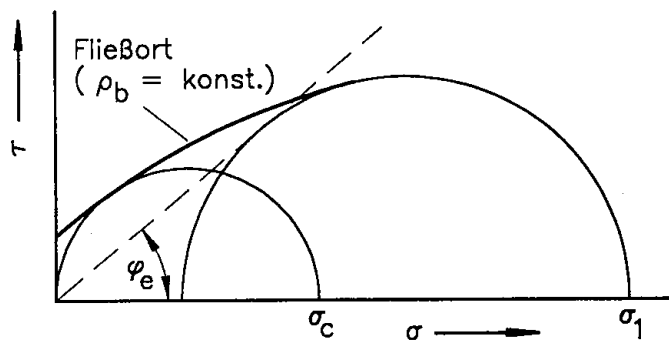


Bild 2.5: Fließort und charakteristische Größen

Durch Messung mehrerer Fließorte bei unterschiedlichen Verfestigungsspannungen  $\sigma_1$  (Bild 2.6) läßt sich die Abhängigkeit der Schüttgutdichte  $\rho_b$ , der Schüttgutfestigkeit  $\sigma_c$  und des effektiven Reibungswinkels  $\varphi_e$  von der Verfestigungsspannung  $\sigma_1$  ermitteln. In der Regel ist diese Abhängigkeit um so ausgeprägter, je kohäsiver das untersuchte Schüttgut ist.

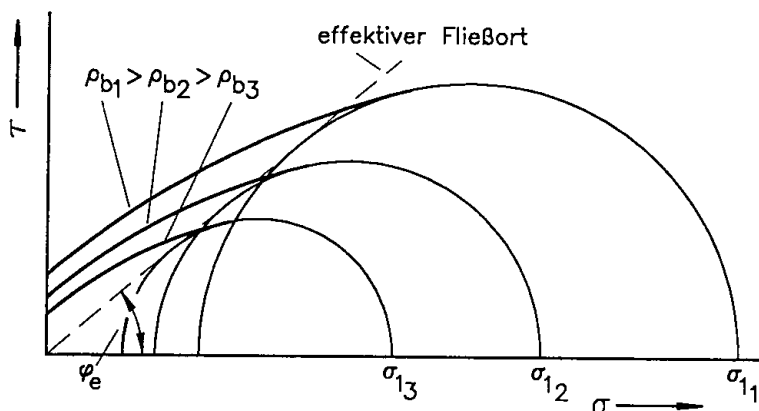


Bild 2.6: Effektiver Fließort



Die gemeinsame Tangente an die größten Mohrschen Spannungskreise mehrerer Fließorte eines Schüttgutes wird als effektiver Fließort bezeichnet. Der effektive Fließort ist häufig eine Ursprungsgerade, die mit der Abszisse den Winkel  $\varphi_e$  einschließt. Der Vorteil in der Benutzung des effektiven Fließortes liegt darin, daß er eine mathematisch einfache Beschreibung des Spannungszustandes im Schüttgut erlaubt (ähnlich wie das Mohr–Coulombsche Fließkriterium, wobei der effektive Fließort nicht als Fließkriterium zu betrachten ist [12,44]). Voraussetzung für die Benutzung des effektiven Fließortes ist die Gültigkeit der Annahme des stationären Fließzustandes im Schüttgut.

Zur Messung der Fließeigenschaften werden Schergeräte eingesetzt. Es gibt eine Reihe unterschiedlicher Bauarten von Schergeräten, wobei im Bereich der Siloauslegung vor allem das Schergerät nach Jenike [3,4,23,34–39] eingesetzt wird.

Neben den oben beschriebenen Schüttguteigenschaften ist der Wandreibungswinkel  $\varphi_x$  von Interesse, der die Reibung zwischen dem Schüttgut und einer Wand beschreibt. Der Wandreibungswinkel wird ebenfalls mit Schergeräten ermittelt [3,4,23,34–39], wobei eine Schüttgutprobe in der Scherzelle unter verschiedenen Spannungen über eine Probe eines Wandmaterials (s. Bild 2.7 rechts) geschoben wird. Aus der zum Verschieben der Probe notwendigen Kraft wird die Wandschubspannung  $\tau_w$  berechnet und anschließend über der Wandnormalspannung  $\sigma_w$  aufgetragen (Bild 2.7 links). Die Verbindungskurve der eingezeichneten Meßpunkte wird als Wandfließort bezeichnet. Der Wandfließort ist häufig eine Ursprungsgerade, so daß der Wandreibungswinkel der Winkel zwischen der Abszisse und dem Wandfließort ist. Für den Fall, daß der Wandfließort keine Ursprungsgerade ist, berechnet sich der Wandreibungswinkel für jeden Punkt des Wandfließortes (bzw. für jede Wandnormalspannung  $\sigma_w$ ) aus:

$$\varphi_x = \arctan (\tau_w / \sigma_w) \quad (2.9)$$

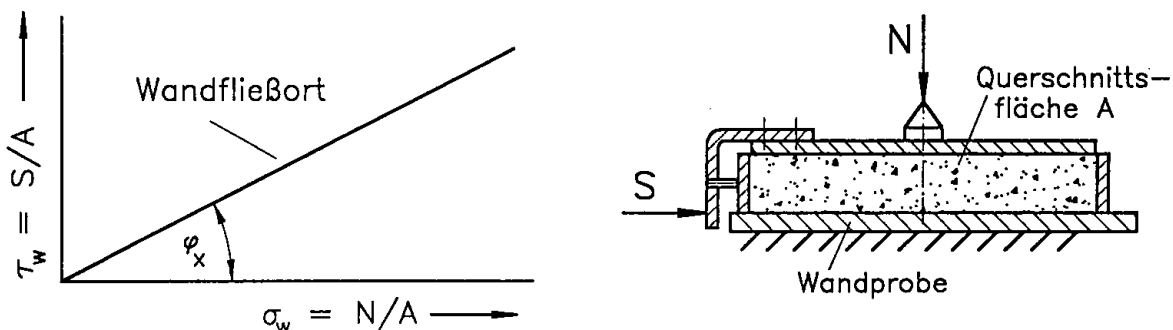


Bild 2.7: Wandfließort und Wandscherversuch

### 2.3 Das Verhalten von Schüttgütern bei der Lagerung

Bild 2.8 zeigt ein Schüttgutelement in einem mit Schüttgut gefüllten Zylinder (reibungsfreie Wände). In vertikaler Richtung wirkt auf das Schüttgutelement die Vertikalspannung  $\sigma_v$ . Aufgrund der Vertikalspannung  $\sigma_v$  stellt sich in der horizontalen Richtung die Spannung  $\sigma_h$  ein. Zur Beschreibung des Verhältnisses der Spannungen  $\sigma_h$  und  $\sigma_v$  zueinander benutzt man das aus der Bodenmechanik bekannte Horizontallastverhältnis  $\lambda$  (eine andere übliche Bezeichnung für  $\lambda$  ist "Horizontaldruckverhältnis"):

$$\lambda = \sigma_h / \sigma_v \quad (2.10)$$

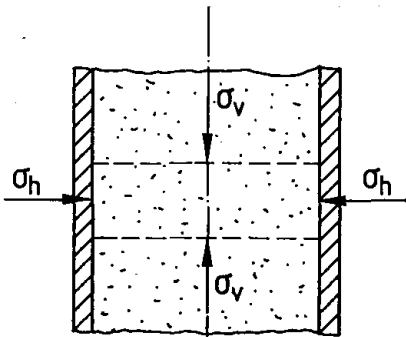


Bild 2.8: Schüttgutelement

Die Größe des Horizontallastverhältnisses  $\lambda$  ist für jedes Schüttgut unterschiedlich und liegt zwischen dem Wert Null, der sich bei einem idealen, nicht elastischen Festkörper einstellen würde, und dem Wert 1, der für ein Fluid gelten würde. Je nach dem Zustand, in dem sich ein Schüttgut befindet, sind Werte von  $\lambda \rightarrow 0$  (tablettierte Schüttgut) bis  $\lambda \rightarrow 1$  (fluidisiertes Schüttgut) möglich; für Schüttungen (z.B. Schüttgut in einem Silo) liegen übliche Werte im Bereich von 0.3 bis 0.6.

Im Gegensatz zu einer Flüssigkeit kann ein Schüttgut in Ruhe Schubspannungen übertragen. Während sich auf einer Flüssigkeit stets eine waagerechte Oberfläche ausbildet, kann sich bei einem Schüttgut z.B. die geneigte Oberfläche eines Schüttkegels ausbilden. In einem Flüssigkeitsbehälter steigt der Druck linear mit der Tiefe an (Bild 2.9). Dagegen nimmt die vom Schüttgut auf die Behälterwand ausgeübte Schubspannung – also die Reibung an der Behälterwand – einen Teil des Gewichtes der Schüttgutsäule auf, so daß die Spannung in einem mit Schüttgut gefüllten Behälter nicht wie der Druck in einer Flüssigkeit linear mit der Tiefe zunimmt.

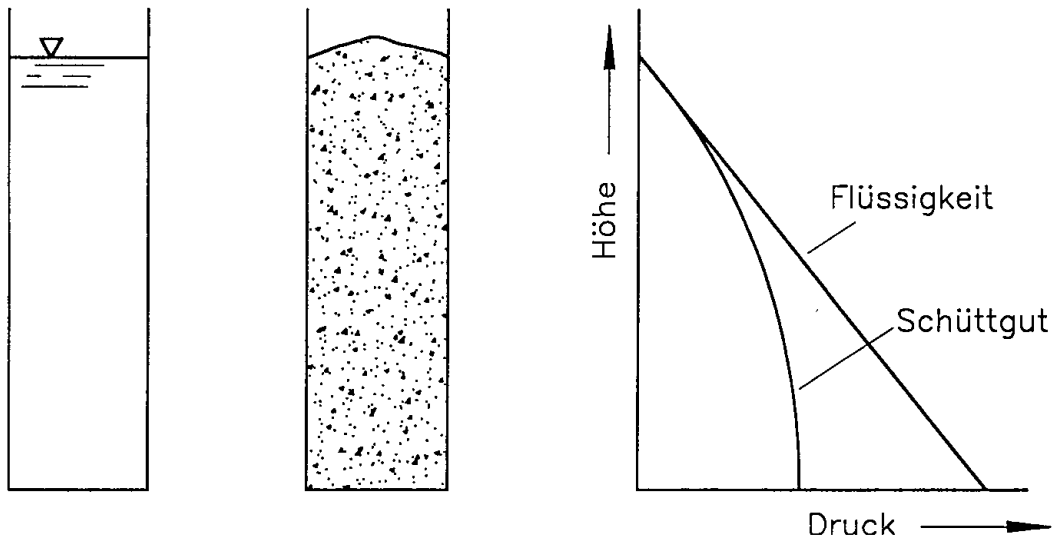


Bild 2.9: Qualitative Druck- bzw. Spannungsverläufe in Behältern

Beim Ausfließen von Schüttgütern aus Silos unterscheidet man zwischen Kernfluß und Massenfluß (Bild 2.10) [3,4,23,35,39,40]. Bei Massenfluß ist während des Ausfließens der gesamte Siloinhalt in Bewegung, während es bei Kernfluß Bereiche gibt, die in Ruhe bleiben und als "tote Zonen" bezeichnet werden. Massenfluß wird erreicht, wenn die Trichterwände hinreichend glatt und/oder steil ausgeführt werden. Eine entsprechende Auslegung ist mit dem Jenike-Verfahren [3,4] möglich.

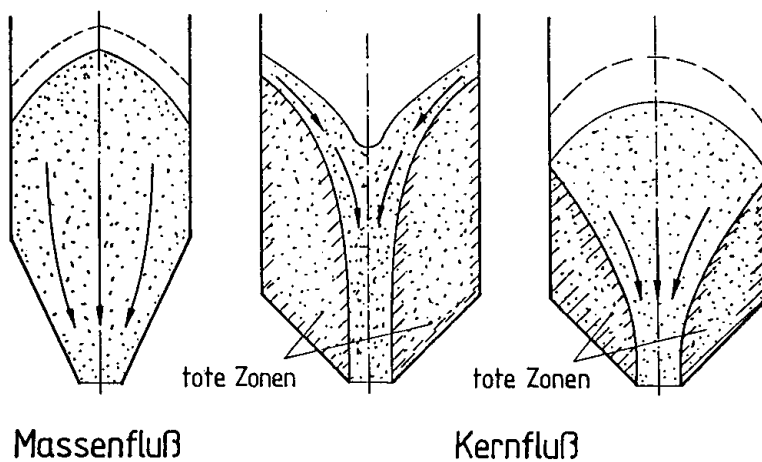


Bild 2.10: Fließprofile

Wird ein leerer Silo gefüllt, ergibt sich ein Spannungsverlauf wie im Bild 2.11.a gezeigt [40]. Die Spannung steigt im Vertikalteil nach unten hin an, um schließlich einem Endwert zuzustreben. Am Übergang zum Trichter liegt eine Unstetigkeitsstelle vor. Im weiteren Verlauf des Trichters kann die Spannung je nach Geometrie und Schüttguteigenschaften weiter ansteigen, aber auch absinken. Diesen Spannungszustand, der sich nach dem Füllen eines Silos ergibt, bezeichnet man als aktiven Spannungszustand. Die größte Hauptspannung  $\sigma_1$  weist in der Siloachse in die vertikale Richtung.

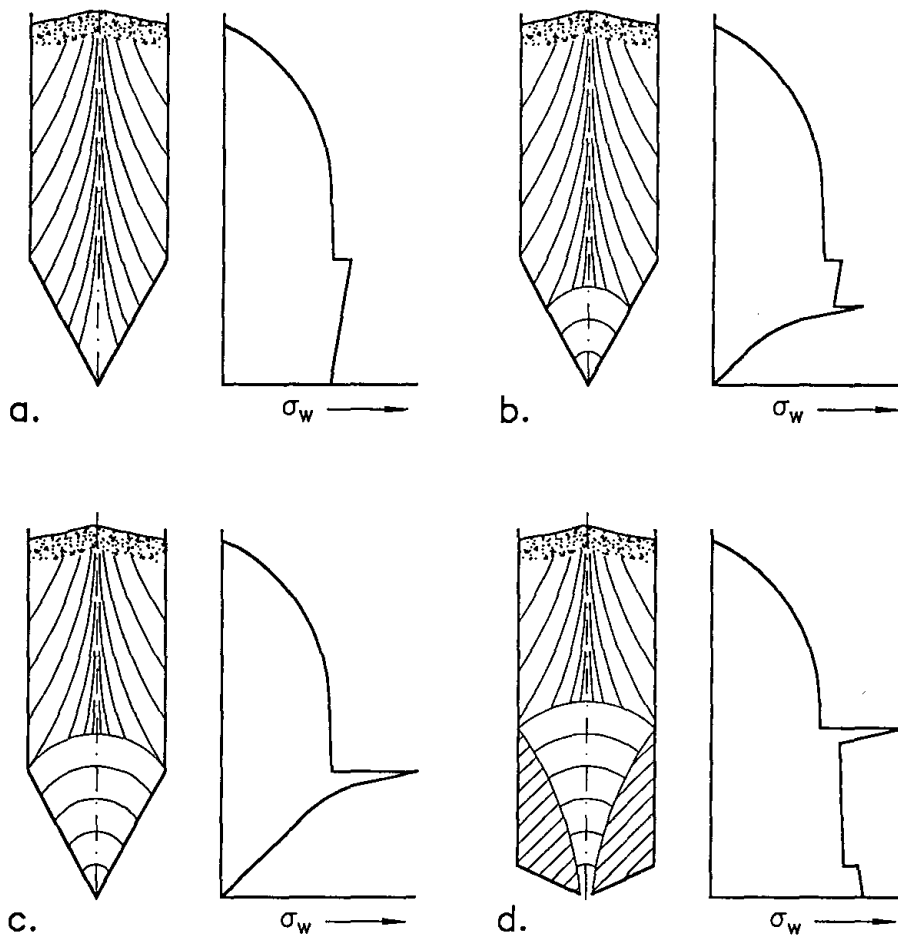


Bild 2.11: Qualitative Verläufe der Normalspannung auf die Silowand  $\sigma_w$  und angenommene Trajektorien der größten Hauptspannung  $\sigma_1$  [40,67]

Bei beginnendem Schüttgutabzug ändert sich der Spannungszustand im Trichter und es bildet sich ausgehend von der Trichterspitze das sogenannte passive Spannungsfeld aus. Das Fließen des Schüttgutes durch den konvergenten Trichter führt dazu, daß die größte Hauptspannung  $\sigma_1$  in der Trichterachse in die horizontale Richtung weist. Im Bild 2.11.b liegt der passive Spannungszustand erst im unteren Teil des Trichters vor, im Bild 2.11.c

ist es voll ausgebildet. Im Vertikalteil des Silos bleibt der aktive Spannungszustand erhalten. Am Übergang vom aktiven zum passiven Spannungsfeld entsteht eine lokale Spannungsspitze, die als "switch" bezeichnet wird. Bei einer Unterbrechung des Schüttgutabzuges bleibt im Schüttgut der passive Spannungszustand erhalten.

In einem Kernflußsilo fließt das Schüttgut innerhalb der sich ausbildenden toten Zone nach unten. Trifft die tote Zone wie im Bild 2.11.d im Bereich des Siloschaftes auf die Wand, bildet sich dort ebenfalls aufgrund des an dieser Stelle einsetzenden konvergenten Schüttgutflusses eine Spannungsspitze aus. Die Position der Spannungsspitze ist nicht vorausberechenbar, so daß bei der festigkeitsmäßigen Berechnung der Silowände im gesamten Siloschaft die Möglichkeit einer Spannungsspitze einbezogen werden muß.

Die im Bereich der Auslauföffnung eines Silos wirkende Vertikalspannung ist im Füllzustand (aktiver Spannungszustand) größer als im Entleerungszustand (passiver Spannungszustand) [4,31,32,40–43]. Ein unter der Auslauföffnung angebrachtes Austragorgan (z.B. Gurtförderer, Schneckenförderer, Trogkettenförderer) muß daher beim ersten Schüttgutabzug nach dem Füllen eine verhältnismäßig große Abzugskraft aufbringen, da das Schüttgut unter der Vertikalspannung des Füllzustandes bewegt werden muß. Sobald sich der Entleerungszustand eingestellt hat, sinkt die Vertikalspannung und mit ihr die Abzugskraft ab. Die Vertikalspannung ist im Füllzustand um ein Vielfaches (nach Messungen bis zu 10fach [4]) größer als im Entleerungszustand.

Ordnet man ein Austragorgan unter einer Auslauföffnung an, so kann es bei ungünstiger Gestaltung des Austragorganes dazu kommen, daß das Schüttgut nicht über der ganzen Auslauföffnung, sondern nur in Teilbereichen abgezogen wird [4,22,23,40,42,43,45]. Zwei Beispiele zeigt Bild 2.12. Ein Schneckenförderer (Bild 2.12.a) mit einer Schnecke konstanter Steigung füllt sich bereits am hinteren Ende des Austragschlitzes mit Schüttgut, so daß sie auf ihrem weiteren Weg kein Schüttgut mehr aus dem Silo entnehmen kann. Dadurch entstehen im Silo tote Zonen selbst dann, wenn der Silo für Massenfluß ausgelegt wurde. Bei einem Gurtförderer mit einem rauhen Gurt (Bild 2.12.c) unter einem langgestreckten Auslaufschlitz stellt sich ebenfalls eine tote Zone im vorderen Trichterbereich ein. Durch eine entsprechende konstruktive Gestaltung (z.B. durch Ausführung der Schnecke mit in Förderrichtung zunehmender Steigung, Bild 2.12.b, oder das Anschrägen der Trichterunterkante in Förderrichtung und hinreichende Öffnung eines Schiebers an der Vorderseite des Austragschlitzes, Bild 2.12.d) läßt sich erreichen, daß das Austragorgan in Förderrichtung immer mehr Schüttgut fördert, so daß über der gesamten Auslauföffnung Schüttgut entnommen wird. Man spricht in diesem Fall von einem Austragorgan "steigender Kapazität". Durch die beschriebenen Maßnahmen wird nicht unbedingt erreicht, daß

das Schüttgut über dem Auslaufschlitz überall gleich schnell abgezogen wird, d.h. es ist damit zu rechnen, daß es im Silo Bereiche mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten gibt.

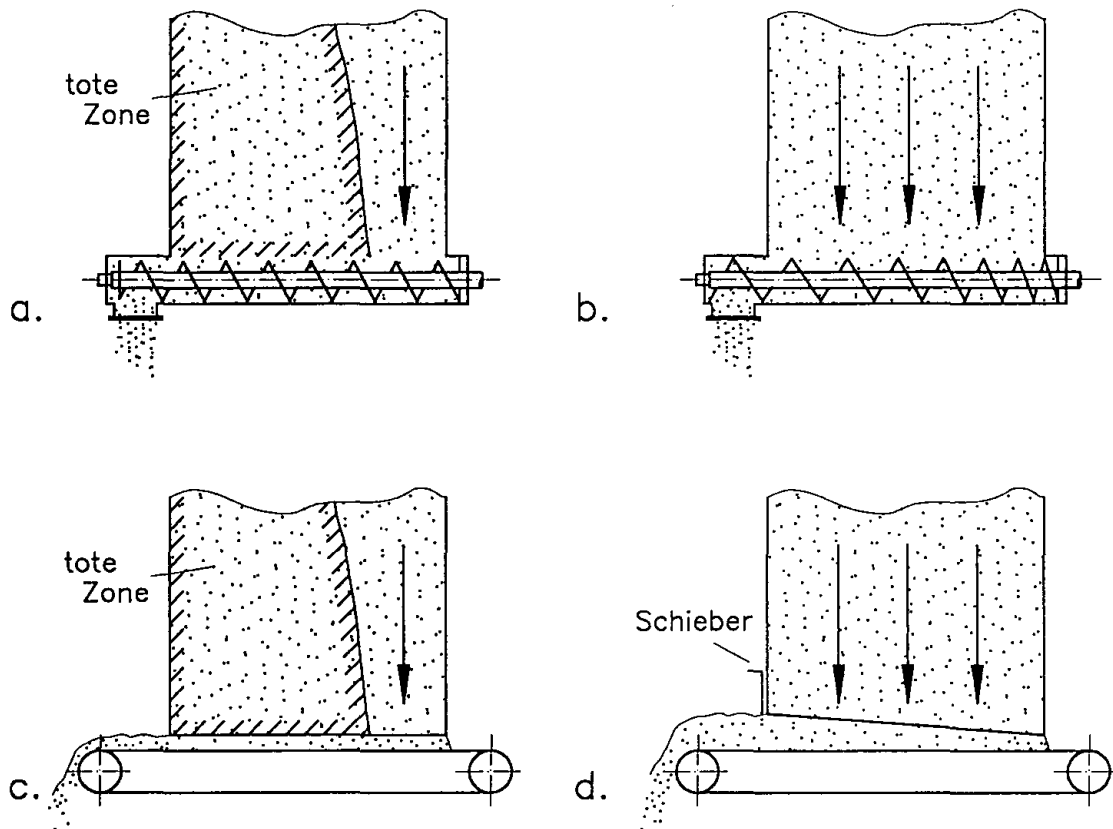


Bild 2.12: a. Kernfluß durch ungünstig gestalteten Schneckenförderer  
 b. Schneckenförderer mit in Förderrichtung zunehmender Steigung  
 c. Kernfluß durch ungünstigen Übergang vom Trichter zum Gurtförderer  
 d. Gurtförderer unter angeschrägter Trichterunterkante mit Schieber

### 3 Berechnungsverfahren und frühere Untersuchungen

#### 3.1 Ansätze zur Beschreibung der Spannungen im Siloschaft

Die Spannungen im Siloschaft berechnete Janssen [1] mit Hilfe einer Scheibenelementmethode. Er betrachtete ein scheibenförmiges Volumenelement der infinitesimalen Höhe  $dz$  (Bild 3.1), das den ganzen Siloquerschnitt überspannt. Unter der Annahme einer konstanten Vertikalspannung  $\sigma_v$  über dem Querschnitt und konstanter Schüttgutdichte  $\rho_b$  ergibt sich folgendes Kräftegleichgewicht in  $z$ -Richtung:

$$A \sigma_v + g \rho_b A dz = A (\sigma_v + d\sigma_v) + \tau_w U dz \quad (3.1)$$

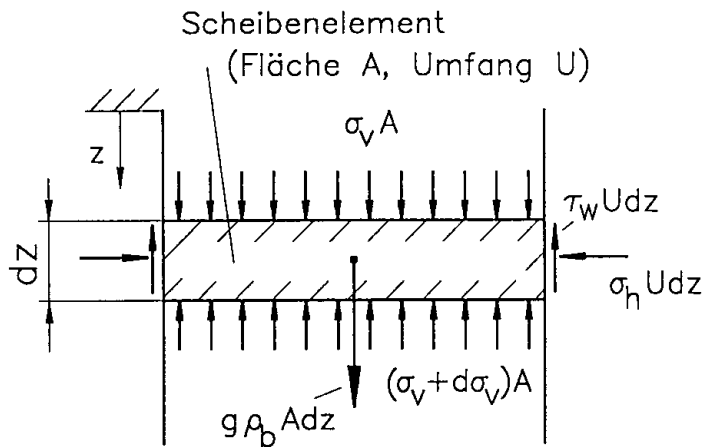


Bild 3.1: Scheibenelement im Siloschaft

Nach Einführung des Wandreibungswinkels

$$\tan \varphi_x = \tau_w / \sigma_h \quad (3.2)$$

und des Horizontallastverhältnisses (s. Abschnitt 2)

$$\lambda = \sigma_h / \sigma_v \quad (3.3)$$

ergibt sich eine gewöhnliche Differentialgleichung für die Vertikalspannung  $\sigma_v$ :

$$\frac{d\sigma_v}{dz} + \sigma_v \lambda \frac{U}{A} \tan \varphi_x = g \rho_b \quad (3.4)$$

Aus der Integration der Differentialgleichung mit der Randbedingung, daß die Vertikalspannung bei  $z=0$  gleich  $\sigma_{v0}$  ist, folgt:

$$\sigma_v = \frac{g \rho_b A}{\lambda \tan \varphi_x U} + \left\{ \sigma_{v0} - \frac{g \rho_b A}{\lambda \tan \varphi_x U} \right\} \cdot e^{-\frac{\lambda \tan \varphi_x U z}{A}} \quad (3.5)$$

Setzt man für die Spannung an der Schüttgutoberfläche ( $\sigma_{v0} = 0$ ) als Randbedingung für  $z=0$  in (3.5) ein, folgt:

$$\sigma_v = \frac{g \rho_b A}{\lambda \tan \varphi_x U} \left\{ 1 - e^{-\frac{\lambda \tan \varphi_x U z}{A}} \right\} \quad (3.5a)$$

$\sigma_h$  und  $\tau_w$  erhält man durch einfache Umformung der Glgn. (3.3) und (3.2).

Für große Werte von  $z$  strebt die  $e$ -Funktion in den Glgn.(3.5) bzw. (3.5a) gegen Null. Damit ist der Ausdruck vor der Klammer der Endwert von  $\sigma_v$ , der bei den gegebenen Werten von Geometrie und Schüttguteigenschaften erreicht wird. Der Endwert ist (bei einem hinreichend hohen Silo) unabhängig von der Silohöhe und der Auflast  $\sigma_{v0}$  und hängt neben den Schüttguteigenschaften vom Verhältnis  $A/U$  ab. In einem zylindrischen Silo ist das Verhältnis  $A/U = d/4$  ( $d = \text{Silotdurchmesser}$ ). Das bedeutet, daß die maximale Vertikalspannung im Siloschaft (Glg.(3.5a)) proportional zum Durchmesser ist.

In zahlreichen experimentellen Untersuchungen wurde die prinzipielle Gültigkeit der sogenannten "Janssen-Gleichung" (3.5) nachgewiesen, z.B. [28,46,47]. Sie liegt daher auch zahlreichen Normen zur Berechnung der Spannungen in Silos zugrunde (z.B. [16-18], Übersicht bei Wilms [48]). Janssen bestimmte den Wert des Horizontallastverhältnisses  $\lambda$  durch Anpassung seiner Gleichung (3.5) an die von ihm im Modellsilo gemessenen Spannungen. Um den Wert  $\lambda$  aus den in Schergeräten messenden Fließeigenschaften berechnen zu können, schlug Koenen [2] vor,  $\lambda$  aus dem aktiven Rankineschen Grenzspannungsverhältnis zu berechnen:

$$\lambda = \frac{1 - \sin \varphi_e}{1 + \sin \varphi_e} \quad (3.6)$$

Das aktive Rankinesche Grenzspannungsverhältnis ist das Verhältnis der größten zur kleinsten Hauptspannung in einem Schüttgut im stationären Fließzustand (Bild 3.2,



Mohrscher Spannungskreis A). Dieser Spannungszustand wird auch als aktiv-plastisch bezeichnet. Die Benutzung der Glg. (3.6) in Verbindung mit der Janssen-Gleichung (3.5) impliziert die Annahmen, daß die Vertikal- und Horizontalspannungen im Schaft Hauptspannungen sind (was bei einer nicht reibungsfreien Silowand nur in der Symmetrieachse des Silos der Fall ist) und daß sich das Schüttgut im aktiv-plastischen Spannungszustand (stationärer Fließzustand) befindet. Zur Behebung der erstgenannten nichtzutreffenden Annahme benutzten einige Autoren modifizierte Gleichungen zur Berechnung des Horizontallastverhältnisses, die die Reibung an der Wand berücksichtigen (z.B. Motzkus [11]). Die Annahme des aktiv-plastischen Spannungszustandes ist ebenfalls nicht richtig, da der aktiv-plastische Zustand nur bei einer hinreichenden Verformung der Silowand zu erreichen wäre, was bei den in der Regel wenig nachgiebigen Silowänden nicht gegeben ist [11,28,46]. Versuche in einer Zweiaxialbox [38,49] haben gezeigt, daß das Verhältnis der kleinsten zur größten Hauptspannung  $\sigma_2/\sigma_1$  im stationären Fließzustand (aktiv-plastisch, Glg. (3.6)) kleiner ist als bei einachsiger Kompression, also dem Zustand, der im Siloschaft während des Füllens vorliegt. Im Bild 3.2 ist ein zweiter Mohrscher Spannungskreis (B) eingezeichnet, der den Zustand des einachsigen Verdichtens qualitativ kennzeichnet (aktiv-elastisch).

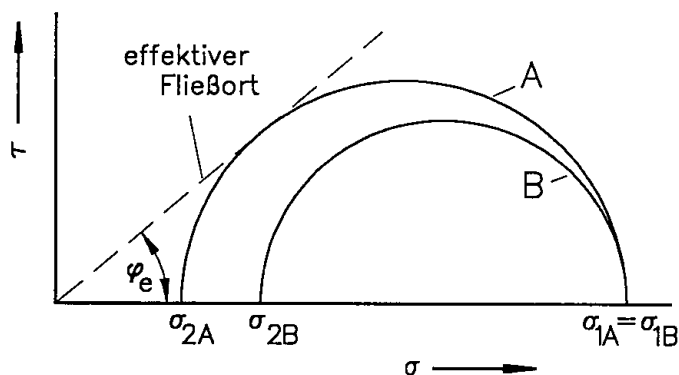


Bild 3.2: Aktiv-plastischer und aktiv-elastischer Spannungszustand

Zur Untersuchung des Horizontallastverhältnisses führte Lohnes [50,51] an landwirtschaftlichen Schüttgütern einachsige Kompressionsversuche im Triaxialgerät (Bild 3.3.a) durch. Dabei wird eine zylindrische Schüttgutprobe, die mit einer Gummimembran umhüllt ist, in axialer (vertikaler) Richtung über eine Belastungsplatte mit einer Vertikalspannung  $\sigma_v$  beansprucht, während die Horizontalspannung  $\sigma_h$  durch Regelung des Druckes  $p$  in der die Schüttgutprobe seitlich umgebenden Druckkammer so eingestellt wird, daß keine radiale Ausdehnung der Probe erfolgt. Die berechneten Verhältnisse von Horizontalspannung (radial) zu Vertikalspannung (axial) ergaben  $\lambda$ -Werte, die größer waren als die nach Glg. 3.6 berechneten.



In einer späteren Arbeit weist Jenike darauf hin, daß für den Fall kleiner effektiver Reibungswinkel ( $\varphi_e < 25.4^\circ$ ) das Horizontallastverhältnis aus dem aktiven Rankineschen Grenzspannungsverhältnis (Glg.(3.6)) berechnet werden sollte [56], da sich für  $\varphi_e < 25.4^\circ$   $\lambda$ -Werte  $> 0.4$  ergeben.

Die Vielfalt der in Forschungsarbeiten und Normen angegebenen Beziehungen zur Ermittlung von  $\lambda$  zeigt, daß diesbezüglich nach wie vor eine gewisse Unsicherheit vorliegt. Dazu tragen nicht zuletzt weitere Parameter bei, die neben dem effektiven Reibungswinkel von Einfluß auf das Verhältnis der Horizontalspannung zur Vertikalspannung im Siloschaft sind. Einige dieser Einflußgrößen sind:

- weitere Schüttguteigenschaften neben  $\varphi_e$
- Wandreibung
- Nachgiebigkeit der Silowände
- Art des Füllens (schnell/langsam, zentrisch/exzentrisch)
- Spannungsniveau,  $\lambda = f(\sigma_v)$

Ein Schritt, bei der Bestimmung mehr Sicherheit zu gewinnen, ist die Empfehlung in der geplanten ISO-Richtlinie [55], das Horizontallastverhältnis  $\lambda$  aus einem einachsigen Kompressionsversuch im Oedometer (Bild 3.3.b) zu ermitteln. Bei diesem in einer weiteren Arbeit von Lohnes [59] benutzten sowie von Nielsen und Kolymbas [60] vorgeschlagenen einachsigen Kompressionsversuch im Oedometer wird die Schüttgutprobe in einem Hohlzylinder in axialer Richtung einer Spannung unterworfen, während die resultierende Horizontalspannung gemessen wird. Mit diesem Versuch werden zwar nicht alle, aber wenigstens die Einflußgrößen, die allein auf den Schüttguteigenschaften beruhen, berücksichtigt.

Die auf die Wand des Siloschaftes wirkenden Horizontalspannungen können beim Entleeren größer sein als im Füllzustand. Dieses geschieht zum einen dann, wenn sich ausgehend vom Trichter eine tote Zone (Kernfluß) bildet, die im Bereich des Siloschaftes auf die Wand trifft und dort eine örtliche Spannungsspitze erzeugt (s. Abschnitt 2, Bild 2.11). Dieser Fall soll hier nicht betrachtet werden. Zum anderen sind örtliche Spannungserhöhungen auch bei Massenfluß möglich. Jenike et al. [56,57] führen diesen Effekt auf Unregelmäßigkeiten (Imperfektionen) in der Wand des Siloschaftes zurück, d.h. sie gehen davon aus, daß jeder Siloschaft über örtliche Konvergenzen und Divergenzen verfügt. Dadurch gibt es Stellen, an denen sich das Schüttgut beim Herabfließen im Siloschaft in horizontaler Richtung ausdehnt (und damit dem Spannungszustand "aktiv-plastisch", Glg.(3.6) und Bild 3.2, nähert), und solche, wo eine Kompression des Schüttgutes in

horizontaler Richtung stattfindet, was mit einer Erhöhung der Horizontalspannung einhergeht. Letzteres wurde von Van Zanten und Mooij [61] experimentell nachgewiesen. Bei starken örtlichen Konvergenzen wird der passiv-plastische Spannungszustand erreicht [56,57] und  $\lambda$  wird (in der Siloachse):

$$\lambda = \frac{1 + \sin\varphi_e}{1 - \sin\varphi_e} \quad (3.10)$$

Die beschriebenen örtlichen Spannungsspitzen lassen sich nach Jenike [56,57] vermeiden, wenn der Siloschaft leicht divergent (ca.  $0.5^\circ$  Divergenz) ausgeführt wird. Für diesen Fall ergibt sich auch beim Entleeren im Siloschaft der mit der Janssen-Gleichung zu berechnende Spannungsverlauf ohne örtliche Spannungsspitzen. Zur Berechnung der Wandnormalspannungen beim Entleeren im Siloschaft mit vertikalen Wänden (mit örtlichen Abweichungen) empfiehlt Jenike das von ihm hergeleitete "strain energy stress field" [56,57]. Mit dieser Methode wird eine Einhüllende der durch örtliche Konvergenzen auftretenden Wandspannungsspitzen errechnet. In den Berechnungsvorschriften einiger Normen werden die Horizontalspannungen im Siloschaft beim Entleeren ermittelt, indem die für den Füllzustand berechneten Horizontalspannungen mit einem Faktor  $> 1$  multipliziert werden [16-18,55].

Erhöhungen der Wandspannung können sich auch schon vor dem Entleeren dadurch einstellen, daß sich das Schüttgut setzt und sich damit im Siloschaft vertikal nach unten bewegt, so daß im Bereich örtlicher Konvergenzen die Horizontalspannung und das Horizontallastverhältnis ansteigen (Nilsson [58]). Den gleichen Effekt beobachtete Kaminski [69] beim Füllen eines zylindrischen Silos mit einem nach unten nachgebenden Boden.

Die in diesem Abschnitt für den Siloschaft vorgestellten Berechnungen haben auch für andere Bereiche des Silos mit vertikalen Wänden und konstantem Querschnitt Gültigkeit (z.B. für vertikale Schürzen unterhalb des Trichters).

### 3.2 Ansätze zur Beschreibung der Spannungen im Trichter

Im Trichter sind der Füllzustand und der Entleerungszustand zu unterscheiden. Die prinzipiellen Unterschiede zwischen beiden Zuständen wurden bereits im Abschnitt 2.3 erläutert. Neben der Spannung auf die Trichterwände interessiert im Rahmen der vorliegenden Arbeit die auf das Austragorgan wirkende Vertikalspannung.

#### 3.2.1 Füllzustand

Die meisten Ansätze zur Berechnung der Spannungen im Füllzustand basieren auf einem Kräftegleichgewicht, das die Scheibenelementmethode Janssens [1] (s. Abschnitt 3.1) auf Scheibenelemente im Trichter anwendet. Übersichten über die verschiedenen Methoden geben Motzkus [11] und Hampe [28]. Nachfolgend wird das Kräftegleichgewicht beschrieben, das u.a. von Walters [8] (in Erweiterung des Ansatzes von Walker [5,6]), Motzkus [11] und McLean [62] verwendet wird.

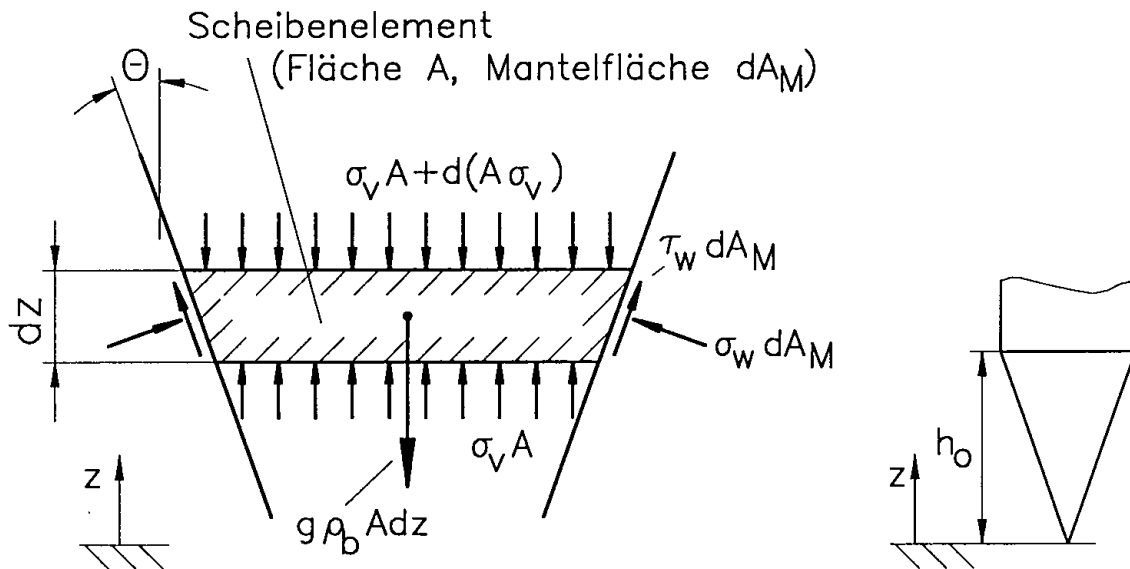


Bild 3.4: Scheibenelement im Trichter

Bild 3.4 zeigt ein Scheibenelement infinitesimaler Höhe  $dz$  in einem keilförmigen Trichter (Tiefe  $t \rightarrow \infty$ , also unendlich lang, d.h. die Reibung an den Stirnflächen wird vernachlässigt) mit den angreifenden Normal- und Schubspannungen. Die Vertikalspannung  $\sigma_v$  wird in diesem Ansatz als über dem Querschnitt gemittelte Vertikalspannung angenommen. Das

Kräftegleichgewicht in Richtung der Koordinate  $z$  (fiktive Trichterspitze:  $z = 0$ ) liefert:

$$d\{A\sigma_v\} + g \rho_b A dz = \sin\Theta \sigma_w dA_M + \cos\Theta \tau_w dA_M \quad (3.11)$$

Glg.(3.11) läßt sich durch Einführen der folgenden Größen und Beziehungen umformen:

Bei voll mobilisiertem Wandreibungswinkel  $\varphi_x$  gilt:

$$\tau_w/\sigma_w = \tan\varphi_x \quad (3.12)$$

Mantelfläche  $dA_M$  des Scheibenelementes:

$$dA_M = 2 t \frac{dz}{\cos\Theta} \quad (3.13)$$

Querschnittsfläche  $A$  des Scheibenelementes in Abhängigkeit von  $z$ :

$$A = 2 t z \tan\Theta \quad (3.14)$$

Das Verhältnis der Wandnormalspannung  $\sigma_w$  zur mittleren Vertikalspannung  $\sigma_v$  wird als konstant angenommen und gleich  $K$  gesetzt.  $K$  wird häufig als "K-Wert" bezeichnet:

$$K = \sigma_w/\sigma_v \quad (3.15)$$

Es ergibt sich eine lineare Differentialgleichung 1. Ordnung für die Vertikalspannung  $\sigma_v$ :

$$\frac{d\sigma_v}{dz} - \frac{\sigma_v}{z} \left[ K \left[ 1 + \frac{\tau_w/\sigma_w}{\tan\Theta} \right] - 1 \right] = -g \rho_b \quad (3.16)$$

bzw. bei voll mobilisiertem Wandreibungswinkel (Einsetzen von Glg.(3.12)):

$$\frac{d\sigma_v}{dz} - \frac{\sigma_v}{z} \left[ K \left[ 1 + \frac{\tan\varphi_x}{\tan\Theta} \right] - 1 \right] = -g \rho_b \quad (3.16a)$$

Nach Einführen der Abkürzung  $n$  (Glg.(3.17)) folgt aus Glg.(3.16) die Glg.(3.18).

$$n = \left[ K \left[ 1 + \frac{\tau_w/\sigma_w}{\tan\Theta} \right] - 1 \right] \quad \text{bzw.} \quad n = \left[ K \left[ 1 + \frac{\tan\varphi_x}{\tan\Theta} \right] - 1 \right] \quad (3.17;3.17a)$$

$$\frac{d\sigma_v}{dz} - n \frac{\sigma_v}{z} = -g \rho_b \quad (3.18)$$

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung ist:

$$\text{für } n \neq 1: \quad \sigma_v = \frac{g \rho_b z}{n - 1} + c \cdot z^n \quad (3.19)$$

$$\text{für } n = 1: \quad \sigma_v = z \cdot \left[ c - g \rho_b \ln(z) \right] \quad (3.20)$$

Nach Anpassung an die Randbedingung  $\sigma_v(z=h_0) = \sigma_{v0}$  (Vertikalspannung an der Oberkante des Trichters, s. Bild 3.4) folgt:

$$\text{für } n \neq 1: \quad \sigma_v = \frac{g \rho_b z}{n - 1} + \left\{ \sigma_{v0} - \frac{g \rho_b h_0}{n - 1} \right\} \cdot \left[ \frac{z}{h_0} \right]^n \quad (3.21)$$

$$\text{für } n = 1: \quad \sigma_v = \sigma_{v0} \cdot \frac{z}{h_0} + g \rho_b z \ln \left[ \frac{h_0}{z} \right] \quad (3.22)$$

Um die Gleichungen auch für axialsymmetrische Trichter anwenden zu können, ist der zur Berechnung von  $n$  angegebene Term (Glg.(3.17) bzw. (3.17a)) mit dem Faktor 2 zu multiplizieren. Durch die Berücksichtigung der Geometrie mit dem Parameter  $m$  ergibt sich in allgemeiner Form (hier bei voller Mobilisierung der Wandreibung):

$$n = (m+1) \left[ K \left[ 1 + \frac{\tan \varphi_x}{\tan \Theta} \right] - 1 \right] \quad (3.17a)$$

mit:

$m$  : Geometrie-Parameter:

$m = 0$  : keilförmiger Trichter

$m = 1$  : axialsymmetrischer Trichter

Die mit den Glgn. (3.21) und (3.22) berechneten Spannungen hängen vom Wert des Parameters  $n$  ab, der wiederum von der Trichtergeometrie, dem (meßbaren) Wandreibungswinkel und dem Verhältnis  $K$  der Wandnormalspannung zur mittleren Vertikalspannung abhängig ist. Bild 3.5, das in ähnlicher Form von McLean [62] berechnet wurde, zeigt für verschiedene Werte von  $n$  in dimensionsloser Form die nach den Glgn. (3.21) bzw. (3.22)

berechneten Verläufe der Vertikalspannung für Trichter ohne Auflast ( $\sigma_{v0} = 0$ ). Aus den Kurven wird deutlich, daß die Berechnungsergebnisse von der Wahl des Parameters  $n$  abhängen. Für den Fall  $n = 0$  erhält man einen hydrostatischen Spannungsanstieg im Trichter, der die obere Grenze der physikalisch möglichen Spannungen darstellt. Für den hydrostatischen Spannungsanstieg ergibt sich für  $n = 0$  der minimale  $K$ -Wert  $K_{\min}$  (Wandreibung voll mobilisiert) aus Glg.(3.17) zu:

$$K_{\min} = \frac{\tan\Theta}{\tan\Theta + \tan\varphi_x} \quad (3.23)$$

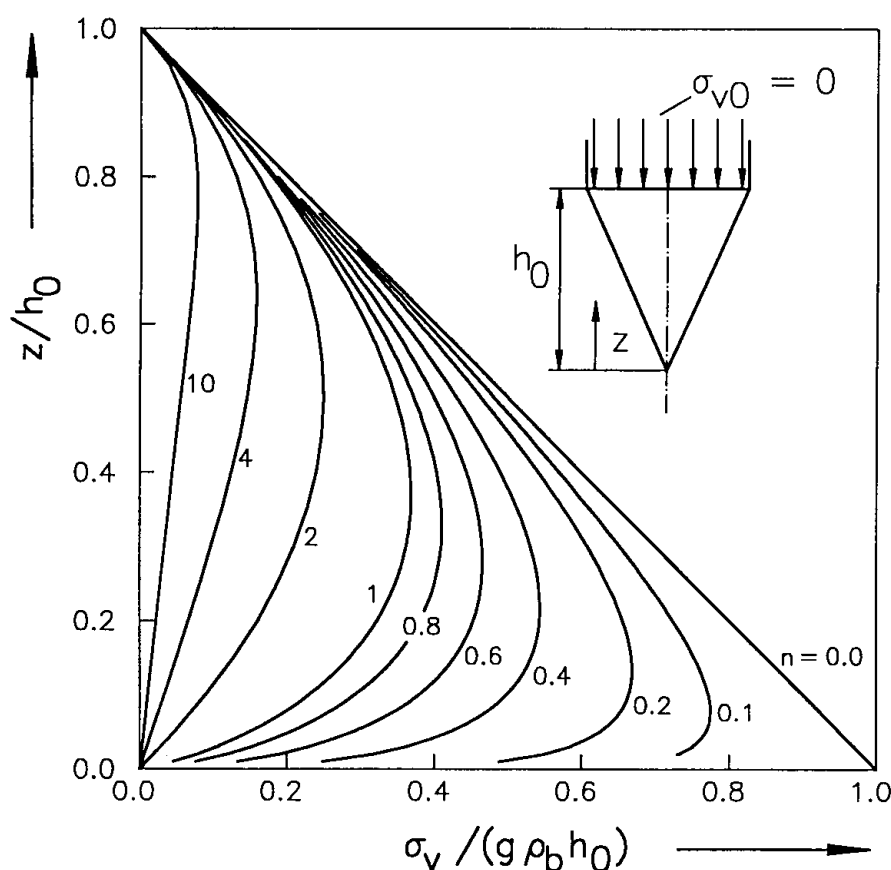


Bild 3.5: Dimensionslose Vertikalspannung im Trichter

Die Ansätze der Autoren, die das gezeigte Kräftegleichgewicht benutzen, unterscheiden sich in der Berechnung des  $K$ -Wertes, also des Verhältnisses der Wandnormalspannung zur mittleren Vertikalspannung. Nachfolgend werden die Ergebnisse einiger Arbeiten beschrieben.

Walker [5,6] ging von der Annahme aus, daß die Vertikal- und Horizontalspannungen im Trichter Hauptspannungen sind. Das heißt, daß in vertikalen Ebenen keine



Schubspannungen übertragen werden, so daß das Schüttgut im Trichter seitlich nicht abgestützt wird. Damit ergibt sich im Trichter ein hydrostatischer Spannungsanstieg. Der von Walker angegebene  $K$ -Wert ist identisch mit dem  $K_{\min}$  in Glg. (3.23). Die Berechnung der Spannungen im Trichter entsprechend dem hydrostatischen Spannungsanstieg wird auch von Jenike [54,56] und Roberts [42] vorgeschlagen, wobei darauf hingewiesen wird, daß es sich um eine obere Grenze für die möglichen Vertikalspannungen handelt.

Walters [8], der Walkers Ansatz erweiterte, setzte voraus, daß sich das Schüttgut im Füllzustand im gesamten Trichter im aktiv-plastischen Spannungszustand befindet. Im Bild 3.6 ist der von Walters für die Zustände an der Wand angenommene Spannungskreis gezeigt (Vorzeichenvereinbarungen s. Abschnitt 2). Der Spannungskreis, der den effektiven Fließort (EYL) tangiert, besitzt zwei Schnittpunkte mit dem Wandfließort. Walters nimmt an, daß für die Spannung auf die Wand der Schnittpunkt mit der kleineren Wandnormalspannung (Punkt W) maßgebend ist. Die in der Schnittebene H wirkende Normalspannung  $\sigma_h$  und Schubspannung  $\tau_{yx}$  ergibt sich im Spannungskreis um den Winkel  $2\Theta$  zum Punkt W (im Uhrzeigersinn) versetzt (Punkt H). Man erkennt am Spannungskreis, daß der Punkt H für größere Winkel  $\Theta$  oberhalb der  $\sigma$ -Achse liegt. Damit wird  $\tau_{yx}$  positiv und  $\tau_{xy}$  negativ, d.h. die Schubspannungen wirken in der entgegengesetzten Richtung der im Lageplan eingezeichneten Schubspannungspfeile, so daß auf das Schüttgut im Trichter eine nach unten gerichtete Schubspannung wirkt. Diesen Zustand erkannte Walters als physikalisch nicht sinnvoll und schränkte die Gültigkeit seiner Theorie auf die Neigungswinkel  $\Theta$  ein, die Schubspannungen  $\tau_{yx} \leq 0$  ergeben. Der Grenzfall  $\tau_{yx} = 0$  ergibt einen hydrostatischen Spannungsanstieg, da in diesem Fall die Spannungen  $\sigma_h$  und  $\sigma_v$  (wie bei Walker) Hauptspannungen sind und in der Ebene H keine Schubspannung übertragen wird. Damit ist der maximale Trichterneigungswinkel  $\Theta_G$ , für den die Methode von Walters anzuwenden ist:

$$\Theta_G = \frac{1}{2} \left[ 90^\circ - \varphi_x - \arccos \left[ \frac{\sin \varphi_x}{\sin \varphi_e} \right] \right] \quad (3.24)$$

Aus weiteren Betrachtungen am Spannungskreis erhielt Walters Beziehungen zur Berechnung der Verteilung der Vertikalspannung  $\sigma_v$  über dem Trichterquerschnitt, die hier nicht im einzelnen erläutert werden. Die von Walters hergeleiteten Gleichungen sind im Anhang A aufgeführt. Für Winkel  $\Theta > \Theta_G$  nimmt Walters die Gültigkeit der Annahmen Walkers an, d.h. es ist von einem hydrostatischen Spannungsanstieg auszugehen, wobei sich im Schüttgut ein elastischer Spannungszustand ausbildet.

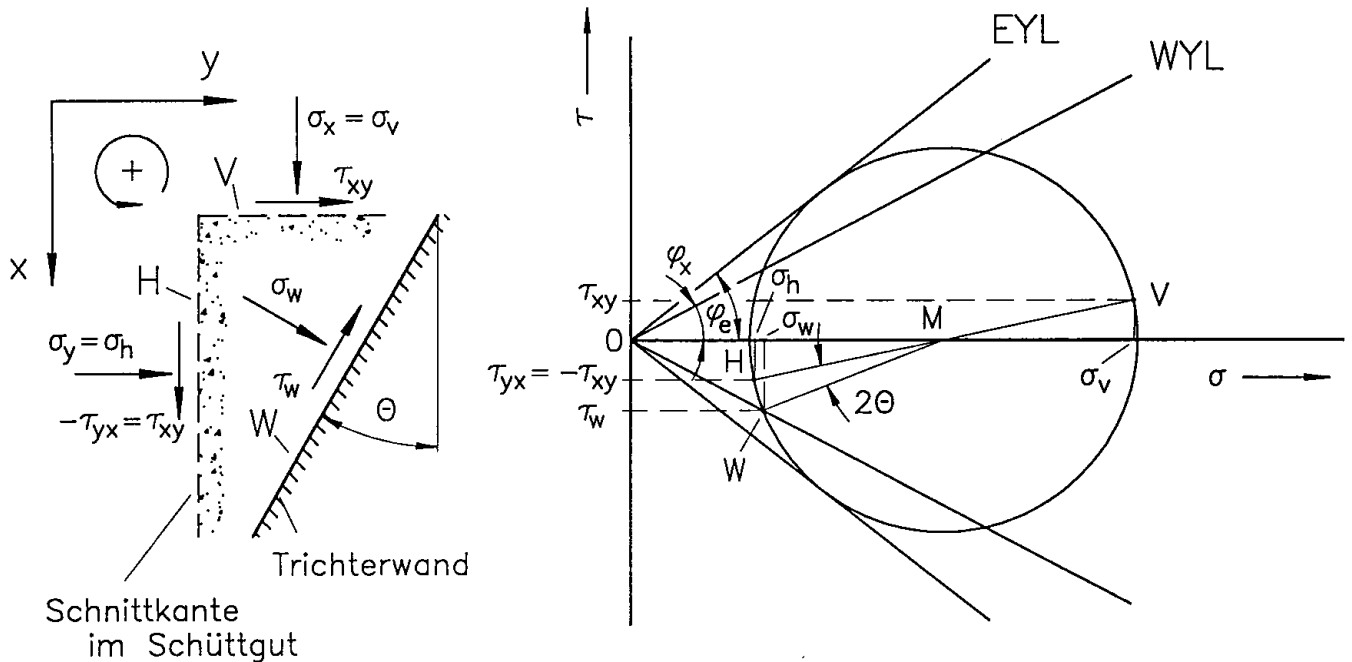


Bild 3.6: Spannungsverhältnisse an der Trichterwand nach Walters (Füllzustand)

Wilms [12,63,64] führte Berechnungen des Füllzustandes mit Hilfe der Charakteristikenmethode durch, wobei auch er für steile Trichter den aktiv-plastischen Spannungszustand annahm und dementsprechend die Ergebnisse von Walters sowie den Grenzwinkel  $\Theta_G$  in Glg.(3.24) bestätigte. Für etwas flachere Trichter ( $\Theta > \Theta_G$ ) nahm Wilms (wie Walker) einen aktiv-elastischen Spannungszustand und einen hydrostatischen Spannungsanstieg an, und für sehr flache Trichter mit Neigungswinkeln  $\Theta > \Theta_J$  vermutete er, daß sich der Spannungszustand des Siloschaftes im Trichter fortsetzt, d.h. für  $\Theta > \Theta_J$  gelten im Trichter die Berechnungsgleichungen, die für den Siloschaft verwendet werden, wobei sich die Wandnormalspannungen aus einer geometrischen Betrachtung ergeben. Wie für den Siloschaft setzte Wilms für den Trichter bei  $\Theta > \Theta_J$  den aktiv-plastischen Spannungszustand voraus. Der Grenzwinkel  $\Theta_J$  ergibt sich nach [12] zu:

$$\Theta_J = \frac{1}{2} \left[ 180^\circ - \varphi_x - \arcsin \left[ \frac{\sin \varphi_x}{\sin \varphi_e} \right] \right] \quad (3.25)$$

Motzkus [11] analysierte eine Reihe älterer Arbeiten zur experimentellen und theoretischen Ermittlung von Spannungen in Silos. In einer detaillierten Betrachtung der gemessenen Füllspannungen in Trichtern kommt er zu dem Ergebnis, daß die Spannungen niedriger sind als es dem hydrostatischen Spannungsanstieg entspricht. Die von Motzkus durchgeführten Messungen bestätigten diesen Befund. Weiterhin zeigte Motzkus, daß der

aktiv-plastische Spannungszustand an der Trichterwand, wie er von Walters angenommen wurde, im Füllzustand nicht immer erreicht wird. Aufgrund seiner Literaturlauswertungen und Meßergebnisse erarbeitete Motzkus ein Näherungsverfahren zur Berechnung der Trichterspannungen im Füll- und Entleerungszustand. Für den Füllzustand benutzte Motzkus das oben dargelegte Kräftegleichgewicht. Den K-Wert bestimmte er aus Betrachtungen an Spannungskreisen, die die Spannungszustände in Nähe der Trichterwand und direkt an der Trichterwand beschreiben (Bild 3.7). Die recht umfangreiche Herleitung, die im Rahmen dieser Arbeit nur verkürzt wiederholt wird, ist [11] zu entnehmen. Es folgt eine kurze Auflistung der wesentlichen Annahmen und der von Motzkus daraus ermittelten Beziehungen für die K-Werte, wobei hier der Fall der keilförmigen Trichtergeometrie betrachtet wird. Die Herleitung von Motzkus bezieht sich auf die axialsymmetrische und pyramidenförmige Trichtergeometrie und wurde anschließend für keilförmige Trichter erweitert.

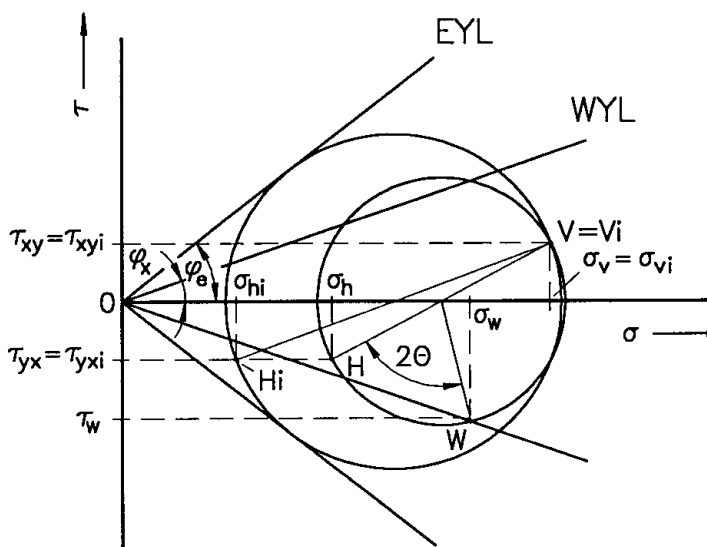
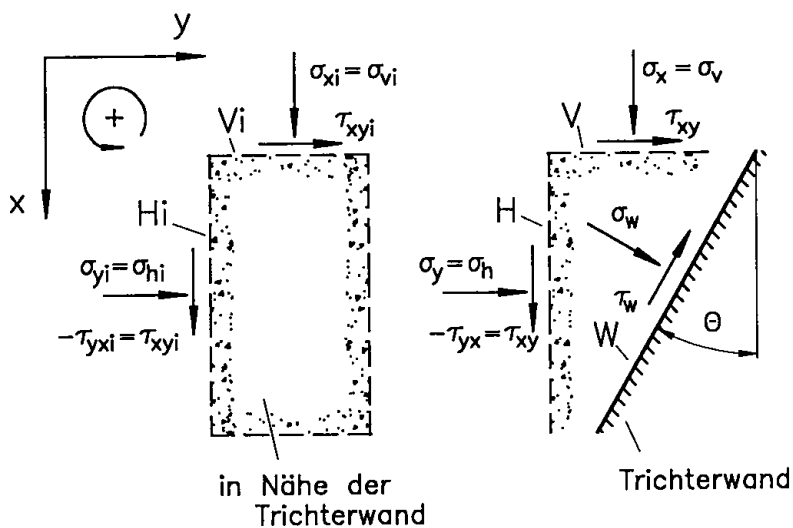


Bild 3.7: Spannungsverhältnisse im Trichter nach Motzkus (Füllzustand)

Für das Schüttgut unmittelbar an der Trichterwand nimmt Motzkus einen elastischen, für das Schüttgut in Nähe der Trichterwand (Index "i") den aktiv-plastischen Spannungszustand an (s. Spannungskreise im Bild 3.7). Weiterhin geht Motzkus von einer über dem Trichterquerschnitt konstanten Vertikalspannung  $\sigma_v$  ( $\sigma_v = \sigma_{vi}$ ) und gleichen Schubspannungen in den vertikalen Schnittebenen H und Hi ( $\tau_{xy} = \tau_{xyi}$ ). Weiterhin nimmt er ein bestimmtes (zunächst unbekanntes) Verhältnis für den mobilisierten Reibungswinkel in der Ebene Hi an, nämlich

$$|\tau_{xyi}/\sigma_{hi}| = \tan \vartheta \quad (3.26)$$

Aus diesen Bedingungen läßt sich durch Anwendung geometrischer Beziehungen aus den Spannungskreisen im Bild 3.7 die Lage des Punktes W auf dem Spannungskreis für die Verhältnisse an der Trichterwand bestimmen. Je nach Trichterneigungswinkel und Schüttguteigenschaften kann der Punkt W der Schnittpunkt mit der größeren oder kleineren Wandnormalspannung sein, d.h. jeder Spannungskreis gilt für zwei Winkel  $\Theta$ , aber für jeden Winkel  $\Theta$  findet man genau einen zugehörigen Spannungskreis. Die Einschränkungen von Walters hinsichtlich der Lage des Punktes W werden bei Motzkus nicht gemacht. Durch Vergleich mit Meßwerten findet Motzkus, daß der Winkel  $\vartheta$  näherungsweise gleich dem Wandreibungswinkel an der Trichterwand  $\varphi_x$  zu setzen ist.

Die im Bild 3.7 dargestellten Verhältnisse gelten für kleine Trichterneigungen  $\Theta$  (steile Trichter). Da bei diesen kleinen Trichterneigungen das Wandfließkriterium erfüllt wird, spricht Motzkus von "Gleitbruch an der Trichterwand". Führt man die Betrachtung der Spannungskreise für immer größere Trichterneigungswinkel durch, so erreicht man bei einem bestimmten Neigungswinkel  $\Theta_F$  einen Zustand, bei dem der Spannungskreis für den Zustand an der Trichterwand identisch mit dem für den Zustand in der Nähe der Trichterwand ist. Für Neigungswinkel  $\Theta > \Theta_F$  erhält man keine Lösungen mehr, die alle Randbedingungen erfüllen. Daher nimmt Motzkus für den Fall  $\Theta > \Theta_F$  an, daß das Wandfließkriterium nicht mehr erfüllt wird, d.h. der Wandreibungswinkel an der Trichterwand ist nur noch zum Teil mobilisiert. Motzkus bezeichnet diesen Zustand als "Materialbruch", d.h. der zugehörige Spannungskreis tangiert den effektiven Fließort (aktiv-plastischer Fließzustand) ohne daß das Wandfließkriterium erfüllt wird. Der Trichterneigungswinkel  $\Theta_F$ , der die Zustände "Gleitbruch" und "Materialbruch" voneinander abgrenzt, ergibt sich aus:

$$\Theta_F = 90^\circ - \arcsin \left[ \frac{\sin \varphi_x}{\sin \varphi_e} \right] \quad (3.27)$$

Die Ergebnisse aus der Herleitung von Motzkus sind nachfolgend (in der Schreibweise dieser Arbeit) aufgeführt. Die angegebenen Werte für  $n$  bzw.  $K$  sind in die oben hergeleiteten Gleichungen für den Spannungsverlauf im Trichter einzusetzen.

Für  $\Theta \leq \Theta_F$  (Gleitbruch) gilt:

$$K = \frac{1 + \lambda_F}{2} - \frac{1 - \lambda_F}{2} \cos(2\Theta) + \mu_F \lambda_F \sin(2\Theta) \quad (3.28)$$

$$n = \mu_F \lambda_F \tan(90^\circ - \Theta) \quad (3.29)$$

Für  $\Theta > \Theta_F$  (Materialbruch) gilt:

$$K = \frac{1 + \lambda_{iF}}{2} - \frac{1 - \lambda_{iF}}{2} \cos(2\Theta) + \mu_{iF} \lambda_{iF} \sin(2\Theta) \quad (3.30)$$

$$n = \mu_{iF} \lambda_{iF} \tan(90^\circ - \Theta) \quad (3.31)$$

mit:

$$\lambda_F = \frac{\{\tan(90^\circ - \Theta) - \mu_{iF}\} - \mu_{iF} \lambda_{iF} \{1 + \mu_{iF}^2 - [\tan(90^\circ - \Theta) - \mu_{iF}]^2\}}{\tan(90^\circ - \Theta) (1 + \tan(90^\circ - \Theta) \cdot \mu_{iF})} \quad (3.32)$$

$$\mu_F = \mu_{iF} \frac{\lambda_{iF}}{\lambda_F} \quad (3.33)$$

$$\lambda_{iF} = \frac{1 - \sin^2 \varphi_x - \sqrt{(1 - \sin^2 \varphi_x)(\sin^2 \varphi_e - \sin^2 \varphi_x)}}{1 + \sin^2 \varphi_x + \sqrt{(1 - \sin^2 \varphi_x)(\sin^2 \varphi_e - \sin^2 \varphi_x)}} \quad (3.34)$$

$$\mu_{iF} = \tan \varphi_x \quad (3.35)$$

Für die Berechnung des Spannungsverlaufes sind die Glgn. (3.21) und (3.22) weiterhin anwendbar, wobei aber  $n$  aus den Glgn. (3.29) bzw. (3.31) einzusetzen ist. Die Glg. (3.17.a) kann hier für  $\Theta > \Theta_F$  zur Berechnung von  $n$  nicht herangezogen werden, da das Wandfließkriterium an der Trichterwand nicht erfüllt wird, d.h.  $\tau_w / \sigma_w < \tan \varphi_x$ . Den

Zusammenhang zwischen  $\sigma_w$  und  $\sigma_v$  geben die K–Werte aus den Glgn.(3.28) und (3.30) an. Die Glgn. (3.28) bis (3.31) gelten für den unendlich langen, keilförmigen Trichter. Für axialsymmetrische oder pyramidenförmige Trichter sind die angegebenen Terme zur Berechnung von n mit dem Faktor 2 zu multiplizieren (Glgn.(3.29) und (3.31)).

Übersichten über die von anderen Autoren vorgeschlagenen Methoden zur Bestimmung des K–Wertes finden sich bei Motzkus [11] und Hampe [28]. Neben den vorgestellten Verfahren, die auf der Annahme bestimmter Spannungszustände beruhen und bei denen die entsprechenden K–Werte durch geometrische Betrachtungen am Spannungskreis ermittelt werden, geben McLean [62] und Roberts [42] Vorschläge zur Ermittlung der Vertikalspannung im Bereich der Auslauföffnung, die zum Teil auf empirischen Werten basieren. Die Vertikalspannung ist für die Dimensionierung eines Austragorganes von besonderer Bedeutung, da das Schüttgut vom Austragorgan unter den an der Auslauföffnung wirkenden Spannungen bewegt werden muß.

Die Ausführungen von McLean [62] beruhen auf dem am Anfang des Abschnittes 3.2 gezeigten Kräftegleichgewicht am Scheibenelement im Trichter und den daraus erhaltenen Gleichungen (3.21) und (3.22) für die Vertikalspannungen im Trichter. McLean wählte die Werte von K bzw. n durch Vergleich mit Meßwerten, die er beim Füllen eines Trichters mit einem wenig kompressiblen Schüttgut erhielt. McLean kam zu den Folgerungen:

- Mit  $n=0$  wird  $K = K_{\min}$  und man erhält den oberen Grenzwert der möglichen Spannungen (hydrostatischer Spannungsanstieg), der eine sehr konservative Abschätzung der Vertikalspannung an der Auslauföffnung ergibt.
- Zu einer genügend konservativen Abschätzung der Vertikalspannung führt  $n = 1.0$
- Eine gute Schätzung des Mittelwertes der etwas streuenden Versuchsergebnisse liefert  $K = 1.0$  und n nach Glg.(3.17)
- Eine Abschätzung der unteren Grenze der gemessenen Vertikalspannungen ist mit  $n = 2$  (keilförmiger Trichter) bzw.  $n = 4$  (axialsymm. Trichter) möglich.

McLean weist darauf hin, daß die Spannungen im Trichter nicht nur von den Schüttguteigenschaften und der Silogeometrie abhängen, sondern auch von der Kompressibilität des Schüttgutes und von der Nachgiebigkeit der Aufhängung des Austragorganes und der Trichterwände. Untersuchungen von Manjunath [31,32] zeigten, daß sich die Vertikalspannung an der Auslauföffnung verringert, wenn das Austragorgan flexibel aufgehängt wird und unter der Last des in den Silo eingefüllten Schüttgutes nachgibt. Ein nachgebendes Austragorgan führt dazu, daß das bereits eingefüllte Schüttgut im Trichter etwas nach unten fließt, wobei eine gewisse Kompression des Schüttgutes in horizontaler Richtung

stattfindet. Der Spannungszustand nähert sich dadurch dem des Entleerens (Abschnitt 3.3). Die dabei ansteigenden Horizontalspannungen führen dazu, daß ein größerer Teil des Schüttgutgewichtes von den Trichterwänden getragen wird, so daß die Vertikalspannung gegenüber einer Anordnung mit einem nicht nachgiebigen Austragorgan kleiner wird. Zu einem ähnlichen Effekt führen nachgiebig aufgehängte Trichterwände (Versuche von Manjunath [31]) sowie kompressible Schüttgüter (Versuche von Egerer [65]). Kompressible Schüttgüter verdichten sich während des Füllens durch die steigenden Spannungen, so daß es wie beim nachgiebigen Austragorgan zu einem Fließen im Trichter kommt.

Auch Jenike [54] weist auf die Verminderung der Vertikalspannung beim Füllen durch eine nachgiebige Aufhängung des Austragorgans hin: er empfiehlt eine Aufhängung, die um etwa 6.5 mm nachgibt, wenn das Austragorgan mit der Vertikalspannung belastet wird, die sich im Entleerungszustand (s. Abschnitt 3.3) ergibt. Quantitative Angaben, wie weit sich die Vertikalspannung durch diese Maßnahme verringern läßt, macht Jenike nicht.

Roberts [42] benutzt ebenso wie McLean die Glgn.(3.21) und (3.22) für die Berechnung der Vertikalspannung an der Auslauföffnung. Die oben geschilderten Einflüsse berücksichtigt er qualitativ durch Wahl entsprechender Werte für  $n$ :

- Völlig inkompressibles Schüttgut, starres Austragorgan: Obere Grenze für die Vertikalspannungen kann erreicht werden (hydrost. Spannungsanstieg):  $n = 0$
- Sehr inkompressibles Schüttgut, steif aufgehängtes Austragorgan:  $n = 0.1$
- Sehr kompressibles Schüttgut, nachgiebig aufgehängtes Austragorgan:  $n = 0.9$
- Mäßig kompressibles Schüttgut, nachgiebig aufgehängtes Austragorgan:  $n = 0.45$

Bezüglich der Berechnung der Trichterspannungen im Füllzustand läßt sich zusammenfassen, daß es zu einem Ansatz gibt, bei denen bestimmte Spannungszustände angenommen und daraus Beziehungen für die Spannungen hergeleitet werden (z.B. Walker und Walters [5,6,8], Motzkus [11]). Diese Ansätze vernachlässigen aber wichtige Einflußgrößen auf den Spannungszustand wie z.B. die Kompressibilität des Schüttgutes oder die Nachgiebigkeit der Aufhängung des Austragorgans. Zum anderen gibt es Beziehungen, die diese Einflußgrößen zwar qualitativ berücksichtigen, aber keine quantitativen Aussagen hinsichtlich dieser Einflußgrößen erlauben (McLean [62], Roberts [42]).

### 3.2.1.1 Berücksichtigung der Stirnwände bei keilförmigen Trichtern

Bei der Herleitung der Gleichungen (3.21) und (3.22) zur Berechnung der Spannungen im Trichter im Füllzustand wurde ein unendlich ausgedehnter, keilförmiger Trichter betrachtet, d.h. die Reibung an den Stirnwänden wurde vernachlässigt. Um so geringer die Länge eines keilförmigen Trichters und um so größer die Reibung an den Stirnwänden ist, um so größer wird der Einfluß der Stirnwände auf die Spannungen sein. Um im Rahmen der vorliegenden Arbeit den Stirnwandeeinfluß berücksichtigen zu können, wird im folgenden das im vorangegangenen Abschnitt betrachtete Kräftegleichgewicht um den Anteil der Stirnwände erweitert.

Zusätzlich zu den im Bild 3.4 eingezeichneten Kräften ist die entgegen der Schwerkraft, also in  $z$ -Richtung, wirkende Reibungskraft an beiden Stirnseiten des betrachteten Schüttgutelementes zu berücksichtigen. Die Reibungskraft an einer Stirnseite ergibt sich aus dem Produkt aus der Wandschubspannung  $\tau_{wS}$  an der Stirnseite und der Stirnfläche  $dA_S$  des Schüttgutelementes. Erweitert man das Kräftegleichgewicht (Glg.(3.11)) entsprechend, ergibt sich:

$$d\{A\sigma_v\} + g\rho_b A dz = \sin\Theta \sigma_w dA_M + \cos\Theta \tau_w dA_M + 2\tau_{wS} dA_S \quad (3.36)$$

Der Wandreibungswinkel an der Stirnwand  $\varphi_x$  (Annahme, daß die Wandreibung voll mobilisiert ist) liefert den Zusammenhang zwischen der Normalspannung  $\sigma_{hS}$  auf die Stirnwand und der Schubspannung  $\tau_{wS}$ :

$$\tan\varphi_x = \tau_{wS}/\sigma_{hS} \quad (3.37)$$

Stirnfläche  $dA_S$  des Scheibenelementes:

$$dA_S = 2 z dz \tan\Theta \quad (3.38)$$

Das Verhältnis der auf die Stirnwand wirkenden Horizontalspannung  $\sigma_{hS}$  zur mittleren Vertikalspannung  $\sigma_v$  wird als konstant angenommen und gleich  $\lambda_S$  gesetzt:

$$\lambda_S = \sigma_{hS}/\sigma_v \quad (3.39)$$

Die Tiefe  $t$  wird gleich der Silolänge  $l_S$  gesetzt. Damit ergibt sich für die Mantelfläche  $dA_M$  aus Glg.(3.13) und die Querschnittsfläche  $A$  aus Glg.(3.14):



$$dA_M = 2 l_S \frac{dz}{\cos\Theta} \quad (3.40)$$

$$A = 2 l_S z \tan\Theta \quad (3.41)$$

Die Differentialgleichung für den Verlauf der Vertikalspannung erhält mit den eingeführten Änderungen die Form:

$$\frac{d\sigma_v}{dz} - \frac{\sigma_v}{z} \left[ K \left[ 1 + \frac{\tau_w/\sigma_w}{\tan\Theta} \right] - 1 \right] - \lambda_S \sigma_v \frac{2 \tan\varphi_x}{l_S} = -g \rho_b \quad (3.42)$$

Bei voll mobilisiertem Wandreibungswinkel an den geneigten Trichterwänden kann Glg.(3.12) in Glg.(3.42) eingesetzt werden. Mit der in Glg.(3.17) eingeführten Abkürzung  $n$  folgt aus Glg.(3.42):

$$\frac{d\sigma_v}{dz} - n \frac{\sigma_v}{z} - \lambda_S \sigma_v \frac{2 \tan\varphi_x}{l_S} = -g \rho_b \quad (3.43)$$

Die Terme in Glg.(3.43) werden nach Multiplikation mit  $h_0/(g\rho_b h_0)$  dimensionslos ( $h_0$ : Trichterhöhe, s. Skizze im Bild 3.8):

$$\frac{d\{\sigma_v/(g\rho_b h_0)\}}{d\{z/h_0\}} - n \frac{\sigma_v/(g\rho_b h_0)}{z/h_0} - \frac{\sigma_v}{g\rho_b h_0} 2\lambda_S \tan(\varphi_x) \frac{h_0}{l_S} = -1 \quad (3.43.a)$$

Für  $l_S \rightarrow \infty$  erhält man aus Gleichung (3.43) die bereits im vorangegangenen Abschnitt hergeleitete Beziehung, bei der der Einfluß der Stirnwände vernachlässigt wurde. Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (3.43) ist eine unendliche Reihe, d.h. es ergibt sich keine einfache Gleichung zur Berechnung der Vertikalspannung. Daher erfolgte die Lösung der Differentialgleichungen in dieser Arbeit mit numerischen Verfahren (zweistufiges Differenzenverfahren). Um den Einfluß der Stirnwände auf die Spannungen zu zeigen, ist im Bild 3.8 der Verlauf der Vertikalspannung über der Höhe in dimensionsloser Form für einen Trichter ohne Auflast ( $\sigma_{v0} = 0$ ) dargestellt. Die im linken Diagramm eingezeichneten Kurven gelten jeweils für den Fall  $n=1$ , die im rechten Teil für  $n = 0$ ; variiert wurde der dimensionslose Term ( $\lambda_S \tan\varphi_x h_0/l_S$ ) im Bereich von 0 bis 10. Für den später zu beschreibenden Versuchsilos und die verwendeten Schüttgüter nimmt dieser Term Werte bis etwa 0.45 an, so daß nach Bild 3.8 mit einem merklichen Einfluß der Stirnwände auf die Spannungen gerechnet werden muß. Daher werden die meisten Berechnungen in dieser Arbeit unter Berücksichtigung der Stirnwände durchgeführt.

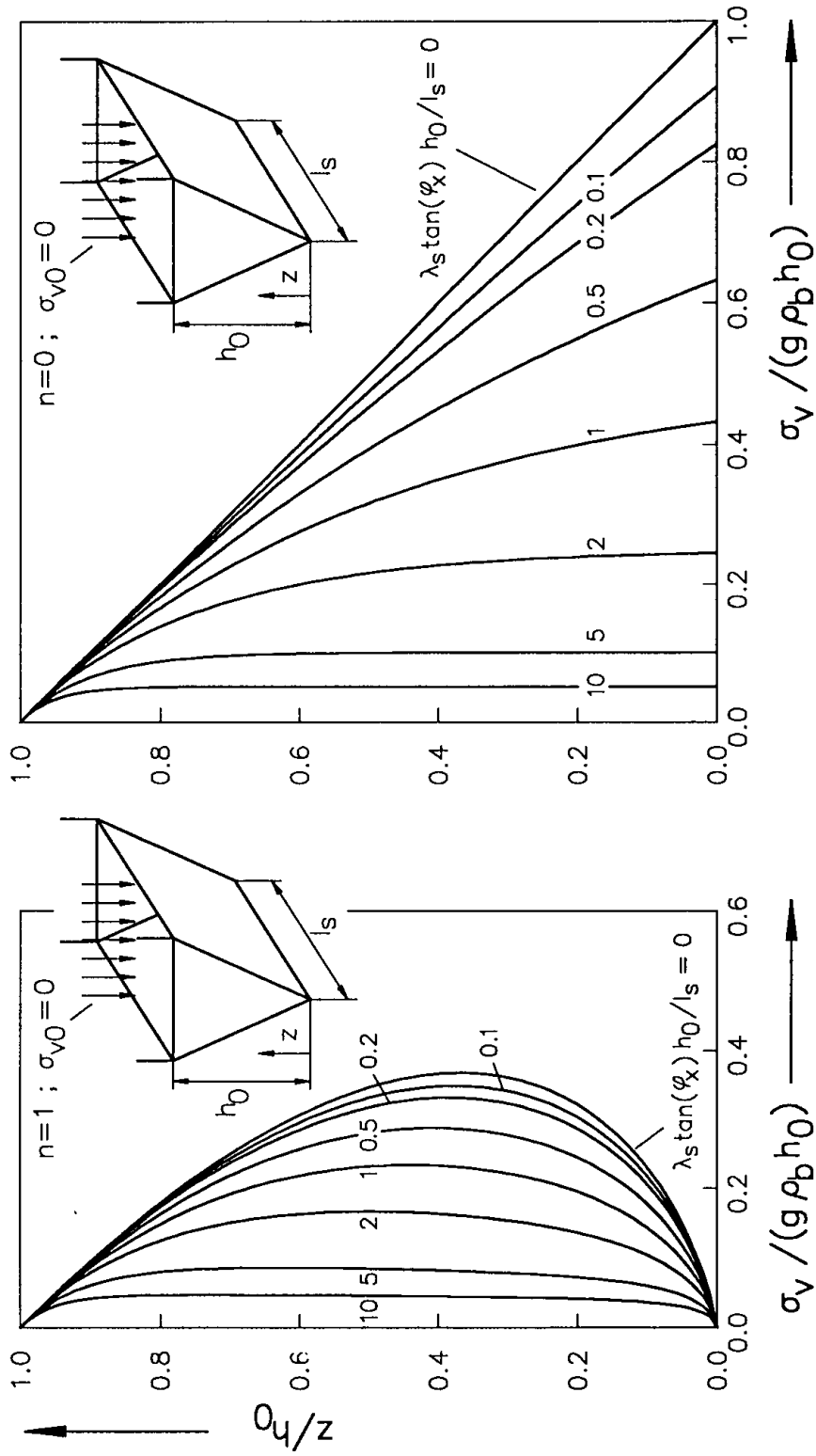


Bild 3.8: Dimensionslose Vertikalspannung  $\sigma_v / (g \rho_b h_0)$  im Trichter für  $n = 0$  und  $n = 1$  unter Berücksichtigung des Einflusses der Stirnwände

### 3.2.2 Entleerungszustand

Beim Schüttgutabzug aus einem Massenflußsilo stellt sich im Trichter der bereits im Abschnitt 2.3 beschriebene Entleerungszustand (passiver Spannungszustand) ein. Der Entleerungszustand zeichnet sich dadurch aus, daß die größte Hauptspannung  $\sigma_1$  in der Trichterachse in horizontaler Richtung wirkt. Im unteren Trichterbereich sind die Spannungen proportional zum Trichterdurchmesser (axialsymmetrischer Trichter) bzw. zur Trichterbreite (keilförmiger Trichter). Man bezeichnet diesen Spannungsverlauf als "radiales Spannungsfeld". Im Übergangsbereich vom Siloschaft zum Trichter bildet sich eine Spannungsspitze, der sogenannte "switch", aus [3,23,28,35,39,42,43,54].

Zur Berechnung der Spannungen im unteren Trichterbereich (radiales Spannungsfeld) entwickelte Jenike [3,56] eine Theorie, die neben der Berechnung der Spannungen die Auslegung von Trichtern für Massenfluß und zur Vermeidung von Brücken- und Schachtbildung erlaubt. Jenike geht davon aus, daß sich das Schüttgut im Entleerungszustand im passiv-plastischen Spannungszustand befindet, d.h. die entsprechenden Spannungskreise tangieren den effektiven Fließort, wobei die größte Hauptspannung  $\sigma_1$  in der Trichterachse in horizontaler Richtung wirkt. Den Spannungszustand an der Trichterwand beschreibt der im Bild 3.9 gezeichnete Spannungskreis, wobei für die auf die Trichterwand wirkende Spannung der Schnittpunkt des Spannungskreises mit dem Wandfließort maßgeblich ist, der die größere Wandnormalspannung aufweist. Nicht bekannt ist

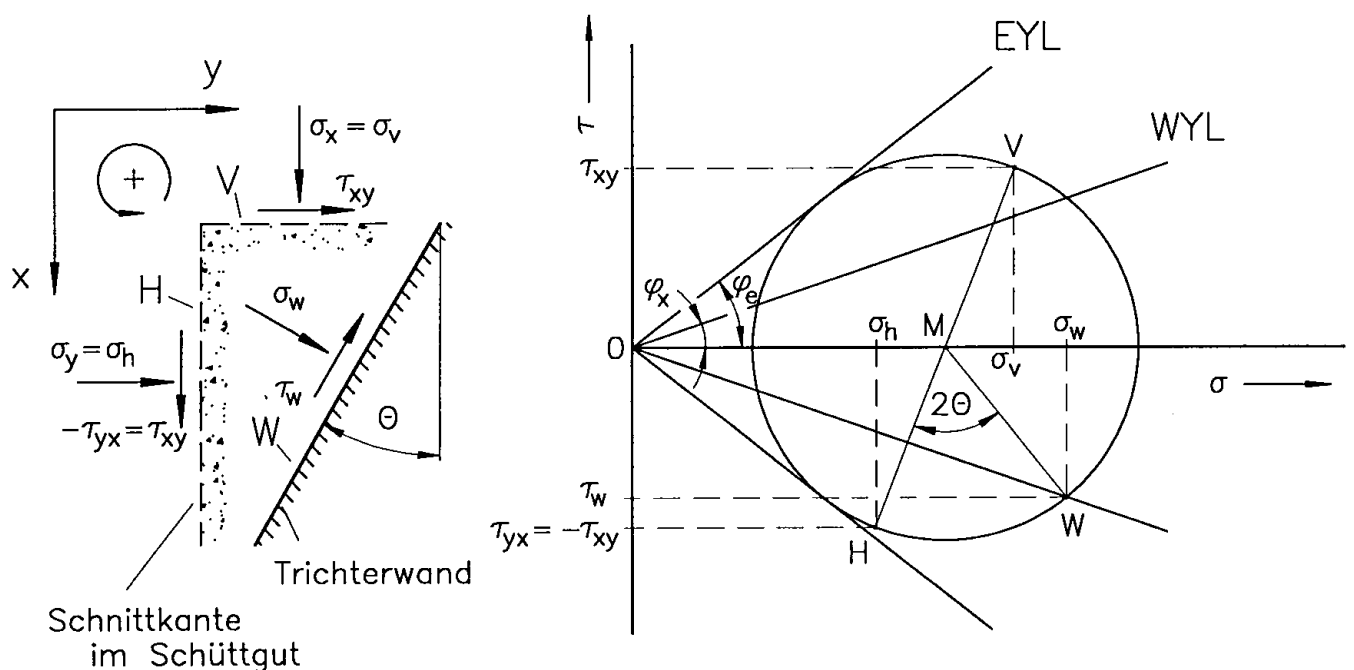


Bild 3.9: Spannungsverhältnisse an der Trichterwand im Entleerungszustand

zunächst die Spannungsverteilung über dem Trichterquerschnitt, die Jenike mit der Charakteristikenmethode numerisch ermittelte. Jenike präsentierte seine Ergebnisse in Form von Diagrammen. Aus diesen Diagrammen lassen sich neben den zur Siloauslegung notwendigen Größen die Wandnormalspannungen und die Vertikalspannungen an der Auslauföffnung ablesen. Beschreibungen der Vorgehensweise bei der Herleitung des radialen Spannungsfeldes finden sich auch bei Schwedes [23] und Molerus [39].

Die im Abschnitt 3.2 (Füllzustand) beschriebene Scheibenelementmethode wurde von Walker und Walters [5,6,8] und Motzkus [11] auch zum Berechnen des Entleerungszustandes benutzt, wobei der wesentliche Unterschied zur Berechnung des Füllzustandes in der Wahl anderer (größerer)  $K$ -Werte liegt. Die einzelnen Methoden unterscheiden sich vor allem in den Annahmen für die Spannungsverteilung über dem Trichterquerschnitt. Die Ergebnisse von Walker und Walters verglich Enstad [9] mit denen Jenikes und kam zu dem Ergebnis, daß die Übereinstimmung nicht für alle Fälle befriedigend war. Enstad entwickelte daraufhin eine Scheibenelementmethode, bei der das Kräftegleichgewicht an gekrümmten Scheibenelementen mit konstantem Krümmungsradius betrachtet wurde. Mit dieser Methode konnte gegenüber den Scheibenelementmethoden von Walker und Walters eine bessere Übereinstimmung mit den Resultaten Jenikes erzielt werden.

Eine weitere Methode zur Berechnung der Spannungen im Trichter im Entleerungszustand präsentierte Benink [10] in Form der von ihm als "arc theory" bezeichneten Methode. Das Kräftegleichgewicht führte er an gekrümmten Scheibenelementen durch, deren Kontur er durch eine Exponentialfunktion beschrieb. Die Parameter der Exponentialfunktion paßte Benink durch Vergleich an die Ergebnisse Jenikes an.

Die nur in Form von Diagrammen vorliegenden Ergebnisse Jenikes sind für eine weitere Verarbeitung in Rechenanlagen unpraktisch. Arnold und McLean veröffentlichten daher analytische Lösungen für die Trichterspannungen im Entleerungszustand. Bei der Herleitung dieser Lösungen stützten sie sich zunächst auf die Berechnungen von Walters [66]. Später erfolgte eine weitere Verbesserung dieser Lösungen (Verbesserung im Sinne einer weiteren Angleichung an die Ergebnisse Jenikes) auf der Grundlage der Methode von Enstad [43,67]. Die Ergebnisse von Arnold und McLean für die mittlere Vertikalspannung  $\sigma_{va}$  an der Auslauföffnung des Trichters und die Wandnormalspannung  $\sigma_w$  im Bereich des radialen Spannungsfeldes sind:

$$\sigma_{va} = g \rho_b b \cdot (4/3)^m \frac{1}{4 \tan \Theta} \left[ \frac{2 \sigma_{wa} (\tan \Theta + \tan \varphi_x)}{g \rho_b b} - \frac{1}{1+m} \right] \quad (3.44)$$

$$\sigma_w = g \rho_b \cdot 2 z \tan \Theta \cdot \frac{Y (1 + \sin \varphi_e \cos 2\beta)}{2 (X-1) \sin \Theta} \quad (3.45)$$

mit:

b : Auslaufbreite bzw. Auslaufdurchmesser

m : Geometrie-Parameter:

m = 0 : keilförmiger Trichter

m = 1 : axialsymmetrischer Trichter

$\sigma_{wa}$  : Wandspannung an der Auslauföffnung des Trichters (folgt aus Glg.(3.45)):

$$\sigma_{wa} = g \rho_b b \cdot \frac{Y (1 + \sin \varphi_e \cos 2\beta)}{2 (X-1) \sin \Theta} \quad (3.46)$$

$$X = \frac{2^m \sin \varphi_e}{1 - \sin \varphi_e} \left[ \frac{\sin(2\beta + \Theta)}{\sin \Theta} + 1 \right] \quad (3.47)$$

$$Y = \frac{\{2[1 - \cos(\beta + \Theta)]\}^m (\beta + \Theta)^{1-m} \sin \Theta + \sin \beta \sin^{1+m}(\beta + \Theta)}{(1 - \sin \varphi_e) \sin^{2+m}(\beta + \Theta)} \quad (3.48)$$

$$\beta = 0.5 \left[ \varphi_x + \arcsin \left[ \frac{\sin \varphi_x}{\sin \varphi_e} \right] \right] \quad (3.49)$$

Die Wandspannungen  $\sigma_w$  im Trichter lassen sich auch mit Hilfe der Glgn. (3.17) und (3.21) bzw. (3.22) berechnen. Für diesen Fall ist der maximale K-Wert ( $K_{\max}$ ), der sich beim Fließen des Schüttgutes im Trichter einstellt (passiv-plastischer Spannungszustand), einzusetzen [31,32,42,56,68]. Jenike bestimmte die Werte von  $K_{\max}$  aus den Verhältnissen von Wandnormalspannung und mittlerer Vertikalspannung im Trichter, die sich aus seinen Berechnungen ergaben.  $K_{\max}$  wird von Jenike in Form von Diagrammen für verschiedene Schüttguteigenschaften ( $\varphi_e, \varphi_x$ ) und Trichtergeometrien angegeben [56].

Roberts et al. [42,68] schlagen vor,  $K_{\max}$  mit Hilfe der Glgn.(3.44) und (3.46), die auf der Methode Enstads [9] beruhen, zu berechnen. Da der K-Wert das Verhältnis von Wandnormalspannung  $\sigma_w$  zu mittlerer Vertikalspannung  $\sigma_v$  ist und beides entsprechend der Glgn.(3.44) und (3.46) für den Entleerungszustand an der Auslauföffnung zu berechnen ist, ist  $K_{\max}$ :

$$K_{\max} = \frac{\sigma_{wa}}{\sigma_{va}} \quad (3.50)$$

Nach Einsetzen des aufgrund der Theorien von Jenike oder Enstad berechneten Wertes von  $K_{\max}$  für  $K$  in die auf einer einfachen Scheibenelementmethode beruhenden Glgn. (3.17) und (3.21) bzw. (3.22) kann der Wandspannungsverlauf im Trichter im Entleerungszustand berechnet werden, und zwar nicht nur für den Bereich des radialen Spannungsfeldes, sondern auch für den Bereich der Spannungsspitze im oberen Teil des Trichters. Allerdings sollte der für den "switch" ermittelte Zahlenwert kritisch betrachtet werden, da er u. a. von der Nachgiebigkeit der Silowände und von der Kompressibilität und Elastizität des Schüttgutes abhängt. Auch die experimentelle Erfassung des "switch" ist problematisch, da aufgrund der starken Spannungsgradienten im Bereich des "switch" zur Messung der Wandspannungen Meßaufnehmer mit sehr kleinen Meßflächen notwendig sind [28].

Berechnet man die Vertikalspannung auf das Austragorgan nach Glg.(3.44), so unterschätzt man nach Roberts et al. [42,68] die Vertikalspannung, da mit dieser Beziehung der Bereich zwischen Auslauföffnung und Austragorgan nicht berücksichtigt wird, in dem Roberts eine Umorientierung der Spannungen vermutet. Roberts et al. empfehlen daher eine Modifikation der Berechnung insofern, daß angenommen wird, daß die auf das Austragorgan wirkende Vertikalspannung  $\sigma_{vg}$  gleich der größten Hauptspannung an der Auslauföffnung  $\sigma_{1a}$  (die im Entleerungszustand in der Trichterachse in horizontaler Richtung wirkt) ist. Die Vertikalspannung am Austragorgan  $\sigma_{vg}$  ergibt sich demnach zu:

$$\sigma_{vg} = \sigma_{1a} = g \rho_b b \frac{Y (1 + \sin\varphi_e)}{2 (X - 1) \sin\Theta} \quad (3.51)$$

### 3.3 Spannungsberechnung für das Gesamtsystem Silo–Austragorgan

Zur Berechnung der Spannungen in einem Silo, wie es beispielhaft im Bild 3.10 gezeigt ist, werden die einzelnen Abschnitte (Siloschaft, Trichter, Schürze) nacheinander betrachtet, wobei die Berechnung an der Schüttgutoberfläche beginnt und sich nach unten hin fortsetzt. Im Rahmen dieser Arbeit werden die im Bild 3.10 gezeigten Bezeichnungen benutzt.

Zuerst werden die Spannungen im Siloschaft (Abschnitt 3.1) berechnet. Die Vertikalspannung an der Unterkante des Schaftes erhält die Bezeichnung  $\sigma_{v0}$ . Danach erfolgt die Berechnung der Spannungen im Trichter (Abschnitt 3.2.1 oder 3.2.2, je nach

Spannungszustand) unter der Beachtung der Randbedingung, daß auf das Schüttgut im Trichter die am unteren Ende des Siloschaftes wirkende Spannung  $\sigma_{v0}$  lastet. Die Vertikalspannung an der Trichterunterkante (Bezeichnung  $\sigma_{va}$ , Bild 3.10.a und b) wird wiederum als Auflast für die Berechnung des Spannungsverlaufes in der Schürze zugrundegelegt (Vertikalteil mit Auflast, Glg.(3.5)). An der Unterkante der Schürze wirkt die Vertikalspannung  $\sigma_{vs}$ . Auf das Austragorgan wirkt die Spannung  $\sigma_{vg}$  (dargestellt im Bild 3.10.b). Die an den Übergängen wirkenden Wandnormalspannungen  $\sigma_w$  werden mit den entsprechenden Indizes bezeichnet.

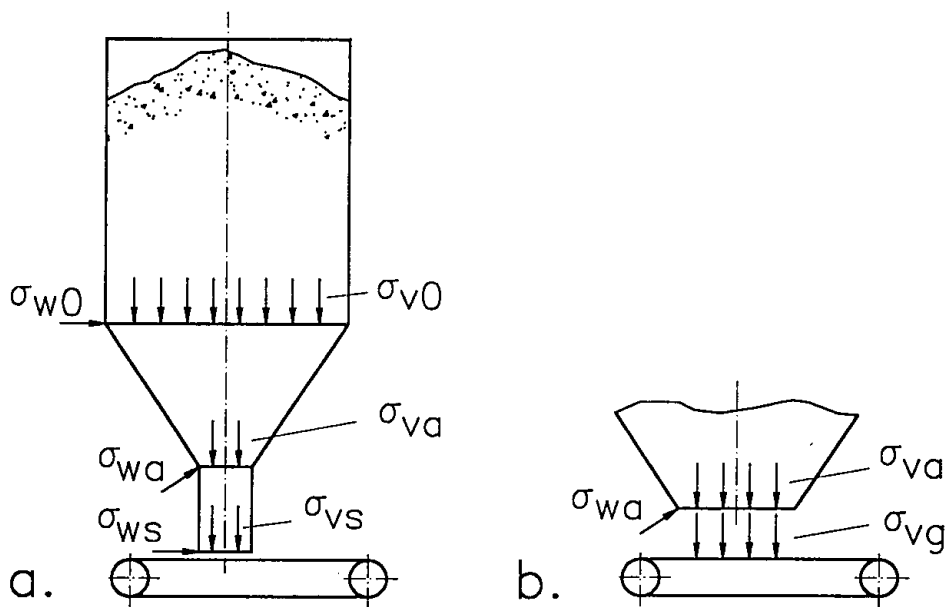


Bild 3.10: Aufteilung des Silos und Bezeichnung der Spannungen

### 3.4 Austragorgane

Eine Reihe von Arbeiten beschäftigte sich mit der Untersuchung von Austragorganen. Im Vordergrund der vorwiegend experimentellen Arbeiten standen die Ermittlung der Antriebskraft und die Frage, wie mit bestimmten Austragorganen ein möglichst gleichmäßiger Schüttgutabzug zu erzielen ist und die Bildung toter Zonen (s. Bild 2.10) zu vermeiden ist (z.B. Hager [19,70], Geißler [20]). In einer Reihe von Literaturstellen werden vor allem aus praktischen Erfahrungen resultierende Empfehlungen zur Gestaltung von Austragorganen und zur Abschätzung der Antriebskraft gegeben (z.B. Jenike [3], Reisner und v.Eisenhart Rothe [22], Roberts et al. [42,62], Schwedes [23], Wilms u. Schwedes [41]).

Neuere, vorwiegend theoretische Arbeiten beschäftigen sich detailliert mit dem Einfluß der Geometrie des Austragorgans auf das Austragverhalten. Schumacher [21] untersuchte Austragschnecken und gibt neben Berechnungsgleichungen für Massenstrom und Antriebsdrehmoment eine Empfehlung zur Gestaltung der Schneckengeometrie für einen gleichmäßigen Schüttgutabzug über dem Austragschlitz an. Rademacher [24,71] untersuchte das Austragverhalten von Gurtförderern und Plattenbändern mit Hilfe eines einfachen Berechnungsmodells. Rademacher betrachtete den Bereich des Überganges vom Trichter zum Austragorgan (Bild 3.11). Er nahm an, daß das Schüttgut in einer um den Winkel  $\delta$  zur Gurtoberfläche geneigten Ebene A seine Richtung ändert, d.h. in der Ebene A findet eine Scherung statt. Die Lage der Scherebene A wird durch die Auslaufschlitzhöhe  $h_V$  am vorderen Ende des Austragschlitzes und den Abstand der Schürze vom Gurt  $h_R$  am hinteren Ende des Austragschlitzes vorgegeben. An dem Schüttgutelement, das sich zwischen der Scherebene A und dem Gurt befindet, wird ein Kräftegleichgewicht aufgestellt, das die Gewichtskraft des Schüttgutelementes und die Kräfte (Normal- und Scherkräfte) an der Scherebene A, der Gurtoberfläche und den seitlichen Schürzen berücksichtigt. Außerdem gehen geometrische Parameter (Neigung des Gurtes  $\alpha_g$ , Geometrie von Schürzen und Auslauftrichter) und die Fließeigenschaften des Schüttgutes (Wandreibungswinkel  $\varphi_x$  an Gurt und Schürze, effektiver Reibungswinkel  $\varphi_e$ ) in die Berechnung ein. Als Ergebnis erhält Rademacher eine Beziehung für den Reibungswinkel, der an der Gurtoberfläche mobilisiert werden muß, um das betrachtete Schüttgutelement auszutragen. Rademacher folgert, daß dieser Reibungswinkel nicht unterschritten werden darf (d.h. Fördergurt/Plattenband müssen eine gewisse Mindestrauigkeit aufweisen), um einen Schüttgutaustrag über der gesamten Austragöffnung zu erhalten. Weiterhin erlauben die Berechnungen Rademachers eine genauere Angabe der zu erwartenden Antriebskraft des Austragorgans.

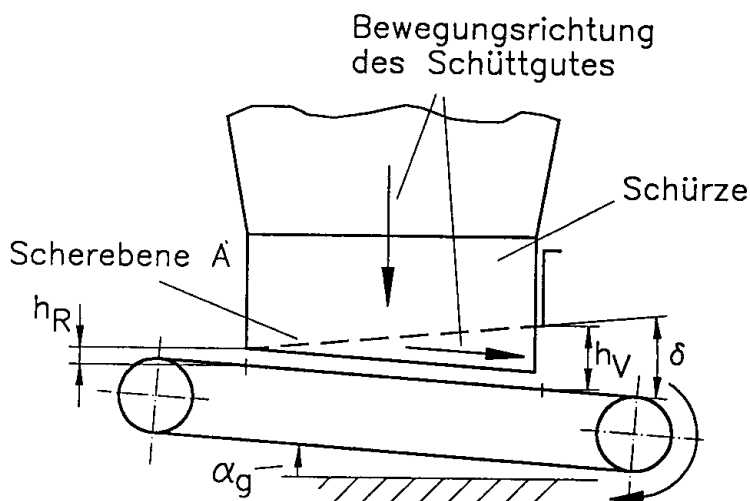


Bild 3.11: Vorgänge am Übergang vom Trichter zum Austragorgan



Die zum Schüttgutaustrag notwendige Horizontalkraft  $F_h$ , die vom Gurtförderer oder Plattenband aufgebracht werden muß, ergibt sich aus dem Produkt der auf das Austragorgan wirkenden Vertikalkraft  $F_{vg}$  und einem Reibungskoeffizienten  $\mu$ :

$$F_h = \mu \cdot F_{vg} \quad (3.52)$$

Die Vertikalkraft  $F_{vg}$  ergibt sich aus der Vertikalspannung  $\sigma_{vg}$  am Austragorgan und der Fläche  $A$  der Auslauföffnung  $A$ :

$$F_v = \sigma_{vg} \cdot A \quad (3.53)$$

Nach den Berechnungen und Messungen von Rademacher [24] erhält man akzeptable Ergebnisse, wenn man für  $\mu$  etwa 80% des Wertes des Koeffizienten der inneren Reibung einsetzt; der Koeffizient der inneren Reibung ist der Tangens des inneren Reibungswinkels, für den als Abschätzung der effektive Reibungswinkel  $\varphi_e$  eingesetzt wird:

$$\mu = 0.8 \cdot \tan\varphi_e \quad (3.54)$$

Nach Ergebnissen von Manjunath und Roberts [32] und Roberts [42] ist für  $\mu$  einzusetzen:

$$\mu = 0.8 \cdot \sin\varphi_e \quad (3.55)$$

Andere Autoren geben die folgenden Beziehungen für die Abzugskraft eines Gurtförderers an:

Johanson [72]

$$\mu = \sin(\varphi_e) \quad (3.56)$$

Reisner [22] und Bruff [73]

$$\mu = 0.4 \quad (3.57)$$

Zieht ein Austragorgan das Schüttgut nur in Teilbereichen der Austragöffnung ab, so entsteht auch in einem für Massenfluß ausgelegtem Silo Kernfluß (s. Bild 2.12). Das Schüttgut fließt dabei u.U. nur in Randzonen des Silos nach unten (exzentrisches Entleeren). Die Spannungen im Silo sind beim exzentrischen Entleeren sehr ungleichmäßig über dem Umfang, was sowohl Messungen (Motzkus [11], Frese [25], Blackler und Wood [30])

als auch Berechnungen (Gladen [26], Eibl u. Häußler [27], McLean et al. [29]) zeigen.

Die Auswirkungen eines ungleichmäßigen Schüttgutabzugs, bei dem zwar über der gesamten Auslauföffnung Schüttgut abgezogen wird und das ganze im Silo befindliche Schüttgut in Bewegung ist (Massenfluß), aber die Geschwindigkeit des Schüttgutes über dem Siloquerschnitt variiert, wurden in den genannten Arbeiten nicht untersucht. Da viele Austragorgane das Schüttgut ungleichmäßig schnell über der Auslauföffnung abziehen, stellt sich die Frage, inwieweit in diesem Fall die Annahme des von Jenike berechneten radialen Spannungsfeldes gültig ist.

Den Einfluß der Nachgiebigkeit des Austragorgans auf die Spannungen im Füllzustand untersuchte Manjunath experimentell [31,32]. Er konnte zeigen, daß sich mit zunehmender Nachgiebigkeit geringere Vertikalspannungen auf das Austragorgan im Füllzustand einstellen. Zur quantitativen Berechnung des Einflusses der Steifigkeit macht Manjunath keine Angaben.

## 4 Versuchsaufbauten und Versuchsmaterialien

### 4.1 Versuchssilo

Die Versuchsanlage besteht im wesentlichen aus dem Versuchssilo und einem Gurtförderer, der unter dem Auslaufschlitz aufgehängt ist (Bilder 4.1 und 4.2). Um eine möglichst einfache Variation der Trichtergeometrie (Trichterneigungswinkel  $\Theta$ , Auslaufschlitzbreite  $b$ ) zu gewährleisten, wurde für den Trichter die keilförmige Geometrie (ebener Fließzustand) gewählt. Die Silogröße und damit der Bereich der realisierbaren Auslaufgrößen wurden so ausgewählt, daß die zu untersuchenden kohäsiven Schüttgüter ohne Probleme (Brückenbildung) ausgetragen werden können.

Die Bilder 4.1 und 4.2 zeigen den Aufbau des Silos. Zwischen den Stützpfeilern 1, die durch Querstreben verbunden sind und so ein eigenständiges, stabiles Gestell bilden, ist der eigentliche Silo befestigt, dessen Wände aus Plexiglas (20 mm Wandstärke) sind. Die Vorderwand 2 und die Rückwand 3 bestehen aus je zwei übereinander angeordneten Plexiglasplatten (Breite 840 mm, Höhe 2000 mm), die mit den vorderen bzw. hinteren zwei Stützpfeilern verschraubt sind. Die Plexiglasplatten sind mit außen angebrachten Querstreben 8 versteift, um Durchbiegungen zu vermindern, da diese einen Einfluß auf die im Silo auftretenden Spannungen haben können. Die Vorderwand 2 und die Rückwand 3 besitzen auf ihren Innenseiten je zwei vertikale Längsnuten über der gesamten Silohöhe, in die die Siloseitenwände 4 (Breite 810 mm, Höhe 1000 mm) von oben her eingeschoben und anschließend mit der Vorder- bzw. Rückwand in jeder beliebigen Höhe verschraubt werden. Durch diese konstruktive Gestaltung der Seitenwände und ihrer Befestigung ist zum einen die Anpassung des Silovertikalteiles an die unterschiedlichen einzustellenden Trichtergeometrien gegeben, zum anderen ist durch die Vertikalnuten in der Vorder- und Rückwand in jeder Einbaulage der Seitenwände die genaue Maßhaltigkeit des Querschnittes des Vertikalteiles gewährleistet.

Die Trichterseitenwände 5 bestehen ebenfalls aus Plexiglas (Wandstärke 20 mm) und sind außen durch Stahlkonstruktionen versteift. Sie werden von jeweils vier bis sechs Trichterstützen gehalten. Die Trichterstützen bestehen jeweils aus einem Bock 6 mit Innengewinde, der fest mit einem der Stützpfeiler 1 verschraubt wird, und einer im Bock geführten Gewindestange 7, die durch Verdrehen vor- und zurückbewegt werden kann. Am hinteren Ende der Gewindestange befindet sich eine Aufnahme für die zum Verdrehen benötigten Handräder, am vorderen Ende ist eine drehbar gelagerte Befestigungsglasche 9, die mit den Trichterwänden verschraubt wird. Die Trichterwände besitzen zu diesem Zweck an beiden Seiten Winkelstähle 10, die mit Langlöchern versehen sind. Die Kombination der

verstellbaren Trichterwände mit den einschiebbaren Seitenwänden ermöglicht den Aufbau von Silogeometrien, deren Grenzpositionen im Bild 4.1 angedeutet sind: Im Bereich von Auslaufschlitzbreiten  $100 \text{ mm} < b < 300 \text{ mm}$  sind Trichterneigungswinkel  $10^\circ < \Theta < 40^\circ$  gegen die Vertikale möglich. Dabei können prinzipiell neben symmetrischen Auslauftrichtern auch unsymmetrische Auslauftrichter (unterschiedlich steile Trichterseitenwände) realisiert werden. Da die notwendigen Längen der Trichterseitenwände je nach der eingestellten Geometrie unterschiedlich sind, wurden je zwei kleine (Breite 800 mm, Länge 800 mm) und zwei große Trichterwände (Breite 800 mm, Länge 1600 mm) hergestellt. Im Bild 4.1 sind die großen Trichterseitenwände mit durchgezogenen Linien dargestellt, während eine kleine Trichterwand zusätzlich gestrichelt eingezeichnet ist. Die Silolänge in Förderrichtung beträgt 800 mm, die Breite 600 mm. Die Höhe des Vertikalteils variiert je nach Trichterhöhe etwa von 2600 mm bis 3700 mm. Der Gurtförderer 11 hängt an Drahtseilen, die über einen Rahmen 12 mit den Stützfeilern 1 verbunden sind. Der Gurtförderer kann mit Abzugsgeschwindigkeiten von 0.03 m/s bis 0.3 m/s betrieben werden.

Bild 4.3 zeigt die Versuchsanlage mit den geometrischen Größen, die variiert werden können. Neben dem Trichterneigungswinkel gegen die Vertikale  $\Theta$  und der Auslaufschlitzbreite  $b$  sind das:

- $h_{Vu}$  Schlitzhöhe zwischen Gurt und Trichterunterkante an der Vorderwand
- $h_{Vo}$  Schlitzhöhe zwischen Unterkante der Vorderwand und Trichterunterkante
- $h_R$  Schlitzhöhe zwischen Gurt und Trichterunterkante an der Rückwand
- $\alpha_g$  Neigung des Gurtes zur horizontalen Trichterunterkante

Weiterhin zeigt Bild 4.3 die einzelnen Meßaufnehmer, die in der Versuchsanlage verwendet werden:

- Kraftmeßdosen:  
Der Gurtförderer hängt mit Drahtseilen an insgesamt drei Kraftmeßdosen. Die gemessene Kraft setzt sich aus der Gewichtskraft des Gurtförderers, der unter dem Austragschlitz wirkenden Vertikalspannung und der Gewichtskraft des auf dem Gurt befindlichen Schüttgutes zusammen. Weiterhin wird der Gurtförderer über zwei Kraftmeßdosen in horizontaler Richtung abgestützt, um die Abzugskraft direkt, d.h. ohne Umweg über das Antriebsdrehmoment, zu messen.
- Spannungsmeßzellen  
Die im Silo eingesetzten Spannungsmeßzellen wurden im Rahmen dieser Arbeit am Institut für Mechanische Verfahrenstechnik entwickelt. Sie dienen zur Erfassung der

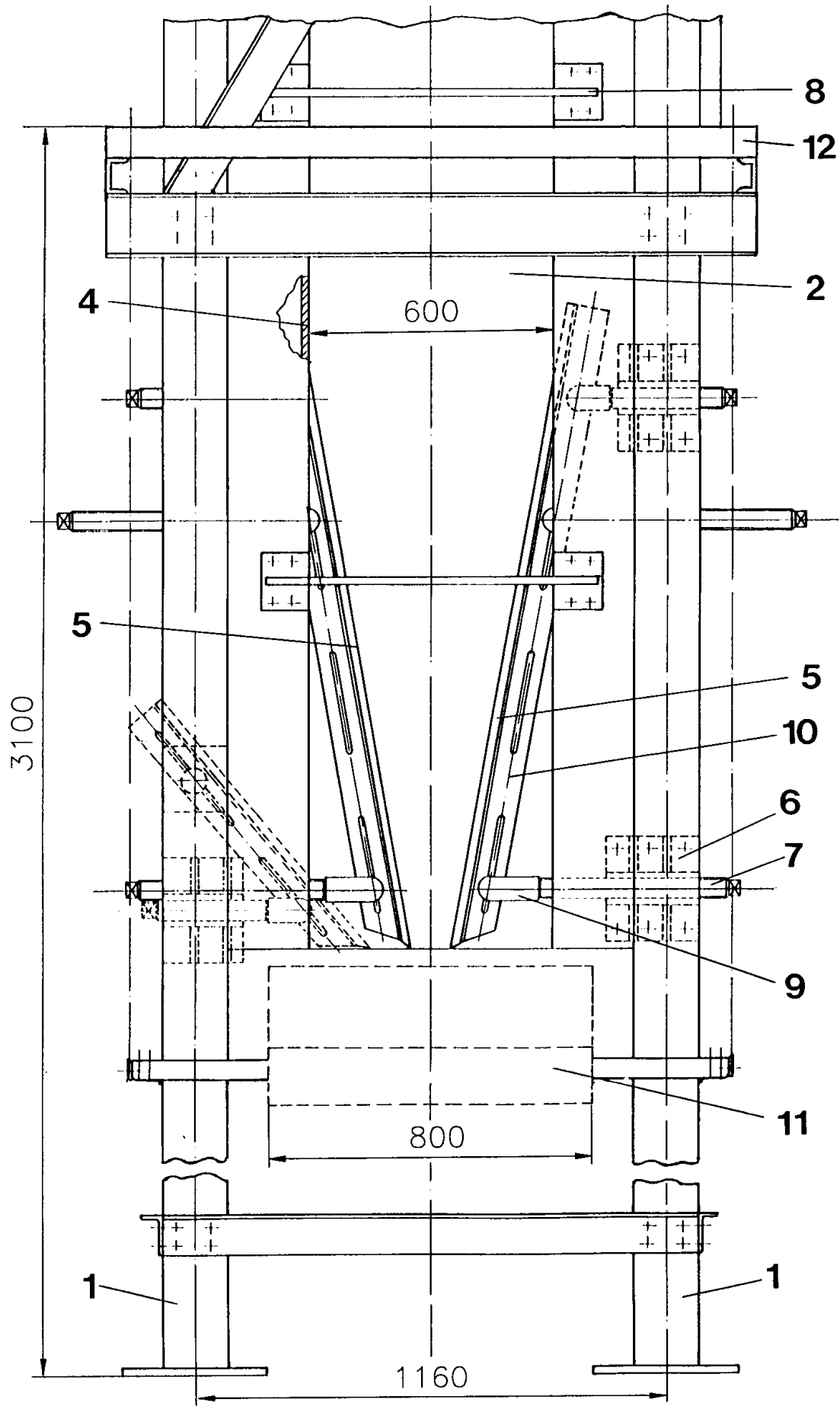


Bild 4.1: Versuchssilo, Ansicht von der Vorderseite

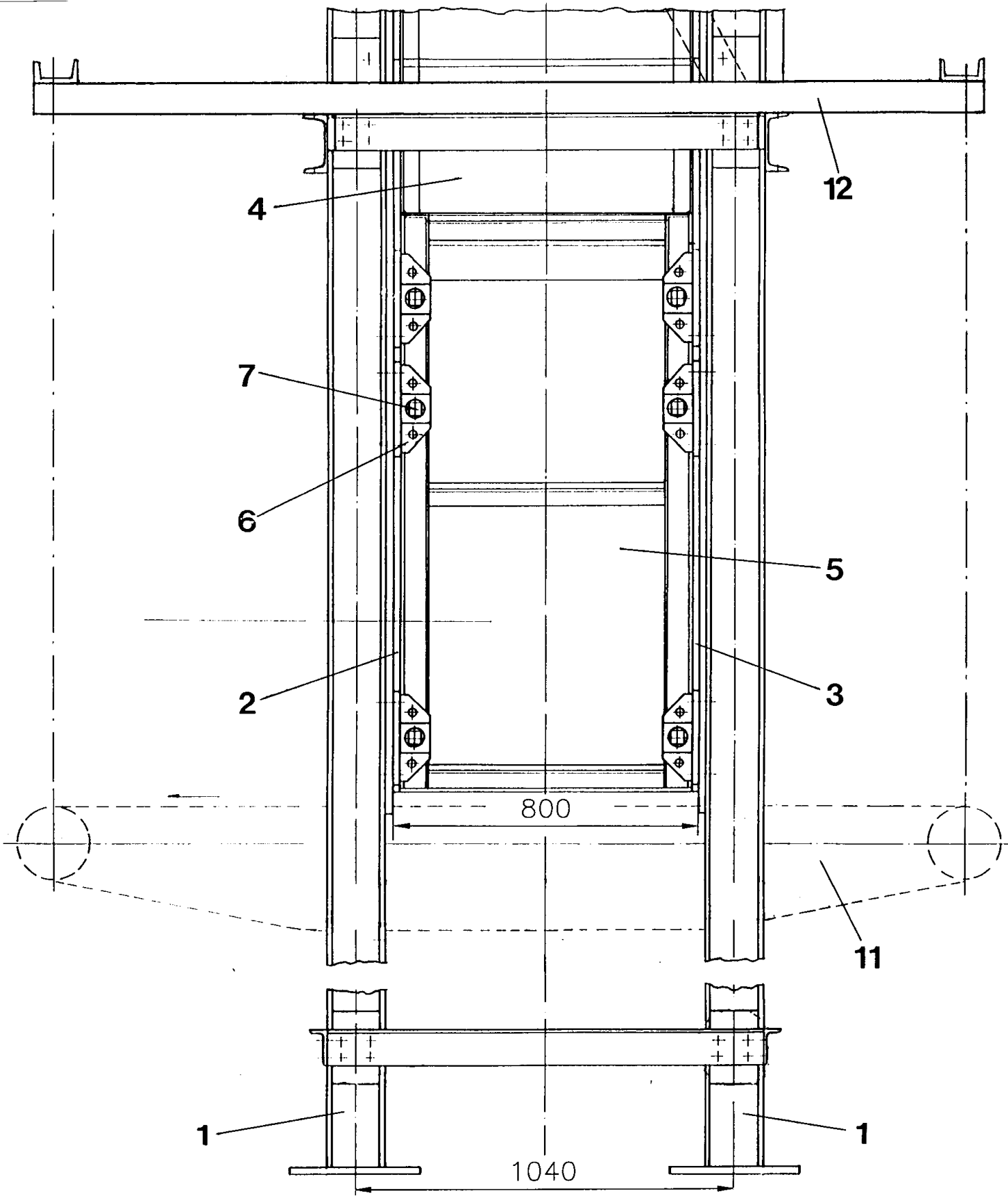


Bild 4.2: Versuchssilo, Seitenansicht

Normal- und Schubspannungen an den Silowänden. Eine eingehende Beschreibung folgt in den Abschnitten 4.1.1 und 4.1.2. Die insgesamt 31 Spannungsmesszellen werden an den Trichterseitenwänden, an der Vorder- und Rückwand des Silos sowie an den Seitenwänden oberhalb des Trichters eingesetzt. Die Einbaupositionen an den Silowänden sind Anhang B zu entnehmen.

– Messung der Belastung des Fördergurtes

Unterhalb des Fördergurtes im Bereich unter dem Auslaufschlitz befinden sich drei ebenfalls im Rahmen dieser Arbeit gefertigte Meßaufnehmer zur Messung der auf den Gurt wirkenden Normalspannungen. Ihre Funktion wird im Abschnitt 4.1.3 beschrieben. Mit diesen Meßaufnehmern wird die Vertikalspannung gemessen, die vom Schüttgut auf den Gurt ausgeübt wird. Durch Verwendung von drei Meßaufnehmern lassen sich Aussagen über die Verteilung der Vertikalspannung über der Austragschlitzlänge machen.

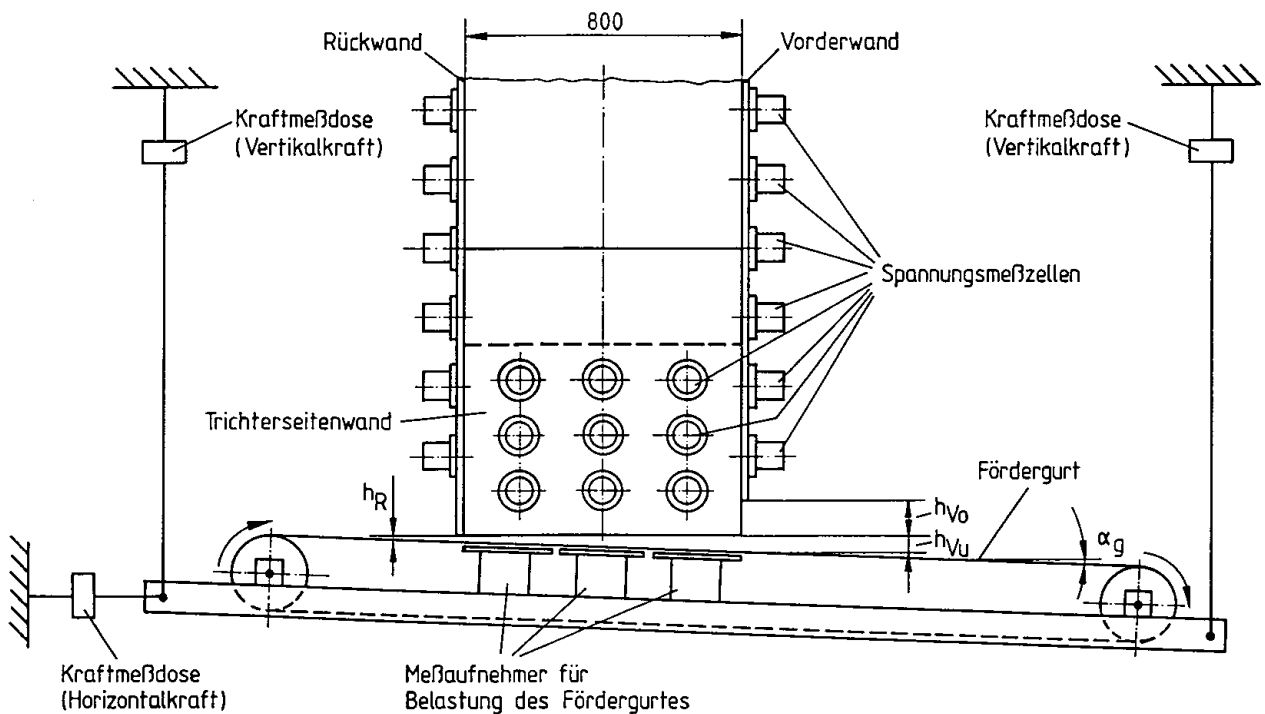


Bild 4.3: Prinzipieller Aufbau des Versuchssilos

Zur Untersuchung der Spannungen im Silo bei nachgiebiger Aufhängung des Austragorgans wurde der im Bild 4.4 gezeigte Aufbau verwendet. Dabei wird die nachgiebige Aufhängung des Austragorgans durch eine nachgiebig abgestützte Platte unterhalb der Auslauföffnung des Silos simuliert. Die Platte stützt sich über Federelemente, deren

Steifigkeit  $c_a$  variiert werden kann, auf dem Gurtförderer ab. Je nach der Steifigkeit der Federelemente senkte sich die Platte während des Füllvorganges mehr oder weniger weit ab. Die Absenkung  $\Delta z_a$  der Platte gegenüber dem Silo wurde mit Wegaufnehmern gemessen.

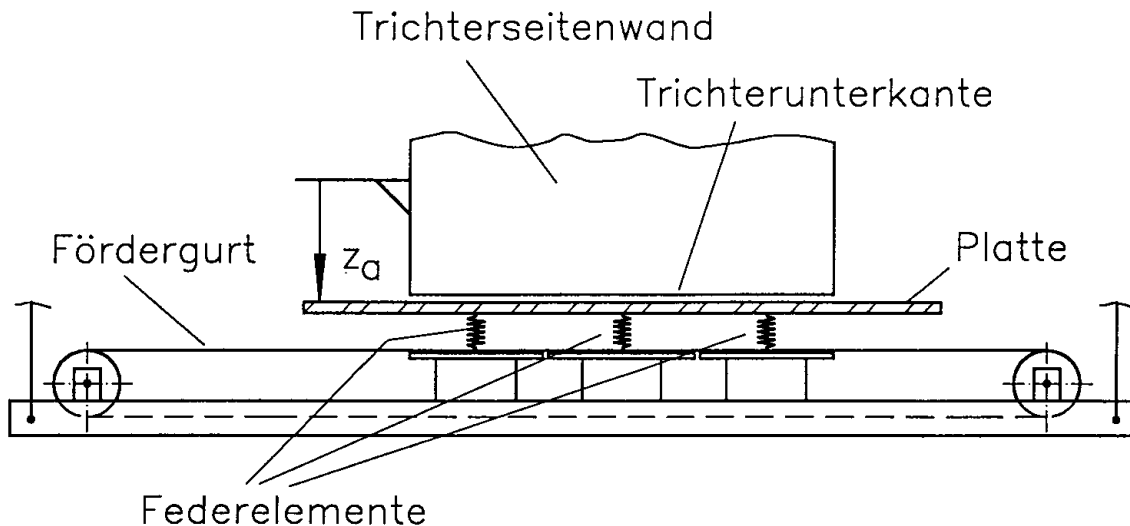


Bild 4.4: Aufbau bei nachgiebiger Aufhängung des Austragorgans

Zur Aufnahme der Meßwerte diente neben einigen Meßverstärkern und Schreibern eine rechnergesteuerte Meßwerterfassungsanlage. Während der Messung werden in regelmäßigen Zeitabständen Meßzyklen erfaßt, d.h. jeder Meßaufnehmer-Kanal wird bei jedem Meßzyklus einmal angesteuert und gemessen. Der minimale Zeitabstand zwischen zwei Meßzyklen beträgt etwa 4 Sekunden. Weiterhin standen Meßverstärker und Schreiber zur Verfügung.

#### 4.1.1 Fünf-Komponenten-Spannungsmeßzellen

Um ein möglichst umfassendes Bild über die im Silo wirkenden Spannungen zu erhalten, wird ein Meßaufnehmer benötigt, der in der Lage ist, neben der Normalspannung auch die Richtung und Größe der Schubspannung zu messen. Ein entsprechender Aufnehmer wurde im Rahmen dieser Arbeit entwickelt. Der Aufnehmer ermöglicht die Messung der Normalspannung in Form ihrer Resultierenden  $N$ , der Schubspannungen ( $S_x, S_y$ ) sowie der Lage des Angriffspunktes der Resultierenden  $N$  in Form der Exzentrizitäten ( $e_x, e_y$ ; Bild 4.5). Letzteres dient im wesentlichen dazu, den Einfluß des Momentes, das eine nichtzentrische Kraft  $N$  auf den Meßaufnehmer ausübt, auf die übrigen Meßsignale auszukalibrieren.



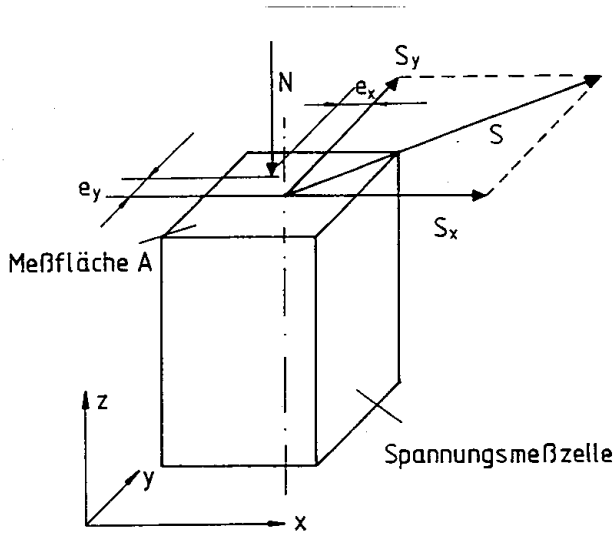


Bild 4.5: Meßbare Belastungen

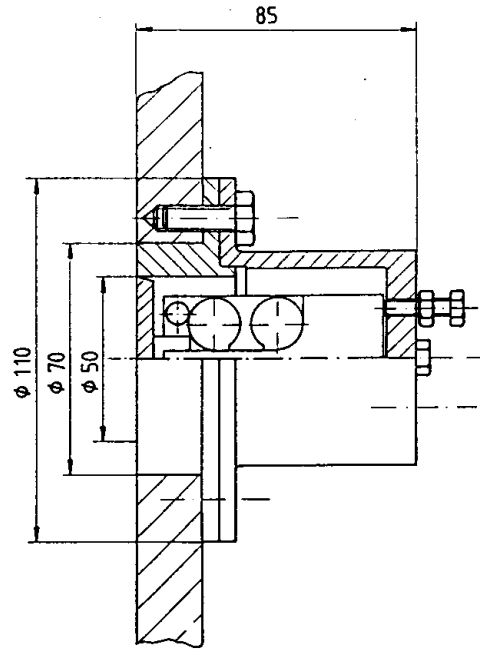


Bild 4.6: Meßzelle in Einbauposition

Der Meßaufnehmer, der in [74–78] beschrieben ist, besteht aus einem Meßkörper mit 5 Dehnungsmessstreifen-Vollbrücken. Damit liefert die Spannungsmesszelle 5 Signale für die 5 zu messenden Größen. Der lineare Zusammenhang zwischen Meßgrößen (Vektor  $\underline{F}$ ) und Signalen (Vektor  $\underline{S}$ ) lautet:

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} N \\ Ne_x \\ Ne_y \\ S_x \\ S_y \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\underline{S} = \underline{M} * \underline{F}$$

Im allgemeinen Fall ist die Abhängigkeit zwischen  $\underline{F}$  und  $\underline{S}$  derart, daß jede Belastung zu einem Meßsignal in jeder Vollbrücke führt und alle 25 Elemente der Matrix ungleich Null sind (keine Entkopplung der Signale). Die Elemente der Matrix werden für jede Spannungsmesszelle beim Kalibrieren bestimmt. Die Meßkörper werden in Gehäuse eingebaut (Bild 4.6) und mit diesen zusammen so in die Silowände eingesetzt, daß die Meßfläche und die Gehäuseoberfläche eben mit der Silowand abschließen, so daß die Spannungen im Silo nicht beeinflußt werden.

vier Dehnungsmeßstreifen 5 in Wheatstone'scher Vollbrückenschaltung versehen. Beim Kalibrieren ist lediglich eine Kalibrierkonstante zu bestimmen.

#### 4.1.3 Messung der Gurtbelastung

Zur Messung der unterhalb des Auslaufschlitzes auf den Fördergurt wirkenden Belastungen wurden drei Meßaufnehmer gebaut, die ähnlich den im Abschnitt 4.1.1 beschriebenen Fünf-Komponenten-Spannungsmesszellen arbeiten. Bild 4.8 zeigt den Aufbau der Meßaufnehmer. Jeder Meßaufnehmer besteht aus zwei gekreuzten Stahlplatten 1 und 2, die mit der Bodenplatte 3 und miteinander verschweißt sind. Die Platten 1 und 2 sind derart geformt, daß sich ähnliche Verformungseigenschaften wie die der Fünf-Komponenten-Spannungsmesszelle ergeben. Da Schubspannungen nur in Längsrichtung des Auslaufschlitzes (Förderrichtung;  $y$ -Richtung im Bild 4.8) auftreten können, ist nur die Platte 1 mit Dehnungsmeßstreifen 4 versehen. Insgesamt befinden sich drei Dehnungsmeßstreifen-Vollbrücken auf jedem Aufnehmer: Im Bereich der oberen Bohrung zum Messen der Normalspannung, im Bereich der Bohrungen darunter zum Messen von Schubspannung und Exzentrizität der Normalspannung. Beim Kalibrieren müssen insgesamt 9 Kalibrierkonstanten bestimmt werden.

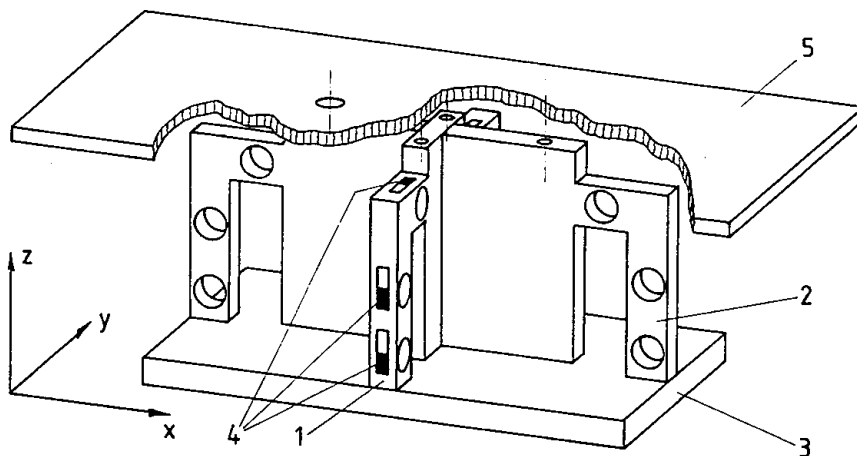


Bild 4.8: Aufnehmer zur Messung der Gurtbelastung

Am oberen Ende jedes Aufnehmers wird eine Kunststoffplatte 5 befestigt, über die der Fördergurt rutscht. Für die Auswertung werden nur die Normalspannung und die Exzentrizität der Resultierenden der Normalspannung benutzt, da die gemessene Schubspannung sich aus der Reibungskraft zwischen Gurt und Kunststoffplatte ergibt, die bezüglich der Verhältnisse oberhalb des Fördergurtes keine Aussagen erlaubt.

#### 4.1.2 Normalspannungsmesszellen

Den Aufbau der ebenfalls im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Normalspannungsmesszellen zeigt Bild 4.7. Die Anschlußmaße des Gehäuses sind identisch zu denen der Fünf-Komponenten-Spannungsmesszelle. Die mit der Belastungsplatte 1 verschraubte Hohlwelle 2 ist über zwei scheibenförmige Federn 3 mit dem Gehäuse 4 verbunden. Durch die Federn 3 ergibt sich eine Führung von Hohlwelle 2 und Belastungsplatte 1 derart, daß sich diese Teile nur in Richtung der Symmetrieachse bewegen können. Die entspannte Lage der Teile 1, 2 und 3 ist wie im Bild 4.7 gezeigt so, daß die Belastungsplatte um etwa 0,3 mm ins Gehäuseinnere verschoben ist.

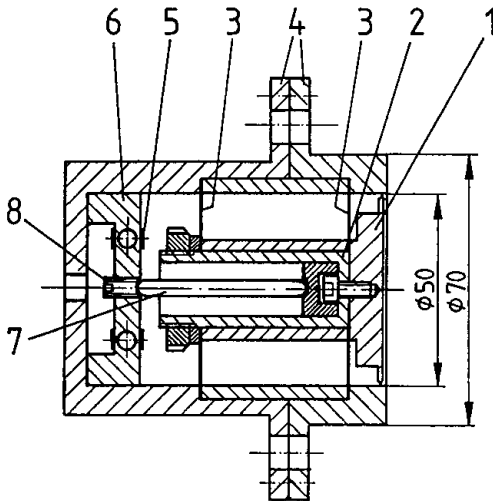


Bild 4.7: Normalspannungsmesszelle

Die Messung der Normalspannung erfolgt über den mit Dehnungsmessstreifen 5 versehenen Meßbalken 6, in den die zu messende Belastung über den Stift 7 eingeleitet wird. Der Stift 7 liegt an seinen beiden Enden näherungsweise punktförmig auf, so daß er keine Querkraft und kein Biegemoment auf den Meßbalken 6 übertragen kann. Durch die Einstellschraube 8 am Meßbalken 6 werden der Stift 7, die Hohlwelle 2 und die Belastungsplatte 1 soweit nach vorn geschoben, bis die Belastungsplatte 1 eine Ebene mit der Frontseite des Gehäuses 4 bildet. Durch diese Verschiebung werden die scheibenförmigen Federn 3 leicht vorgespannt, so daß über den Stift 7 eine Kraft auf den Meßbalken 6 übertragen wird. Durch diese Kraft wird der Stift 7 in seiner Position festgehalten. Der Spalt zwischen Belastungsplatte 1 und Gehäuse 4 wird mit einer alterungsbeständigen Gummimasse ausgegossen.

Der Meßbalken 6 ist in Nähe der beiden im Bild 4.7 sichtbaren Bohrungen mit insgesamt

## 4.2 Modellsilo

Der Modellsilo (Bild 4.9) hat wie der Versuchssilo einen keilförmigen Trichter. Die Abmessungen sind Bild 4.9 zu entnehmen. Der Modellsilo erlaubt die Anbringung von Schürzen unterschiedlicher Geometrie unterhalb des Auslaufschlitzes. In dem Modellsilo kann ein Einsatz angebracht werden, der aus 7 parallelen Blechen besteht und den Modellsilo in 8 gleich große, voneinander getrennte vertikale Abschnitte unterteilt. Der Modellsilo wurde zum Messen der Vertikalspannung am Auslaufschlitz beim Füllen und zur Untersuchung der Geschwindigkeitsverhältnisse im Silo beim Entleeren eingesetzt.

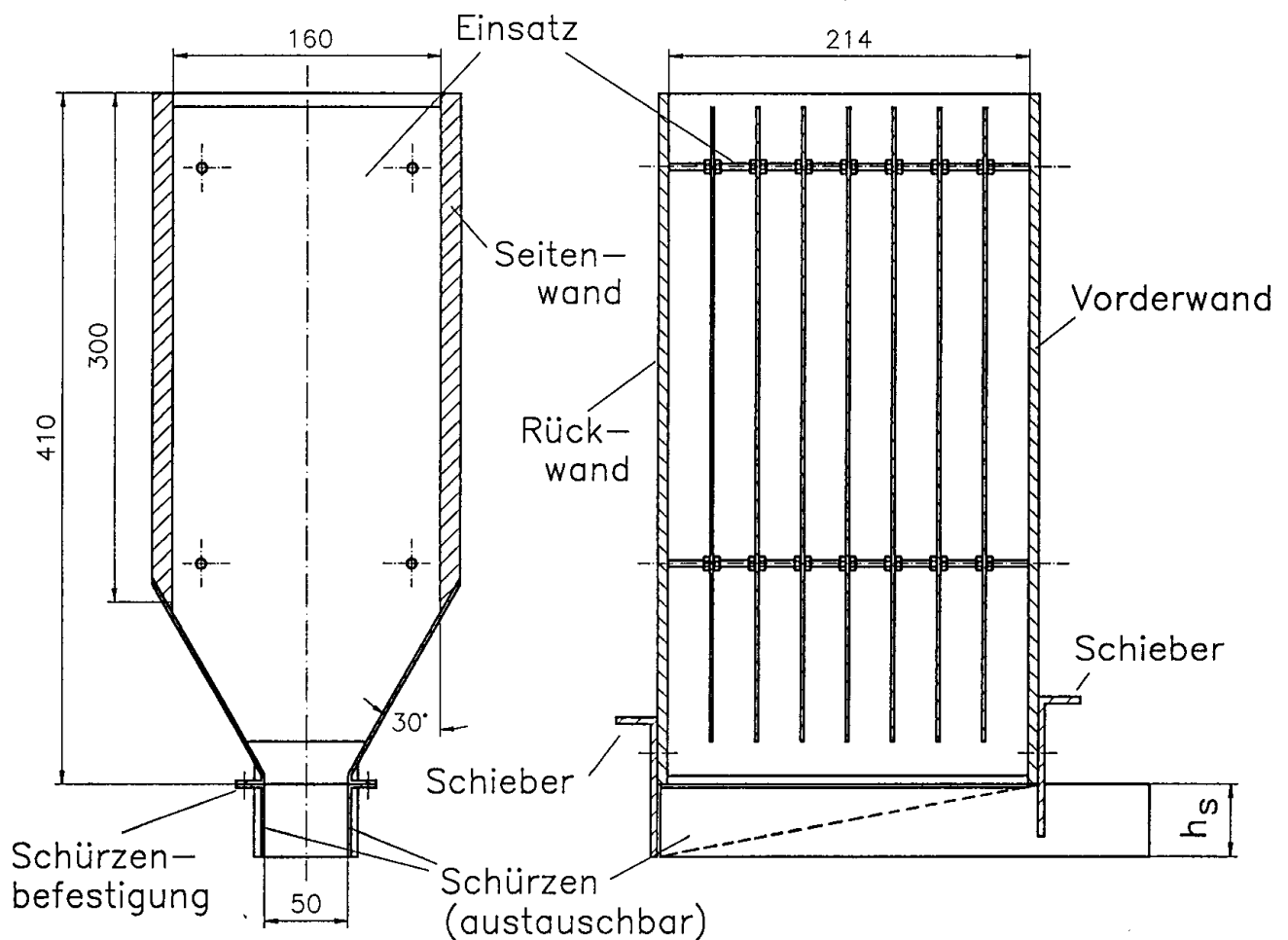


Bild 4.9: Modellsilo

Für die Untersuchungen zum Füllzustand wird der Silo (ohne Einsatz) oberhalb einer Waage angeordnet (Bild 4.10). Unterhalb des Auslaufschlitzes bzw. bei Verwendung von Schürzen direkt unterhalb der Unterkante der Schürzen (wie im Bild 4.10 gezeigt) wird eine horizontale Platte angeordnet, die sich über Federelemente (mit variierbarer

Federsteifigkeit  $c_a$ ) auf der Waage abstützt, d.h. mit zunehmender Vertikalbelastung weicht die horizontale Platte nach unten aus. Zur Messung der Absenkung  $\Delta z_p$  der horizontalen Platte dient eine Meßuhr. Der Silo selbst ist ebenfalls gegenüber der Umgebung elastisch (Federsteifigkeit  $c_s$ ) abgestützt. Die Absenkung  $\Delta z_s$  des Silos wird mit einer zweiten Meßuhr gemessen. Die relative Absenkung  $\Delta z_a$  der Platte zum Silo ergibt sich dann aus:

$$\Delta z_a = \Delta z_p - \Delta z_s \quad (4.2)$$

$\Delta z_a > 0$  bedeutet, daß sich die Platte relativ zum Silo nach unten absenkt, bei  $\Delta z_a < 0$  bewegt sich die Platte relativ zum Silo nach oben. Mit Hilfe des beschriebenen Aufbaus kann die Vertikalspannung am Auslaufschlitz in Abhängigkeit von der Bewegung, die sich aufgrund unterschiedlich vorzugebender Steifigkeiten der Federelemente zwischen Silo und "Austragorgan" (simuliert durch die horizontale Platte) ergibt, gemessen werden.

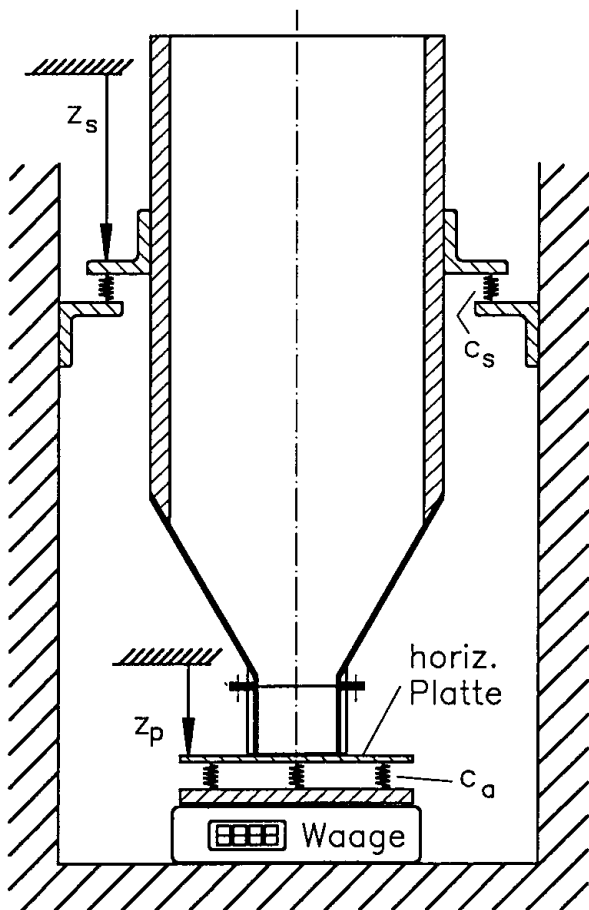


Bild 4.10: Aufbau des Modellsilos zur Untersuchung des Füllzustandes

Um den Einfluß der Auslaufgeometrie auf die Geschwindigkeitsverhältnisse im Silo zu messen, wird der Modellsilo mit Einsatz über einem Gurtförderer angeordnet (Bild 4.11). Die Rauigkeit des Fördergurtes, die Rauigkeit und Geometrie der Schürzen sowie die Auslaufschlitzhöhe sind variierbar. Die Abmessungen der verwendeten Schürzen sind Tabelle 4.1 zu entnehmen. Die Schürzenwände A, B und C haben die im Bild 4.11 (und Bild 4.9, durchgezogene Linien) eingezeichnete Form und ragen etwas in Förderrichtung über die Silovorderwand hinaus, um zu verhindern, daß vor dem Silo Schüttgut unkontrolliert zu den Seiten wegfällt. Die Schürzenwände D, E und F sind entsprechend der gestrichelten Linie im Bild 4.9 angeschrägt. Beim Abziehen des Schüttgutes mit dem Gurtförderer wird das Schüttgut je nach Wahl der genannten Parameter gleichmäßig oder ungleichmäßig über dem Austragschlitz entnommen, was sich bei Verwendung des Einsatzes an den Füllständen in den 8 vertikalen Abschnitten quantitativ beurteilen läßt.

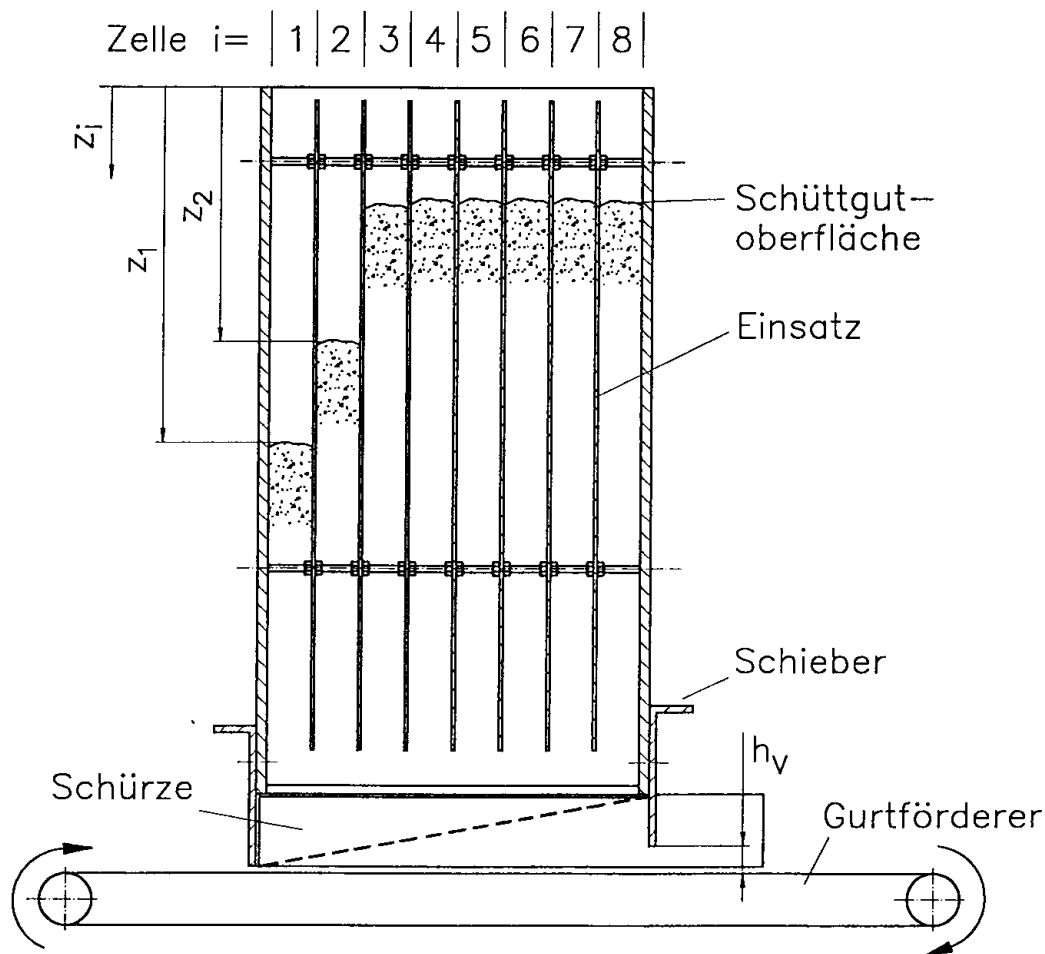


Bild 4.11: Aufbau des Modellsilos zur Untersuchung des Abzugverhaltens

Bezeichnung	$h_s/\text{mm}$	Unterkante
A	90	horizontal
B	60	"
C	40	"
D	60	angeschrägt
E	40	"
F	20	"

Tab. 4.1: Abmessungen der Schürzenwände (Modellsilo)

### 4.3 Versuchsschüttgüter

Als Versuchsschüttgüter wurden Kalkstein (2 Fraktionen: Kalksteinmehl, Bezeichnung KSM, und grober Kalkstein, Bezeichnung KSG) und Kunststoffpellets (Bezeichnung PP) benutzt. Die mittlere Partikelgröße (Medianwert  $x_{50}$  der  $Q_3$ -Verteilung) sowie die im Schergerät nach Jenike ermittelten Werte der Schüttgutedichten  $\rho_b$  und des effektiven Reibungswinkels  $\varphi_e$  sind der Tabelle 4.2 zu entnehmen. Der für PP angegebene Wert  $\varphi_e = 21^\circ$  dürfte zu niedrig sein, da sich die flachen Kunststoffpellets im Schergerät entlang der Scherebene ausrichten (was am Durchlaufen eines Maximums der Scherkraft sichtbar war), so daß man zu geringe Scherkräfte und damit einen zu kleinen effektiven Reibungswinkel  $\varphi_e$  mißt. Aus der Höhe der beim Scherversuch durchlaufenen Scherkraftmaxima ergibt sich ein Winkel von etwa  $\varphi_e = 25^\circ$ , der in der Tabelle in Klammern angegeben ist.

Schüttgut	$x_{50}/\text{mm}$	$\rho_b/\text{kgm}^{-3}$	$\varphi_e/^\circ$
Kalkstein KSM	0.0053	1250	38
Kalkstein KSG	0.286	1410	33
Kunststoffpellets PP	3.92	575	21 (25)

Tab. 4.2: Eigenschaften der Versuchsschüttgüter ( $\rho_b$  und  $\varphi_e$  bei  $\sigma_1 \approx 8 \text{ kPa}$ )

Das Kalksteinmehl (KSM) ist aufgrund seiner geringen Partikelgröße kohäsiv und die Schüttgutedichte hängt stark von der wirkenden Spannung ab. Dagegen sind die anderen beiden Schüttgüter kohäsionslos und besitzen eine nur wenig von der Spannung abhängige Schüttgutedichte. Die Abhängigkeit der Schüttgutedichte von der Verfestigungsspannung  $\sigma$  bei einachsiger Verdichtung wurde mit allen drei verwendeten Schüttgütern bei Spannungen  $\sigma$  bis 15 kPa gemessen. Zur einfacheren Handhabung in Rechenprogrammen wurde

eine einfache Funktion, die in ähnlicher Form in [79] vorgeschlagen wird, an die gemessenen Dichteverläufe angepaßt. Die Funktion hat die folgende Form:

$$\rho_b(\sigma) = \rho_{\min} + \Delta\rho \cdot \sigma + (\rho_{\max} - \rho_{\min}) \cdot \left[ 1 - e^{-(\sigma/\sigma_0)} \right] \quad (4.3)$$

Für die einzelnen Schüttgüter ergaben sich folgende Parameter (Tab. 4.3):

Schüttgut	$\rho_{\min}/\text{kgm}^{-3}$	$\rho_{\max}/\text{kgm}^{-3}$	$\Delta\rho/\text{kgm}^{-3}\text{Pa}^{-1}$	$\sigma_0/\text{Pa}$
KSM	979	1192	0.00547	2510
KSG	1398	1407	0.00121	25480
PP	570	573	0.000523	1870

Tab. 4.3: Parameter zur Beschreibung der Schüttgutdichte in Abhängigkeit von der Verdichtungsspannung  $\sigma$  (einachsige Verdichtung)

Die Wandreibungswinkel der drei Versuchsschüttgüter gegen die bei den Versuchen verwendeten Wandmaterialien zeigt Tabelle 4.4 für die verwendeten Kombinationen.

Schüttgut	Wandreibungswinkel $\varphi_x/^\circ$ bei Wandmaterial:			
	Plexiglas	VA-Blech	Sandpapier	St37
KSM	26°	26°	—	—
KSG	24°	15°	32°	22°
PP	13°	13°	22°	14°

Tab. 4.4: Wandreibungswinkel  $\varphi_x$  für die verwendeten Schüttgut/Wandmaterial-Kombinationen

Zur Untersuchung der Schüttgüter wurde neben dem Jenike-Schergerät eine Zwei axialbox [38,49] eingesetzt. Mit der Zwei axialbox ist es möglich, eine Schüttgutprobe in zwei Raumrichtungen (x,y) durch Zusammenfahren der Probenbegrenzungsflächen zu verformen, während die Probenabmessung in der dritten Raumrichtung (z) konstant gehalten wird. Die Spannungen an den Probenrändern werden in allen drei Raumrichtungen gemessen. Da die Probenbegrenzungsflächen mit einem Gleitmittel und einer darüber gespannten Folie versehen sind, ist die Wandschubspannung vernachlässigbar klein, so daß die gemessenen Spannungen als Hauptspannungen betrachtet werden können. Mit allen drei Schüttgütern wurde in der Zwei axialbox ein Versuch durchgeführt, wobei die Schüttgutprobe nach dem Einfüllen und dem Einstellen eines definierten (hydrostatischen) Anfangszustands einachsrig (in x-Richtung) verdichtet wurde. Damit entspricht der Versuch dem



im Abschnitt 3.1 beschriebenen Oedometerversuch. Während der Verdichtung stellten sich stationäre Verhältnisse zwischen der Spannung in  $x$ -Richtung und der Spannung in  $y$ -Richtung ein. Bild 4.12 zeigt am Beispiel des Kalksteinmehls das Verhältnis  $\sigma_y/\sigma_x$  in Abhängigkeit von der Spannung  $\sigma_x$ . Die Verhältnisse  $\sigma_y/\sigma_x$  entsprechen dem Horizontallastverhältnis  $\lambda$ , wie es im Abschnitt 3.1 beschrieben wurde. Die für die einzelnen Schüttgüter ermittelten Werte von  $\lambda$  sind in der Tabelle 4.5 aufgeführt und werden im Rahmen dieser Arbeit für die Berechnungen und die Auswertung benutzt.

Schüttgut	$\lambda$
KSM	0.44
KSG	0.48
PP	0.45

Tab. 4.5: Horizontallastverhältnis  $\lambda$  bei einachsiger Verdichtung

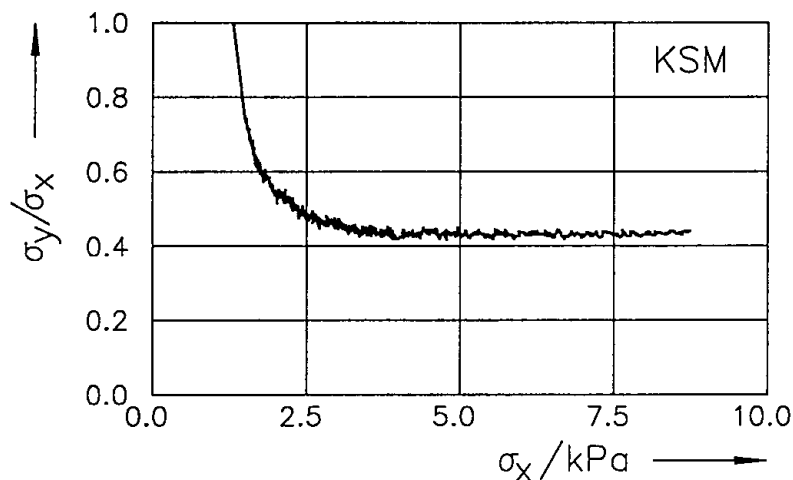


Bild 4.12: Verlauf von  $\lambda = \sigma_y/\sigma_x$  in Abhängigkeit von  $\sigma_x$  bei der einachsigen Verdichtung in  $x$ -Richtung von Kalksteinmehl (KSM) in der Zwei axialbox

Am Kurvenverlauf im Bild 4.12 ist zu erkennen, daß sich die Spannungsverhältnisse im Laufe der Verdichtung ändern, indem die Werte sich ausgehend vom hydrostatischen Zustand mehr oder weniger schnell asymptotisch einem konstanten Wert nähern. Das heißt, daß ein Schüttgut bei einachsiger Verdichtung nicht sofort ein bestimmtes Verhältnis zwischen der Verdichtungsspannung und den dazu senkrechten Spannungen zeigt, sondern daß diese Verhältnisse von dem vor der einachsigen Verdichtung herrschenden Spannungszustand, der Spannungsvorgeschichte, beeinflußt werden.

## 5 Messung der Spannungen im Füllzustand

### 5.1 Spannungen im Siloschaft

Die in diesem Abschnitt beschriebenen Wandnormalspannungen im Siloschaft wurden unmittelbar nach dem Füllen des Silos gemessen. Das Schüttgut wurde in Höhe der Oberkante des Siloschaftes zentrisch aufgegeben. Die Massenströme  $Q_m$  betragen beim Kalksteinmehl (KSM)  $Q_m = 0.336 \text{ kg/s} = 1.21 \text{ t/h}$  und bei den Kunststoffpellets (PP)  $Q_m = 0.635 \text{ kg/s} = 2.29 \text{ t/h}$ .

Die gemessenen Wandnormalspannungen  $\sigma_w$  im Schaft des Versuchssilos zeigt Bild 5.1 für die untersuchten Schüttgüter Kalksteinmehl (KSM) und Kunststoffpellets (PP) in Abhängigkeit von der Koordinate  $z$ , die im Schaft beginnend von der Schüttgutoberfläche nach unten zeigt. Für Werte  $z > 2 \text{ m}$  zeigt sich im Rahmen der Versuchsgenauigkeit bei beiden Schüttgütern kein weiterer Anstieg der Wandnormalspannungen, d.h. für alle Versuche mit Füllhöhen im Schaft  $> 2 \text{ m}$  kann die gleiche Wandnormalspannung  $\sigma_w$  (gestrichelte Linie im Bild 5.1) bzw. Vertikalspannung  $\sigma_v$  am Übergang vom Siloschaft zum Trichter vorausgesetzt werden.

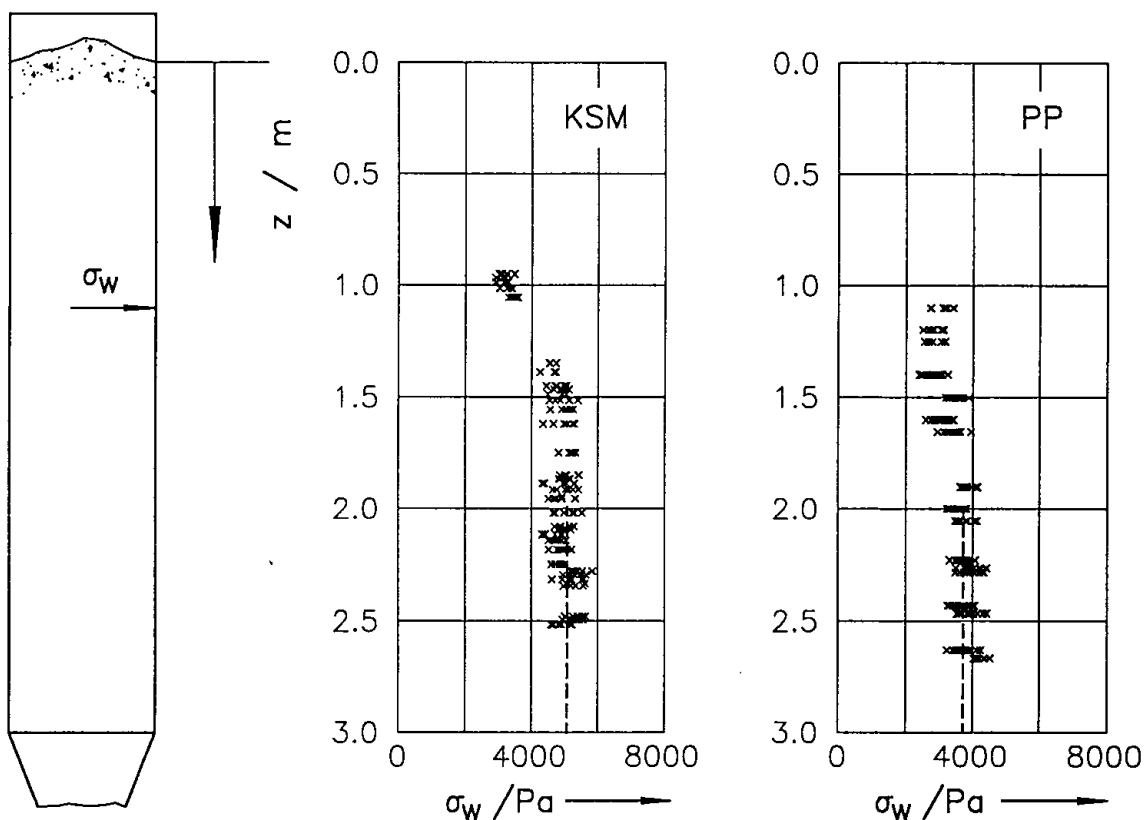


Bild 5.1: Wandnormalspannungen  $\sigma_w$  im Schaft (Füllen; Schüttgüter KSM und PP)

Den Zusammenhang zwischen der Wandnormalspannung  $\sigma_w$  und der Vertikalspannung  $\sigma_v$  beschreibt das Horizontallastverhältnis  $\lambda$ , das mit Hilfe einer Zweiachsalbox ermittelt wurde (s. Abschnitt 4.3). Die gemessenen Werte von  $\lambda$ , die für Füllhöhen  $> 2$  m aus Bild 5.1 entnommenen Wandnormalspannungen  $\sigma_w = \sigma_{w0}$  und die daraus berechneten Vertikalspannungen  $\sigma_v = \sigma_{v0}$ , die für den Übergang vom Schaft zum Trichter zugrundegelegt werden, zeigt Tabelle 5.1.

Schüttgut	$\lambda$	$\sigma_{w0}/\text{Pa}$	$\sigma_{v0}/\text{Pa}$
KSM	0.44	5100	11590
PP	0.45	3750	8330

Tab. 5.1: Spannungen am Übergang vom Schaft zum Trichter (Versuchssilo, Füllhöhe im Schaft  $> 2$  m)

## 5.2 Spannungen im Trichter

Die Spannungen im Trichter wurden bei unterschiedlichen Trichterneigungswinkeln  $\Theta$  ermittelt, und zwar mit Kalksteinmehl (KSM) bei  $\Theta = 10^\circ$  bis  $\Theta = 40^\circ$  in Schritten von  $5^\circ$  und mit Kunststoffpellets (PP) bei  $\Theta = 10^\circ$  bis  $\Theta = 40^\circ$  in Schritten von  $10^\circ$ . Der Gurtförderer befand sich bei den hier beschriebenen Messungen direkt unter der Auslauföffnung und der Bereich zwischen Trichter und Austragorgan wurde so abgedichtet, daß kein Schüttgut seitlich entweichen konnte. Gemessen wurden die Wandnormalspannungen  $\sigma_w$  an den Trichterwänden, die Wandnormalspannungen  $\sigma_s$  an den Stirnwänden im Bereich des Trichters und die Vertikalspannung  $\sigma_v$ , wobei letztere direkt am Austragorgan gemessen wurde. Damit ist die gemessene Vertikalspannung  $\sigma_v$  entsprechend den Vereinbarungen im Abschnitt 3.3  $\sigma_v = \sigma_{va} = \sigma_{vg}$  (Abstand zwischen Auslauföffnung und Gurt  $\rightarrow 0$ ). Die Meßwerte für  $\Theta = 10^\circ$  und  $\Theta = 20^\circ$  (KSM und PP) sind in den Bildern 5.2 bis 5.5 über der Koordinate  $z$  dargestellt, die im Trichter an der (gedachten) Trichterspitze bei Null beginnt und nach oben zeigt. Die Meßergebnisse für weitere Winkel  $\Theta$  befinden sich im Anhang C. Links neben die Diagramme sind jeweils im Maßstab der  $z$ -Achse die Trichter gezeichnet. Die dicken, durchgezogenen Linien kennzeichnen für  $\sigma_w$  und  $\sigma_s$  den Mittelwert der in mehreren Messungen (jeweils mindestens 3 Messungen) ermittelten Spannungen, die dünn eingezeichneten Linien den Bereich sämtlicher Meßwerte. Die dicken, gestrichelten Linien sind zur Auslauföffnung bzw. zum Übergang vom Schaft zum Trichter extrapoliert, und zwar nach folgendem Schema:

$\sigma_s$ : Extrapolation zum Übergang vom Schaft zum Trichter derart, daß sich am Übergang die im Schaft gemessene Wandnormalspannung (Tab. 5.1) ergibt;

Extrapolation zur Auslauföffnung durch Fortsetzung des Verlaufes der gemessenen Mittelwerte

$\sigma_w$ : Extrapolation zum Übergang vom Schaft zum Trichter und zur Auslauföffnung durch Fortsetzung des Verlaufes der gemessenen Mittelwerte

Für flache Neigungen  $\Theta \geq 30^\circ$  (Anhang C) steht nur ein Meßwert der Wandnormalspannung an der Stirnwand  $\sigma_s$  zur Verfügung; die Extrapolation erfolgte in diesem Fall durch Annahme eines geradlinigen Verlaufes durch den Wert der Wandnormalspannung am Übergang vom Schaft zum Trichter aus Tab. 5.1 und den gemessenen Mittelwert. Diese Extrapolationen sind daher nur als Näherungen zu betrachten. Die Vertikalspannung  $\sigma_v$  ist in den Bildern in Höhe der Auslauföffnung eingezeichnet. Die mittlere, dicke Linie kennzeichnet den Mittelwert der gemessenen Vertikalspannungen, die dünnen Linien grenzen den Streubereich ein.

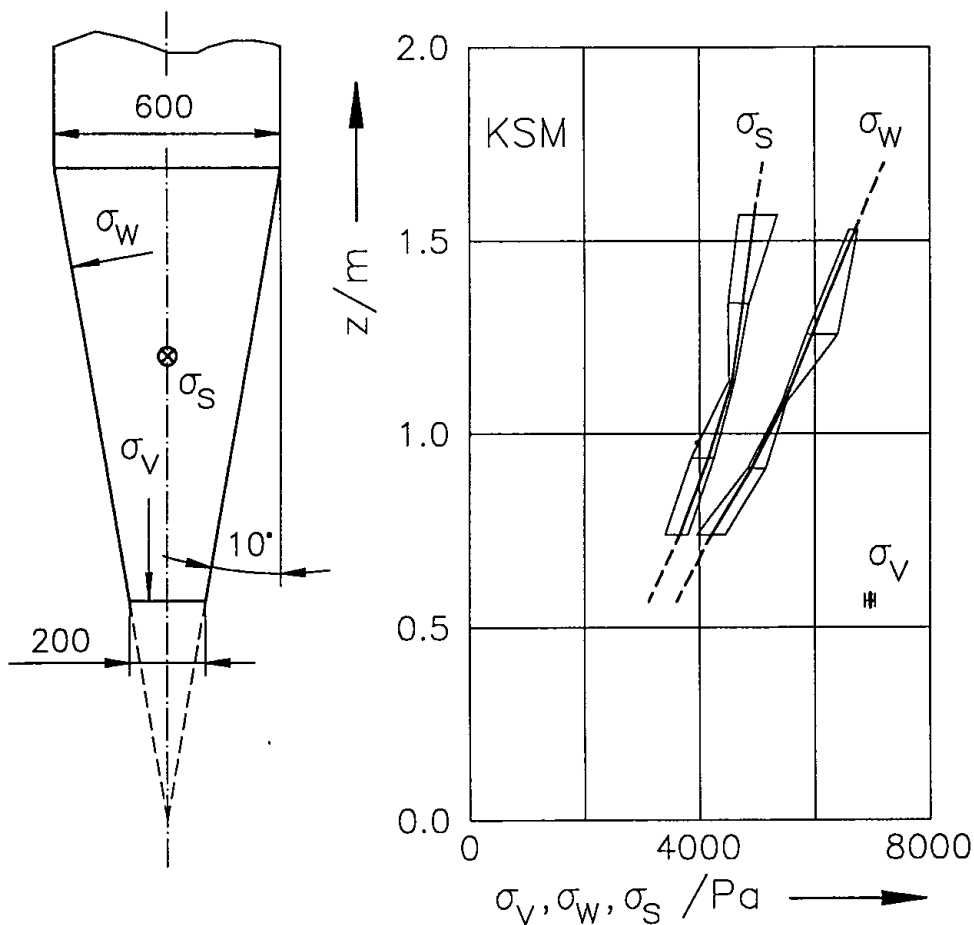


Bild 5.2: Trichterspannungen im Füllzustand (KSM,  $\Theta = 10^\circ$ )

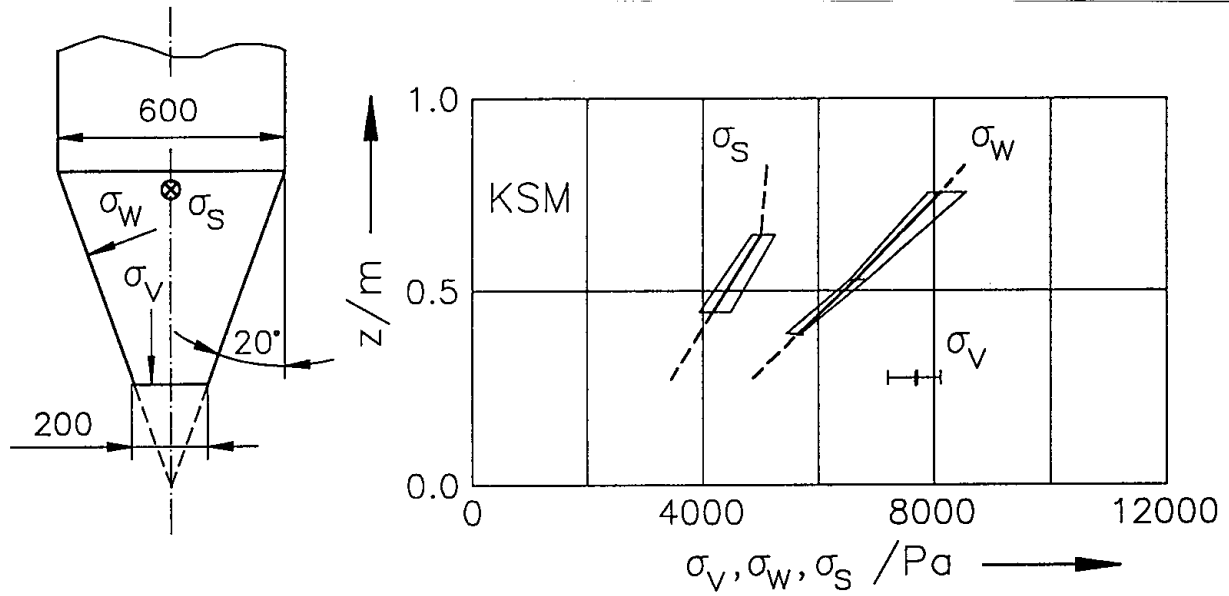


Bild 5.3: Trichterspannungen im Füllzustand (KSM,  $\Theta = 20^\circ$ )

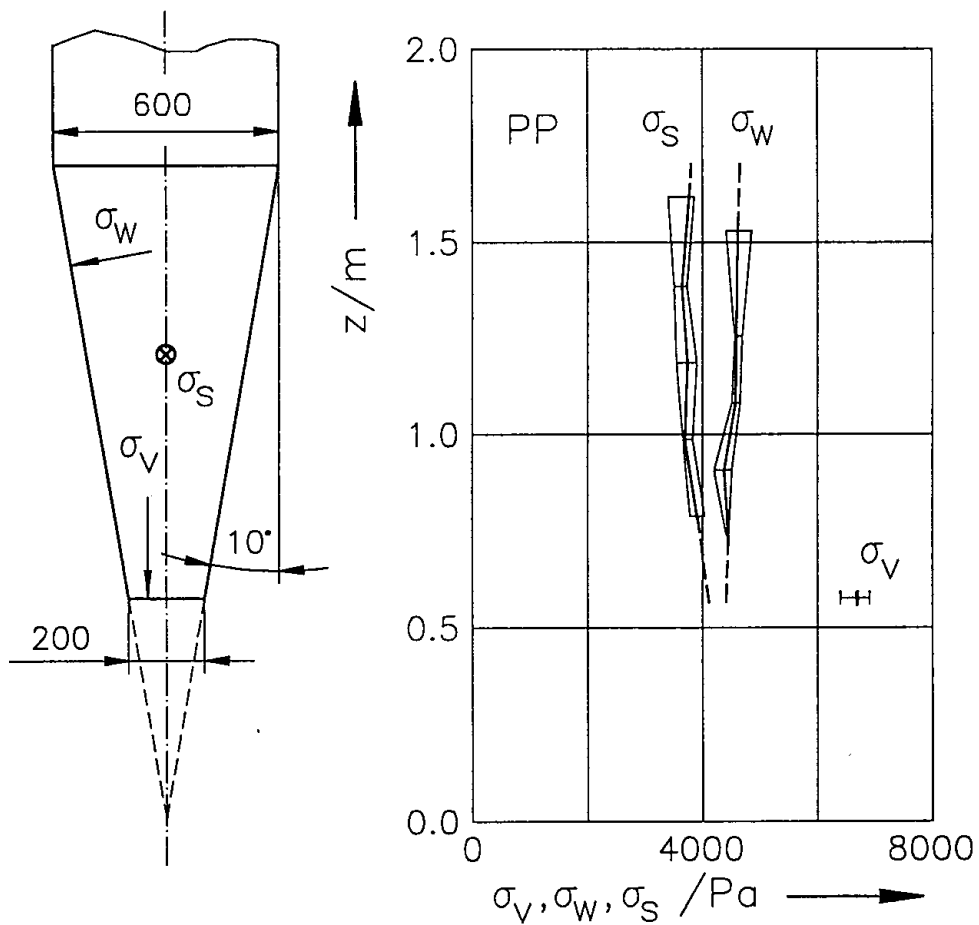


Bild 5.4: Trichterspannungen im Füllzustand (PP,  $\Theta = 10^\circ$ )

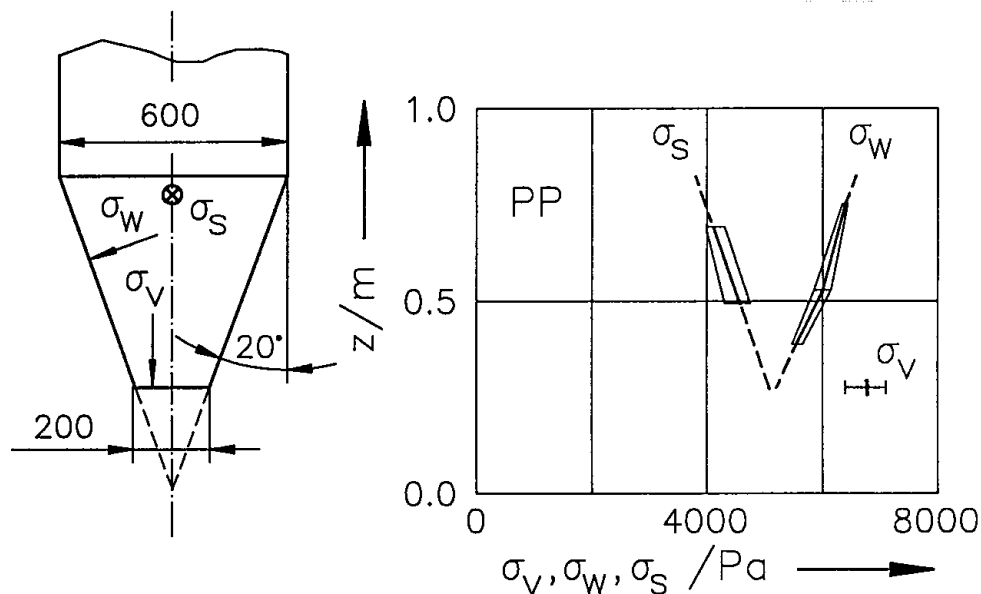


Bild 5.5: Trichterspannungen im Füllzustand (PP,  $\Theta = 20^\circ$ )

Aus der Betrachtung der Bilder 5.2 bis 5.5 sowie der Bilder im Anhang C ergeben sich zunächst folgende Feststellungen:

- Die Normalspannungen auf die Trichterwände  $\sigma_w$  nehmen bei beiden untersuchten Schüttgütern nach unten hin ab, d.h. der von einigen Autoren (s. Abschnitt 3.2.1) vermutete hydrostatische Spannungsanstieg tritt in keinem Fall auf.
- Die Vertikalspannung  $\sigma_v = \sigma_{va}$  an der Auslauföffnung ist stets größer als die zur Auslauföffnung extrapolierte Normalspannung an der Trichterwand  $\sigma_w$ .
- Die Vertikalspannung  $\sigma_v = \sigma_{va}$  an der Auslauföffnung steigt mit zunehmendem Trichterneigungswinkel  $\Theta$  an, wobei der Effekt beim Kalksteinmehl (KSM) stärker ausgeprägt ist.
- Während die Spannung auf die Stirnwand  $\sigma_s$  beim Kalksteinmehl tendenziell ähnlich verläuft wie die Normalspannung an der Trichterwand  $\sigma_w$ , zeigt sich bei den Kunststoffpellets ein eher gegenläufiger Trend.

### 5.2.1 Vergleich mit bekannten Berechnungsverfahren

Im Abschnitt 3 wurden einige Rechenverfahren erläutert, deren Anwendbarkeit auf die Meßergebnisse im folgenden überprüft werden soll. Die für die Berechnungen zugrundegelegten Fließeigenschaften sind in Tabelle 5.2 aufgeführt; es wurden jeweils konstante Werte angenommen, die sich bei einer größten Hauptspannung  $\sigma_1$  von etwa 8 kPa einstellen. Für  $\lambda_s$ , das Verhältnis der Wandspannung auf die Trichterstirnwand zur mittleren Vertikalspannung  $\sigma_v$ , wurden die in Tabelle 5.1 angegebenen  $\lambda$ -Werte angesetzt.

Schüttgut	$\rho_b/\text{kgm}^{-3}$	$\varphi_e/^\circ$	$\varphi_x/^\circ$	$\lambda_s$
KSM	1250	38	26	0.44
PP	575	21	13	0.45

Tab. 5.2: Fließeigenschaften für die Vergleichsrechnungen

Im einzelnen wurden mit folgenden Methoden Berechnungen durchgeführt:

- Walters: für  $\Theta < \Theta_G$  mit den Glgn. aus Anhang A;  
für  $\Theta \geq \Theta_G$  hydrostatischer Spannungsanstieg mit  $K = K_{\min}$   
 $\Theta_G$  ergab sich zu  $9.7^\circ$  (KSM) bzw.  $12.9^\circ$  (PP), d.h. nur für die Kunststoffpellets (PP) ist bei  $\Theta = 10^\circ$  mit dem von Walters hergeleiteten Spannungsverlauf zu rechnen, während in allen anderen Fällen ein hydrostatischer Spannungsanstieg zugrundezulegen ist.
- Motzkus: Glgn. s. Abschnitt 3.2.1.  
Der Winkel  $\Theta_F$ , der nach Motzkus den "Wandbruch" vom "Materialbruch" trennt, ergab sich zu  $44.6^\circ$  (KSM) bzw.  $51.1^\circ$  (PP), d.h. in allen Fällen ist mit dem von Motzkus hergeleiteten Spannungsverlauf für den "Wandbruch" zu rechnen.
- McLean: Berechnungen für  $K=1$  als auch für  $n=1$ ; Glgn. nach Abschnitt 3.2.1.

Bei den Berechnungen nach Motzkus und McLean wurde der Einfluß der Stirnwände berücksichtigt, indem die der Berechnung zugrundeliegende Differentialgleichung entsprechend Abschnitt 3.2.1.1 erweitert wurde. Die Ergebnisse für die Trichterwandspannungen  $\sigma_w$  bei den Trichterneigungswinkeln  $\Theta = 10^\circ$  und  $20^\circ$  (KSM und PP) zeigen die Bilder 5.6 bis 5.9. Die Vertikalspannungen  $\sigma_v$  an der Auslauföffnung sind in den Bildern 5.10 (KSM) und 5.11 (PP) in Abhängigkeit vom Trichterneigungswinkel  $\Theta$  eingezeichnet (berechnete Spannungen entsprechend den übrigen Messungen s. Anhang D).

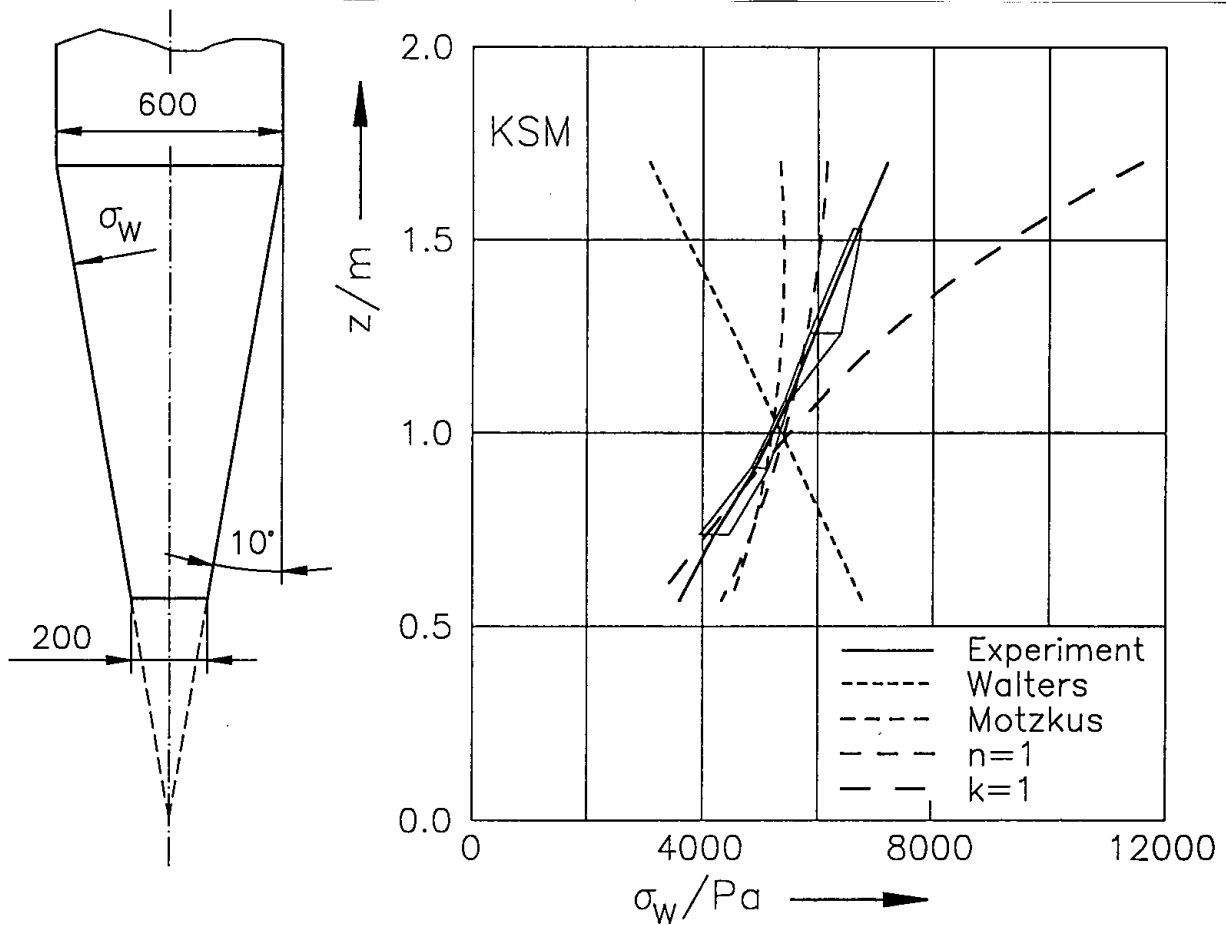


Bild 5.6: Gemessene und berechnete Wandnormalspannungen  $\sigma_w$  im Trichter im Füllzustand (KSM,  $\Theta = 10^\circ$ )

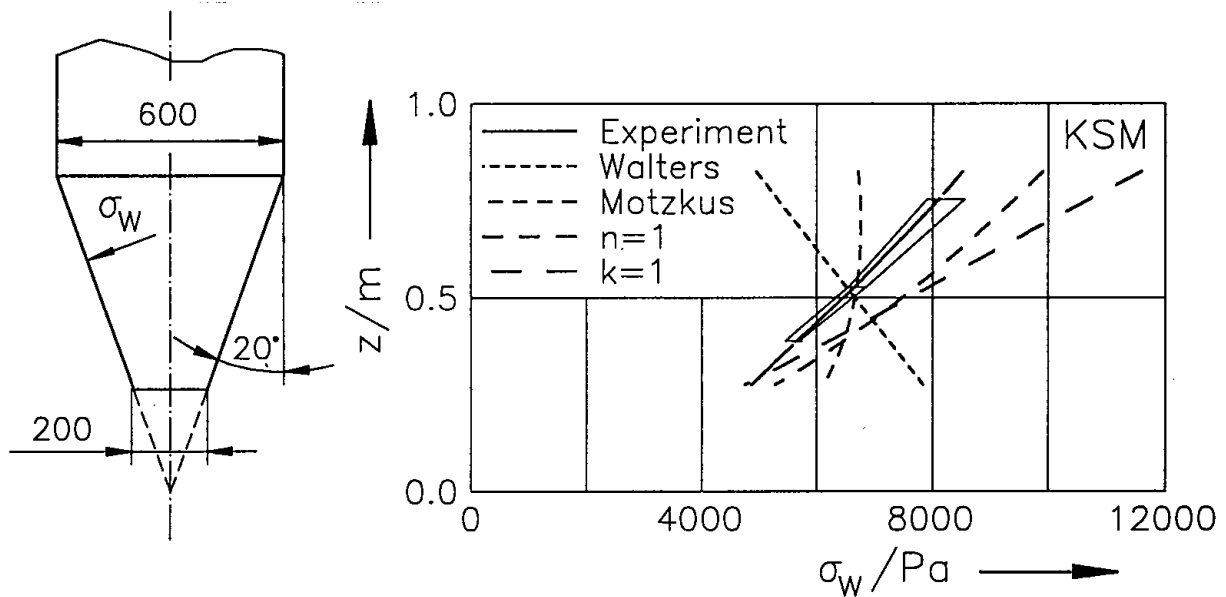


Bild 5.7: Gemessene und berechnete Wandnormalspannungen  $\sigma_w$  im Trichter im Füllzustand (KSM,  $\Theta = 20^\circ$ )



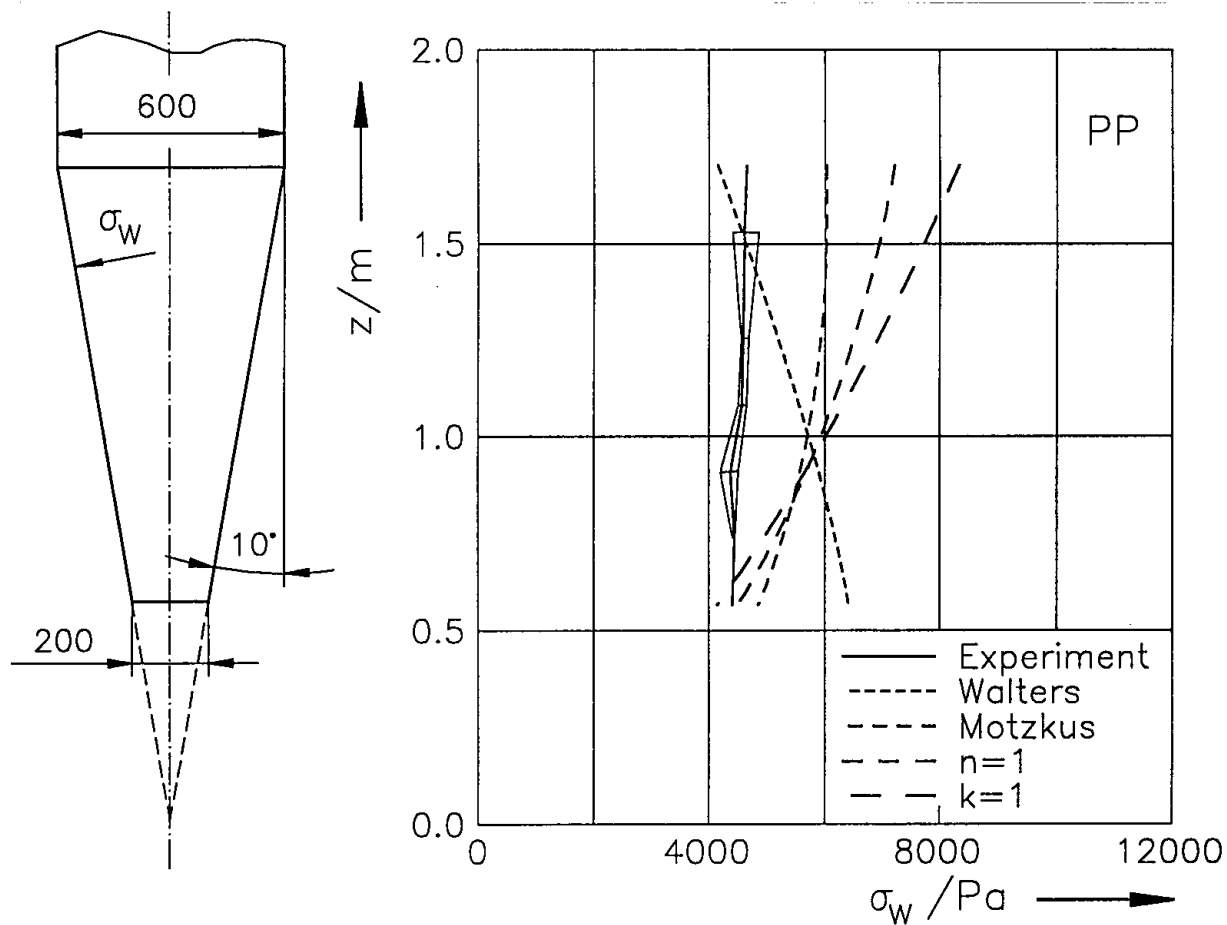


Bild 5.8: Gemessene und berechnete Wandnormalspannung  $\sigma_w$  im Trichter im Füllzustand (PP,  $\Theta = 10^\circ$ )

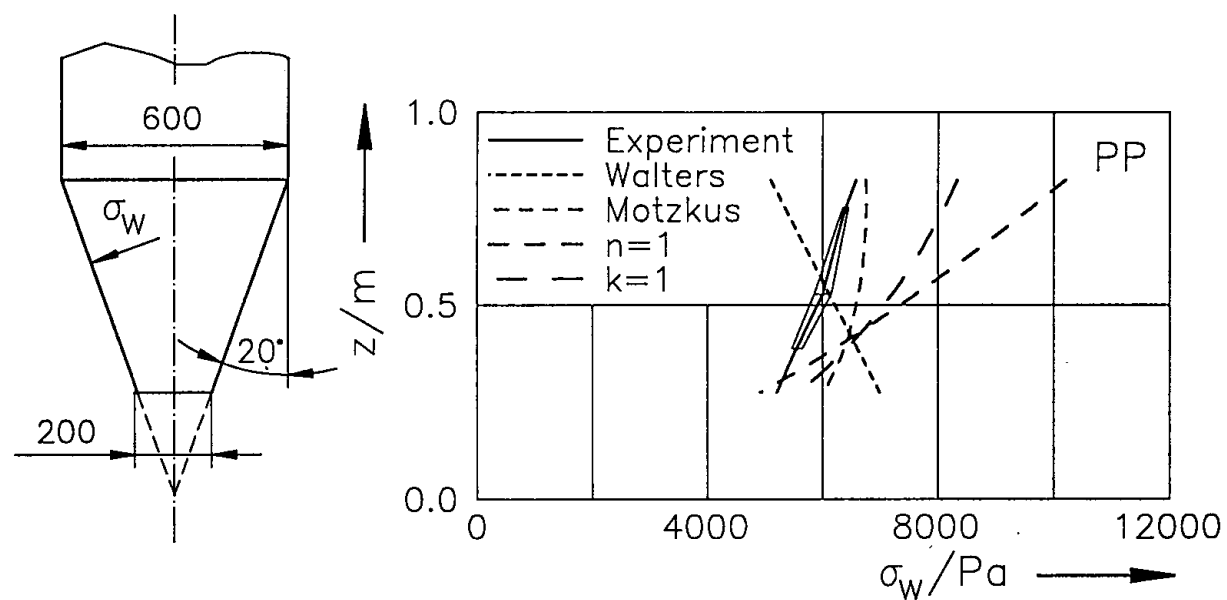


Bild 5.9: Gemessene und berechnete Wandnormalspannung  $\sigma_w$  im Trichter im Füllzustand (PP,  $\Theta = 20^\circ$ )

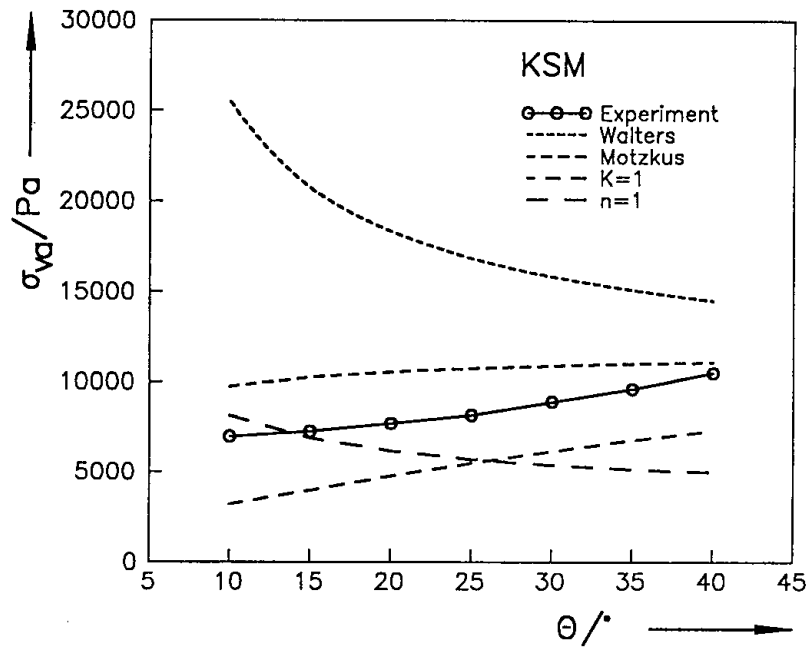


Bild 5.10: Gemessene und berechnete Vertikalspannung  $\sigma_v = \sigma_{va}$  an der Auslauföffnung im Füllzustand in Abhängigkeit vom Trichterneigungswinkel  $\theta$  (KSM).

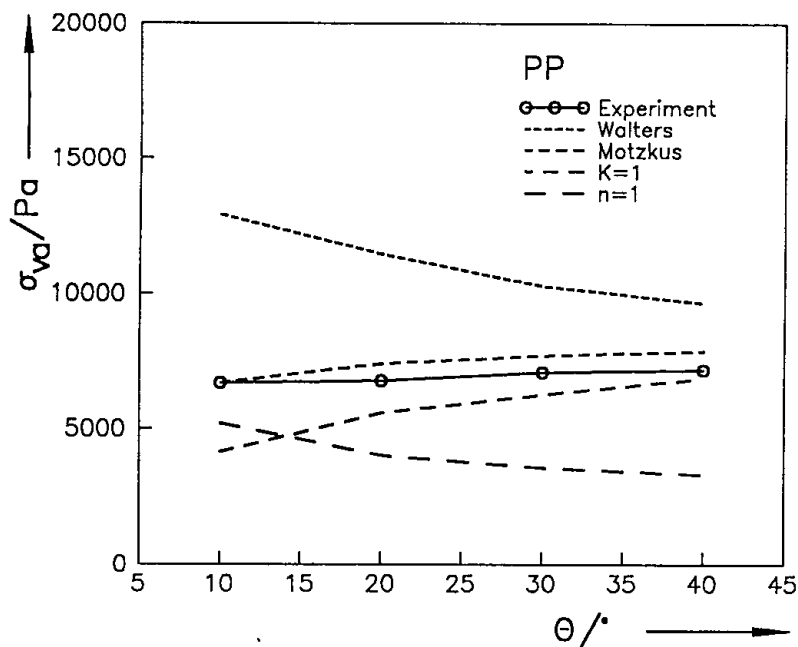


Bild 5.11: Gemessene und berechnete Vertikalspannung  $\sigma_v = \sigma_{va}$  an der Auslauföffnung im Füllzustand in Abhängigkeit vom Trichterneigungswinkel  $\theta$  (PP).

Der Vergleich der berechneten und gemessenen Spannungen zeigt:

- Walters: Die Trichterwandspannung  $\sigma_w$  steigt in allen Fällen nach unten hin an und ist im unteren Trichterbereich größer als die gemessene Wandspannung. Die

Vertikalspannung am Auslaufschlitz (Bilder 5.10 und 5.11) wird bei steilen Trichtern (kleine  $\Theta$ ) stark überschätzt, während sich für flachere Trichter eine geringere Abweichung zeigt. Letzteres liegt an der mit zunehmendem Neigungswinkel abnehmenden Trichterhöhe.

- Motzkus: Die berechneten Wandnormalspannungen  $\sigma_w$  verlaufen tendenziell ähnlich wie die gemessenen Wandnormalspannungen (Abnahme der Spannungen nach unten hin), wobei die berechneten Spannungen bei den Kunststoffpellets (PP) fast immer etwas größer als die gemessenen sind bzw. beim Kalksteinmehl (KSM) im Bereich der gemessenen Spannungen sind. Die nach Motzkus berechneten Vertikalspannungen  $\sigma_{va}$  am Auslaufschlitz (Bilder 5.10, 5.11) verlaufen tendenziell ähnlich wie die gemessenen Vertikalspannungen (Zunahme mit steigendem Trichterneigungswinkel  $\Theta$ ). Die berechneten Werte sind größer als die gemessenen, wobei sich bei den Kunststoffpellets eine recht gute Übereinstimmung ergibt, während die Vertikalspannung beim Kalksteinmehl vor allem bei kleinen Neigungswinkeln  $\Theta$  um bis zu etwa 25% überschätzt wird. Von den gezeigten Rechenverfahren liefert das von Motzkus die beste Annäherung an die Meßergebnisse.
- McLean: Die Vorschläge von McLean, entweder  $K=1$  oder  $n=1$  zur Abschätzung der Spannungen im Trichter zu verwenden, führen für die Trichterwandspannungen zu einer zwar richtigen Wiedergabe der Tendenz (Abnahme der Spannung nach unten hin), aber vor allem im oberen Trichterbereich zu deutlich zu größeren Spannungen im Vergleich zu den gemessenen Spannungen. Lediglich beim Kalksteinmehl liefert  $n=1$  eine akzeptable Anpassung der Wandspannungen bei Trichterneigungen  $\Theta < 25^\circ$ . Die Vertikalspannung an der Auslauföffnung  $\sigma_{va}$  wird von der Tendenz her eher mit  $K=1$  richtig beschrieben als mit  $n=1$ , wobei sich mit  $n=1$  im gesamten Bereich eine Unterschätzung der Vertikalspannung bis zu 50% zeigt.

Wie im Abschnitt 3.2 gezeigt wurde, läßt sich der Spannungsverlauf im Trichter durch den Parameter  $n$  (bzw.  $K$ , wobei  $K$  mit  $n$  über Glg. (3.13) zusammenhängt) darstellen. Neben McLean, der Werte für  $n$  und  $K$  empfiehlt, gibt auch Roberts [42] Werte für  $n$  an, um die Vertikalspannung an der Auslauföffnung zu berechnen (s. Abschnitt 3.2.1), die je nach der Steifigkeit der Aufhängung des Austragorgans und Kompressibilität des Schüttgutes zu wählen sind. Um die Meßergebnisse mit den aus unterschiedlichen  $n$  berechneten Spannungen vergleichen zu können, sind in den Bildern 5.12 und 5.13 die gemessenen Vertikalspannungen an der Auslauföffnung sowie die für unterschiedliche  $n$  berechneten Vertikalspannungen über dem Trichterneigungswinkel  $\Theta$  aufgetragen (Stirnwände bei der Berechnung berücksichtigt).

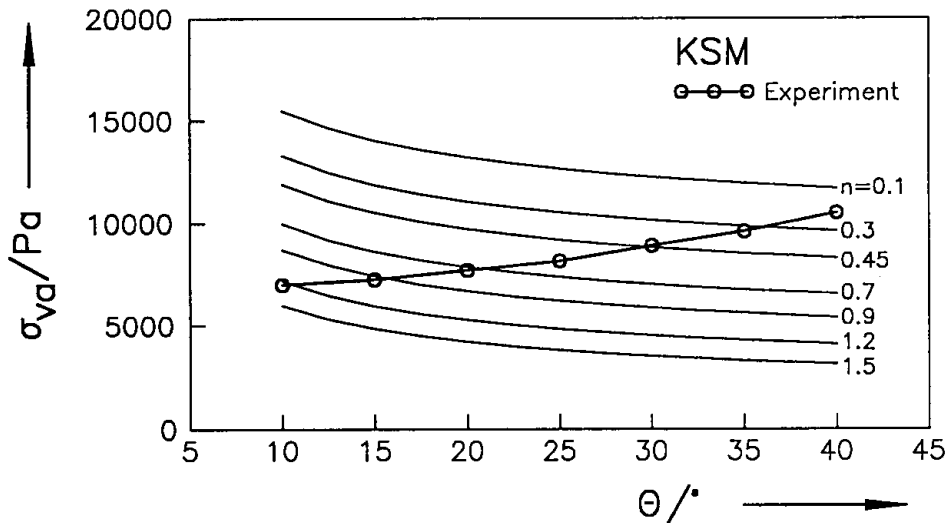


Bild 5.12: Gemessene und für unterschiedliche  $n$  berechnete Vertikalspannung  $\sigma_{va}$  im Füllzustand in Abhängigkeit vom Trichterneigungswinkel  $\Theta$  (KSM).

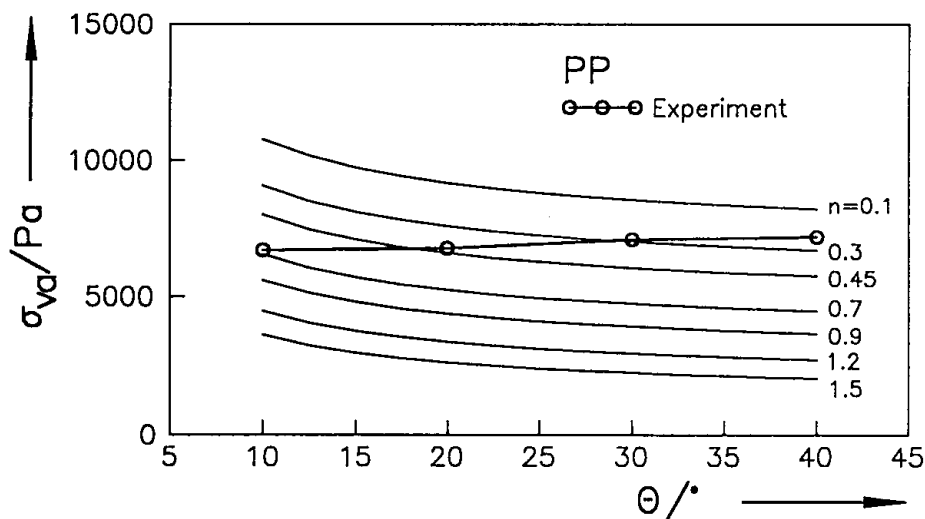


Bild 5.13: Gemessene und für unterschiedliche  $n$  berechnete Vertikalspannung  $\sigma_{va}$  im Füllzustand in Abhängigkeit vom Trichterneigungswinkel  $\Theta$  (PP).

Der Vergleich der berechneten und gemessenen Werte in den Bildern 5.12 und 5.13 zeigt, daß die  $n$ -Werte, mit denen sich die Meßwerte am besten beschreiben lassen, mit steigenden Werten für die Trichterwandneigung  $\Theta$  kleiner werden, wobei dieser Effekt stärker beim Kalksteinmehl als bei den Kunststoffpellets ausgeprägt ist. Weiterhin zeigen die Kurven für konstante  $n$  verglichen mit den Meßwerten die gegenläufige Tendenz (Abnahme der Vertikalspannung mit zunehmendem Trichterneigungswinkel  $\Theta$ ). Es erscheint daher nicht sinnvoll, für die Berechnung der Spannungen im Füllzustand Werte für  $n$  unabhängig von der Geometrie (Trichterneigungswinkel) vorzugeben.

Die Bilder 5.14 und 5.15 zeigen ebenfalls gemessene und berechnete Vertikalspannungen  $\sigma_{va}$  am Auslaufschlitz, wobei hier die berechneten Kurven für jeweils konstante K–Werte gelten (Stirnwandeinfluß berücksichtigt). Die berechneten Kurven liefern wie die Meßwerte größere Vertikalspannungen  $\sigma_{va}$  mit zunehmendem Trichterneigungswinkel  $\Theta$ . Dabei nehmen die K–Werte, die die beste Übereinstimmung der berechneten mit den gemessenen Vertikalspannungen liefern, mit steigendem Trichterneigungswinkel  $\Theta$  zu. Lediglich für Kalksteinmehl zeigt sich für  $\Theta \geq 25^\circ$  ein nahezu konstanter K–Wert von etwa 0.78 .

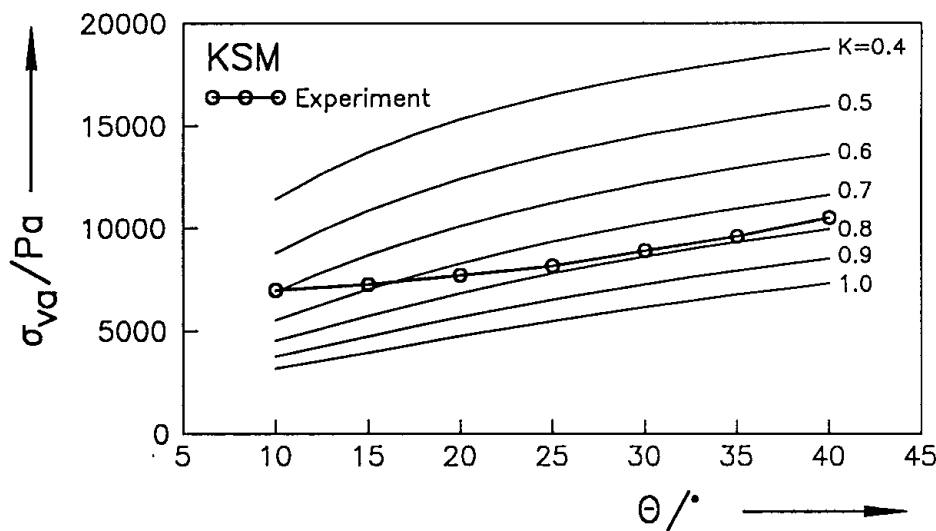


Bild 5.14: Gemessene und für unterschiedliche K–Werte berechnete Vertikalspannung  $\sigma_{va}$  im Füllzustand in Abhängigkeit vom Trichterneigungswinkel  $\Theta$  (KSM).

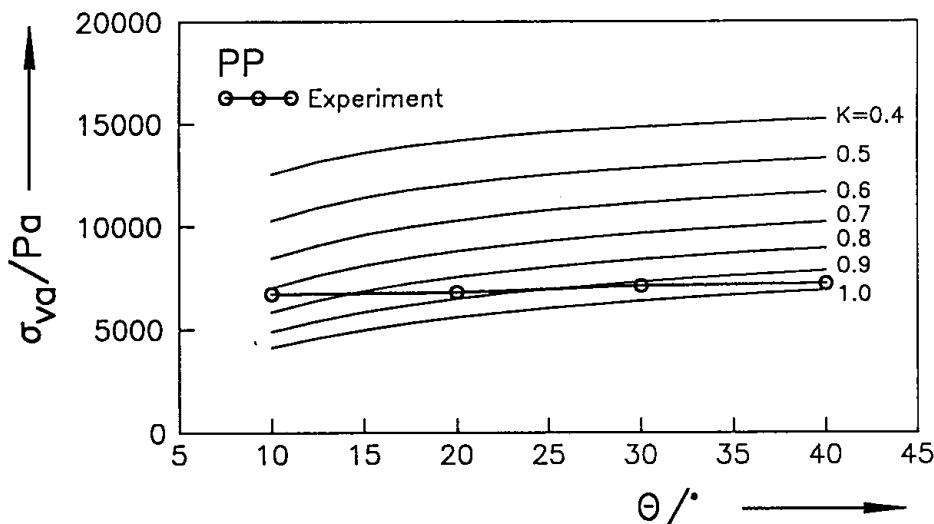


Bild 5.15: Gemessene und für unterschiedliche K–Werte berechnete Vertikalspannung  $\sigma_{va}$  im Füllzustand in Abhängigkeit vom Trichterneigungswinkel  $\Theta$  (PP).

Aus dem Vergleich der Meßwerte mit den Berechnungsverfahren folgt:

Das Verfahren von Walters führt zu einer starken Überschätzung der Spannungen im Trichter und vor allem der Vertikalspannung  $\sigma_{va}$  am Auslaufschlitz, so daß sich hinsichtlich der Auslegung eines Austragorganes eine Überdimensionierung des Antriebes ergäbe. Das von Motzkus vorgeschlagene Berechnungsverfahren, das an sich zum Zweck der Ermittlung der Lasten auf die Silowände zur festigkeitsmäßigen Siloauslegung entstanden war, ergibt zumindest für das verwendete kohäsionslose Schüttgut (PP) eine gute Annäherung der gemessenen Vertikalspannungen an der Auslauföffnung. Für das kohäsive Schüttgut (KSM) ergibt sich eine Überschätzung der Vertikalspannung von bis zu etwa 30% vor allem bei steileren Trichtern, wobei diese Annäherung weit besser ist als die nach Walters. Die Verfahren von Walters und Motzkus basieren auf Betrachtungen am Spannungskreis und Annahmen bezüglich des Spannungszustandes (s. Abschnitt 3.2.1), die im folgenden Abschnitt mit den tatsächlich herrschenden Spannungsverhältnissen verglichen werden.

Die Empfehlungen von McLean und Roberts sind rein empirisch. Die oben dargestellten Vergleichsrechnungen haben gezeigt, daß es nicht sinnvoll ist, über einen größeren Bereich von Trichterneigungswinkeln  $\Theta$  mit konstanten Werten für  $n$  und  $K$  zu rechnen. So führt z.B. die Empfehlung von Roberts, für ein inkompressibles Schüttgut bei steif aufgehängtem Austragorgan (Versuche mit PP)  $n=0.1$  zu setzen entsprechend den Ergebnissen im Bild 5.13 zu keiner guten Beschreibung der Versuchsergebnisse.

### 5.2.2 Spannungszustand im Trichter

Aus den Meßergebnissen sind die mittleren Vertikalspannungen  $\sigma_v$  und die (extrapolierten) Wandnormalspannungen  $\sigma_w$  am Übergang vom Siloschaft zum Trichter und am Auslaufschlitz bekannt. Aus diesen Informationen lassen sich näherungsweise die Spannungskreise für die Verhältnisse an der Trichterwand berechnen, wenn man wie Motzkus [11] annimmt, daß die Vertikalspannung  $\sigma_v$  über dem Auslaufquerschnitt konstant ist.

Im Bild 5.16 ist links ein Lageplan dargestellt, der die Verhältnisse an der um den Winkel  $\Theta$  zur Vertikalen geneigten Trichterwand (Fläche  $W$ ) und an zwei zueinander senkrechten Schnittebenen im Schüttgut (Flächen  $H$  und  $V$ ) in unmittelbarer Nähe der Wand wiedergibt. Die auf die Schnittflächen wirkenden Normal- und Schubspannungen sind entsprechend den Vereinbarungen im Abschnitt 2.1 (Grundlagen) vorzeichenrichtig eingezeichnet. Neben dem Lageplan ist ein Mohrscher Spannungskreis im  $\tau, \sigma$ -Diagramm dargestellt. Der eingezeichnete Wandfließort (Bezeichnung WYL) schneidet den Spannungskreis. Es wird angenommen, daß der mit  $W$  bezeichnete Punkt die Spannungsverhältnisse an der Trichterwand (Fläche  $W$ )

darstellt. Die zum Punkt W gehörende Schubspannung  $\tau_w$  ist negativ, d.h. sie zeigt nicht in die eingezeichnete, sondern in die entgegengesetzte Richtung, was auch physikalisch sinnvoll ist, da das Schüttgut bestrebt ist, der Schwerkraft folgend an der Trichterwand herabzurutschen. Da die Fläche H im Lageplan um den Winkel  $\Theta$  entgegen dem Uhrzeigersinn gegenüber der Fläche W gedreht ist, erhält man die auf die Fläche H wirkende Horizontalspannung  $\sigma_h$  auf dem Spannungskreis ausgehend von W durch Drehung um den Winkel  $2\Theta$  im Uhrzeigersinn. Die Vertikalspannung  $\sigma_v$  ist auf dem Spannungskreis um weitere  $180^\circ$  zur Horizontalspannung versetzt.

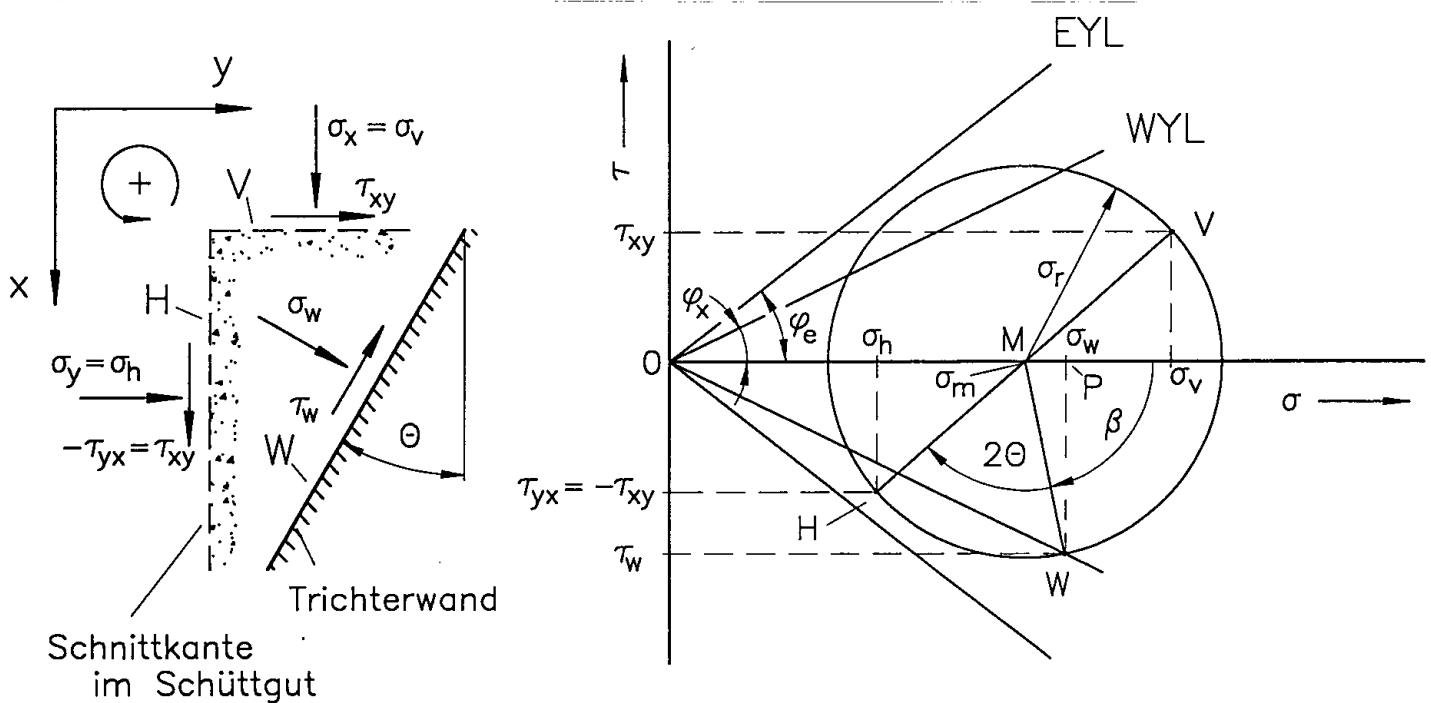


Bild 5.16: Spannungskreis für die Verhältnisse an der Trichterwand

Die Spannungen  $\sigma_w$ ,  $\sigma_v$  und  $\sigma_h$  lassen sich durch den Mittelpunkt (Spannung  $\sigma_m$ ) und den Radius ( $\sigma_r$ ) des Spannungskreises beschreiben:

$$\sigma_w = \sigma_m + \sigma_r \cdot \cos\beta \quad (5.1)$$

$$\sigma_v = \sigma_m - \sigma_r \cdot \cos(\beta + 2\Theta) \quad (5.2)$$

$$\sigma_h = \sigma_m + \sigma_r \cdot \cos(\beta + 2\Theta) \quad (5.3)$$

Weiterhin gilt für Dreieck MWP:

$$-\tau_w / \sin\beta = \sigma_r \quad (5.4)$$

Aus dem Wandreibungswinkel folgt das Verhältnis von Wandschubspannung  $\tau_w$  zu Wandnormalspannung  $\sigma_w$ :

$$|\tau_w|/\sigma_w = \tan\varphi_x \quad (5.5)$$

Unter der Einschränkung, daß die Wandschubspannung an der Trichterwand immer nach unten gerichtet ist, also entsprechend Bild 5.16 negativ ist, und damit  $0^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$  ist, gilt:

$$-\tau_w/\sigma_w = \tan\varphi_x \quad (5.5.a)$$

Auflösen der Gleichungen nach  $\beta$  führt zu:

$$\beta = \arctan \left[ \frac{(1 + \cos 2\Theta) \tan\varphi_x}{1 + \sin 2\Theta \tan\varphi_x - \sigma_v/\sigma_w} \right] \quad (5.6)$$

Mit  $\beta$  lassen sich  $\sigma_r$ ,  $\sigma_m$  und  $\sigma_h$  berechnen:

$$\sigma_r = \sigma_w \frac{\tan\varphi_x}{\sin\beta} \quad (5.7)$$

$$\sigma_m = \sigma_w \left[ 1 - \frac{\tan\varphi_x}{\tan\beta} \right] \quad (5.8)$$

$$\sigma_h = \sigma_w \left[ 1 - \frac{\tan\varphi_x}{\tan\beta} + \frac{\tan\varphi_x \cos(\beta + 2\Theta)}{\sin\beta} \right] \quad (5.9)$$

Entsprechend den Definitionen im Abschnitt 3 (Gln.(3.3) und (3.15)) lassen sich sowohl das Verhältnis  $K$  der Wandnormalspannung  $\sigma_w$  zur mittleren Vertikalspannung  $\sigma_v$ , der  $K$ -Wert, und das Verhältnis der Horizontalspannung  $\sigma_h$  zur mittleren Vertikalspannung  $\sigma_v$ , das für den Trichter mit  $\lambda_1$  bezeichnet wird, aus den berechneten bzw. gemessenen Größen angeben. Bei der Benutzung der Gleichungen ist zu beachten, daß die Tangens-Funktion  $\pi$ -periodisch ist. Wegen der oben eingeführten Einschränkung  $\tau_w < 0$  ist stets die Lösung  $0^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$  zu betrachten. Wegen der zunehmenden Unsicherheit in der Extrapolation der Wandnormalspannung mit zunehmendem Trichterneigungswinkel  $\Theta$  wurde die Berechnung nur für  $\Theta \leq 20^\circ$  durchgeführt. In den Bildern 5.17 bis 5.20 sind die für die Trichterneigungswinkel  $\Theta = 10^\circ$  und  $20^\circ$  berechneten Spannungskreise dargestellt; die Tabellen 5.3 bis 5.6 zeigen die berechneten Zahlenwerte für  $\Theta \leq 20^\circ$ .



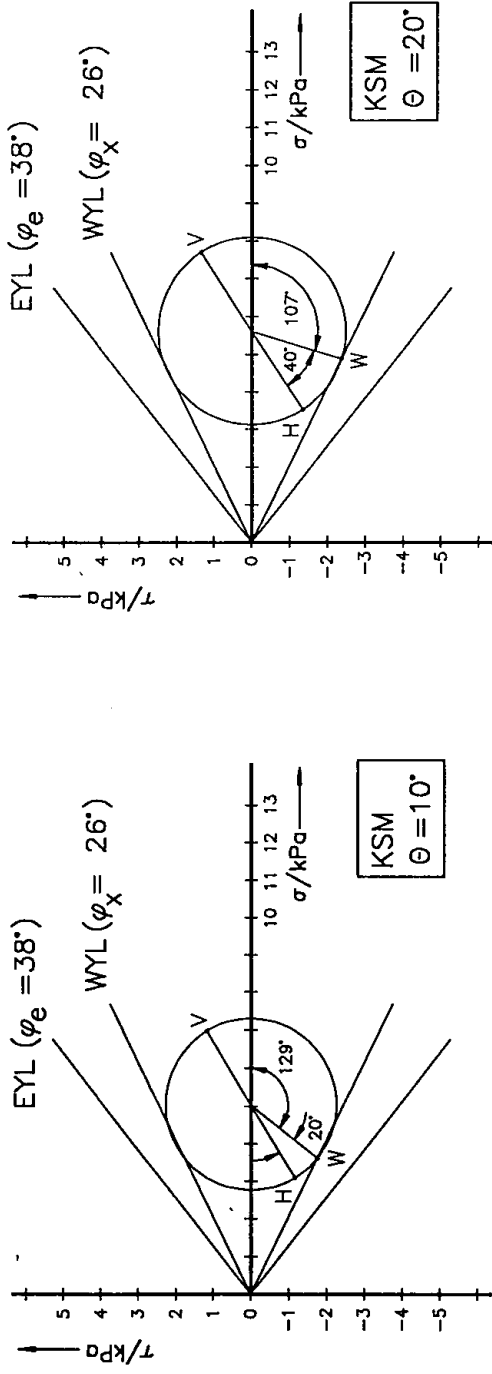


Bild 5.17: Spannungszustände am Auslaufschlitz (KSM)

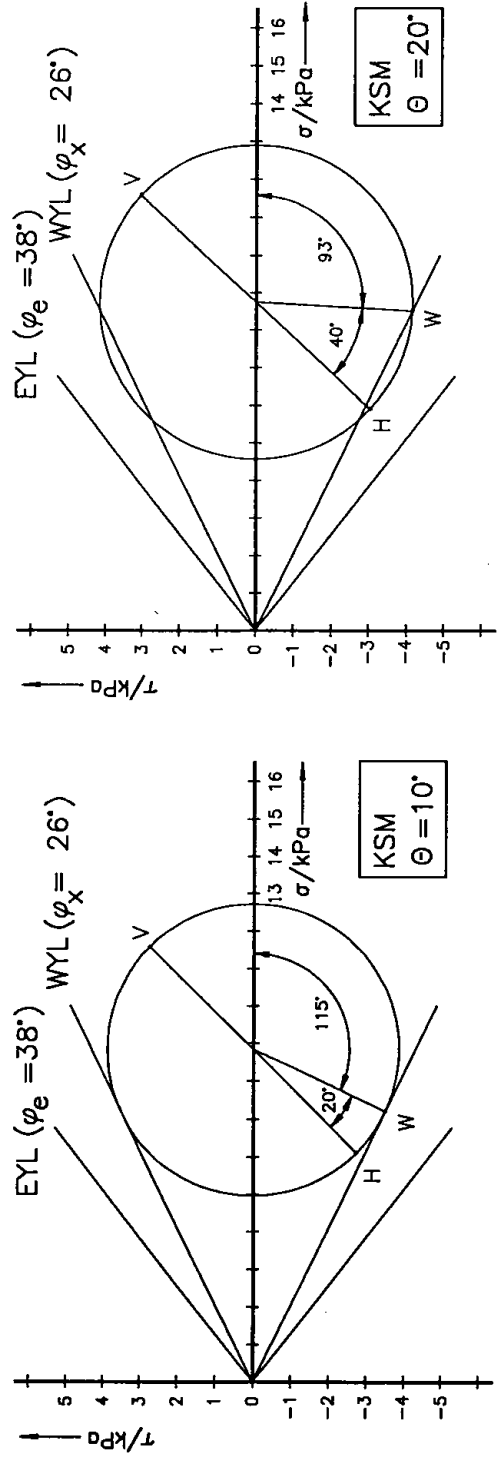


Bild 5.18: Spannungszustände am Übergang vom Schaft zum Trichter (KSM)

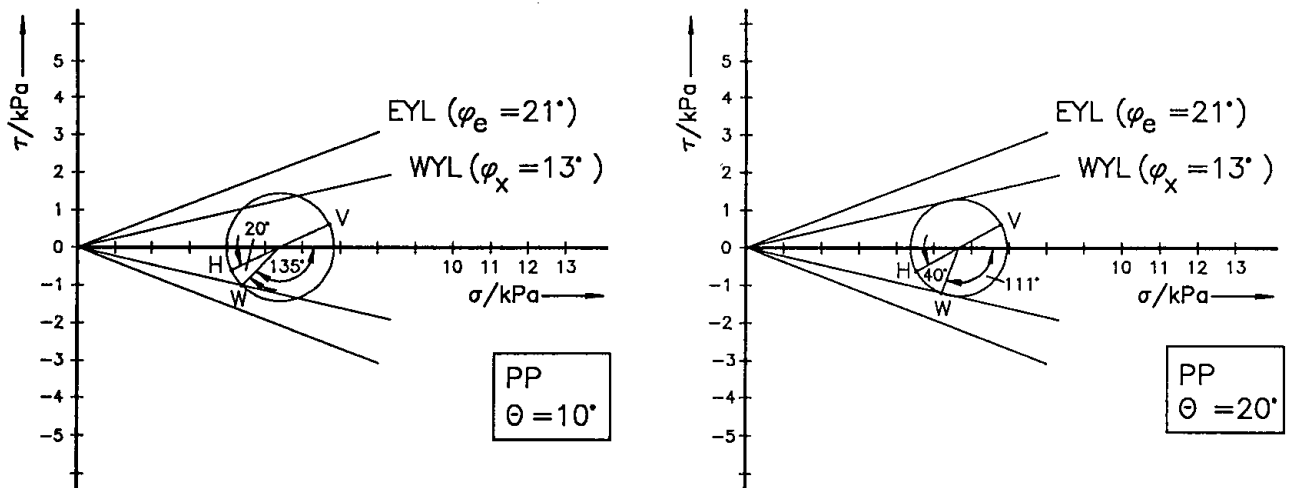


Bild 5.19: Spannungszustände am Auslaufschlitz (PP)

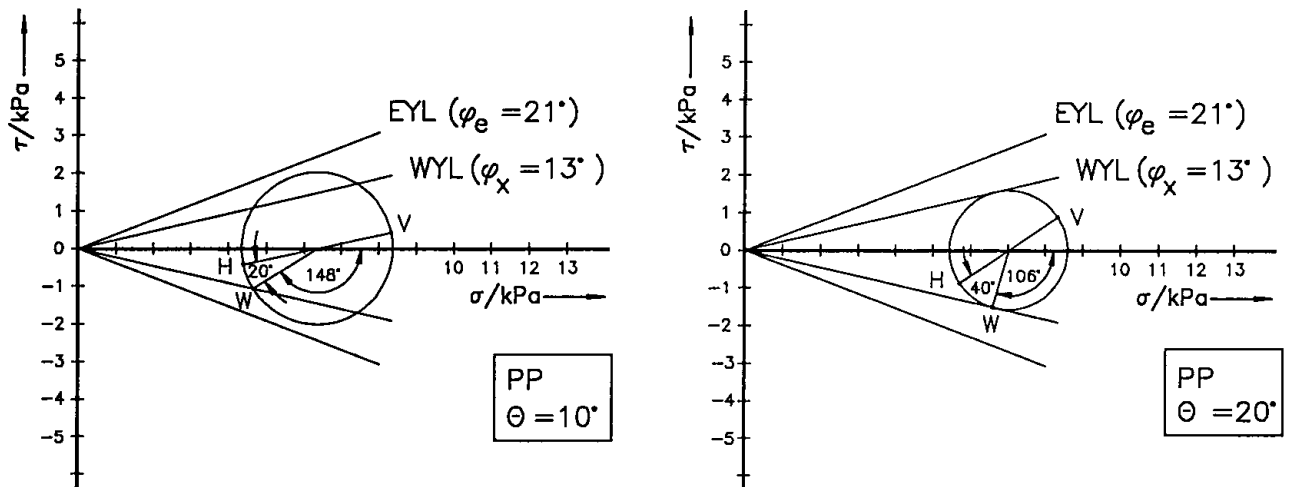


Bild 5.20: Spannungszustände am Übergang vom Schaft zum Trichter (PP)

$\Theta/^\circ$	$\sigma_w/\text{Pa}$	$\sigma_v/\text{Pa}$	$\beta/^\circ$	$\sigma_m/\text{Pa}$	$\sigma_r/\text{Pa}$	$\sigma_h/\text{Pa}$	$\lambda_i$	K
10	3600	6980	129	5033	2266	3086	0.442	0.516
15	4450	7250	113	5369	2357	3488	0.481	0.614
20	4870	7700	107	5608	2487	3516	0.457	0.632

Tab. 5.3: Charakteristische Größen für die Spannungszustände am Auslaufschlitz (KSM)

$\Theta/^\circ$	$\sigma_w/\text{Pa}$	$\sigma_v/\text{Pa}$	$\beta/^\circ$	$\sigma_m/\text{Pa}$	$\sigma_r/\text{Pa}$	$\sigma_h/\text{Pa}$	$\lambda_i$	K
10	7200	11590	115	8844	3877	6098	0.526	0.621
15	8120	11590	101	8918	4040	6247	0.539	0.701
20	8520	11590	93	8746	4162	5902	0.509	0.735

Tab. 5.4: Charakteristische Größen für die Spannungszustände am Übergang vom Siloschaft zum Trichter (KSM)

$\Theta/^\circ$	$\sigma_w/\text{Pa}$	$\sigma_v/\text{Pa}$	$\beta/^\circ$	$\sigma_m/\text{Pa}$	$\sigma_r/\text{Pa}$	$\sigma_h/\text{Pa}$	$\lambda_i$	K
10	4400	6700	135	5407	1430	4113	0.614	0.657
20	5200	6780	111	5658	1285	4535	0.669	0.767

Tab. 5.5: Charakteristische Größen für die Spannungszustände am Auslaufschlitz (PP)

$\Theta/^\circ$	$\sigma_w/\text{Pa}$	$\sigma_v/\text{Pa}$	$\beta/^\circ$	$\sigma_m/\text{Pa}$	$\sigma_r/\text{Pa}$	$\sigma_h/\text{Pa}$	$\lambda_i$	K
10	4650	8330	148	6358	2017	4386	0.527	0.558
20	6580	8330	106	7018	1581	5706	0.685	0.790

Tab. 5.6: Charakteristische Größen für die Spannungszustände am Übergang vom Siloschaft zum Trichter (PP)

Aus der Betrachtung der Spannungskreise folgt:

- Die berechneten Spannungskreise liegen deutlich unterhalb der effektiven Fließorte (Bezeichnung EYL), d.h. das Schüttgut befindet sich in einem elastischen Spannungszustand und nicht im plastischen Grenzgleichgewicht.
- Jeder der gezeichneten Spannungskreise hat zwei Schnittpunkte mit dem Wandfließort (außer in dem Fall, daß der Wandfließort den Spannungskreis tangiert). Die Spannungsverhältnisse an der Wand werden beim Kalksteinmehl (KSM) in den meisten Fällen durch den Schnittpunkt des Wandfließortes mit dem Spannungskreis beschrieben, der die größere Wandnormalspannung aufweist. Bei den Kunststoffpellets (PP) ist dagegen in den meisten Fällen der Schnittpunkt mit der kleineren Wandnormalspannung maßgeblich.
- Die K–Werte, die sich für die einzelnen Schüttgut/Wandneigungswinkel–Kombinationen aus den Wandnormalspannungen und den Vertikalspannungen am Übergang vom Schaft zum Trichter ergeben, sind nicht gleich den K–Werten für die Verhältnisse in Nähe der Auslauföffnung. d.h. der K–Wert ist über der Trichterhöhe nicht konstant.

- Bei beiden Schüttgütern zeigt sich eine Verringerung des Winkels  $\beta$  mit zunehmendem Trichterneigungswinkel und damit eine Zunahme des K-Wertes.
- Die Punkte H, die die Spannungen in vertikalen Schnittebenen beschreiben, liegen beim Kalksteinmehl (KSM) eher in der Nähe des Wandfließortes, während sie sich bei den Kunststoffpellets (PP) näher an der der Abszisse befinden

Dem Berechnungsverfahren von Walters liegen die Annahmen zugrunde, daß sich das Schüttgut im gesamten Trichter im plastischen Grenzgleichgewicht befindet, daß für den Spannungszustand an der Wand der Schnittpunkt des Wandfließortes mit dem Spannungskreis maßgeblich ist, der die geringere Wandnormalspannung aufweist, und daß der K-Wert über der Trichterhöhe konstant ist (Spannungszustand nach Walters s. Bild 3.6). Alle drei Annahmen widersprechen den Versuchsergebnissen. Daher sind die Diskrepanzen zwischen den gemessenen Spannungen und den nach Walters berechneten Spannungen (s. vorangegangenen Abschnitt) zu verstehen.

Motzkus nahm für den Spannungszustand direkt an der Silowand im Fall des "Wandbruchs", der (entsprechend der Definition von Motzkus) in allen im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Fällen vorliegt, einen elastischen Spannungszustand an, der durch Spannungskreise, die unterhalb des effektiven Fließortes (EYL) liegen, beschrieben wird (s. Bild 3.7). Weiterhin machte Motzkus keine Einschränkungen darüber, welcher Schnittpunkt des Spannungskreises mit dem Wandfließort für die Spannungen an der Wand maßgeblich ist. Bezüglich des K-Wertes setzt Motzkus wie Walters einen konstanten K-Wert für den gesamten Trichterbereich voraus. Damit widerspricht nur diese letzte Annahme den Meßwerten. Entsprechend den realistischeren Annahmen erhält man nach dem Berechnungsverfahren von Motzkus eine bessere Annäherung an die gemessenen Spannungen.

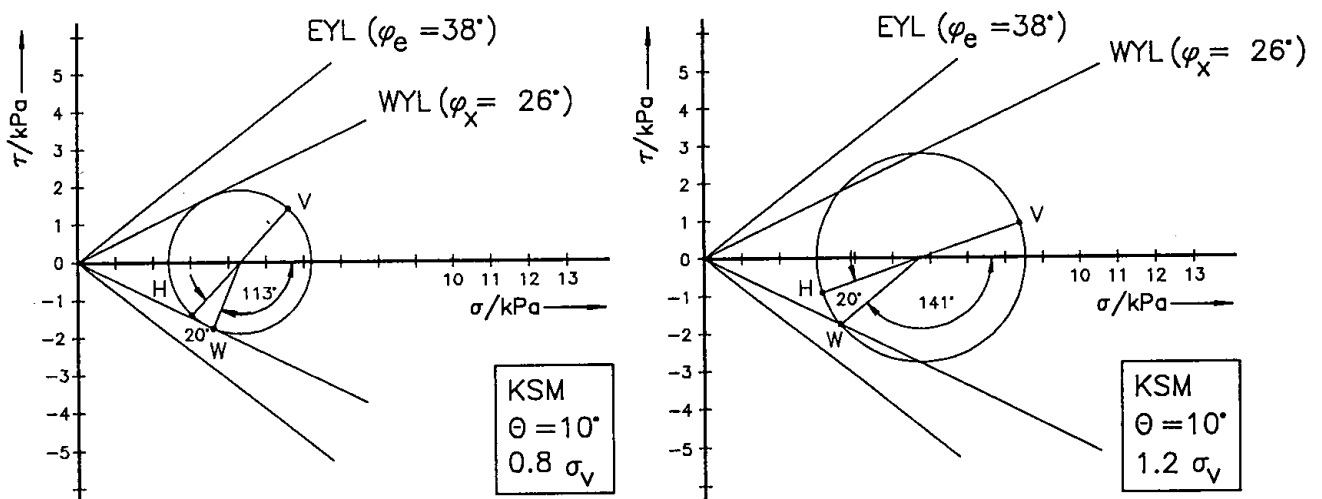


Bild 5.21: Variation der Vertikalspannung

Bei der Berechnung der Spannungskreise aus den Meßwerten stellt sich die Frage nach der Genauigkeit bzw. Aussagekraft. So ist zum einen die Extrapolation fehlerbehaftet, zum anderen wurde eine konstante Vertikalspannung über dem Querschnitt angenommen. Um die Empfindlichkeit der Aussagen gegen falsch angenommene Spannungen zu überprüfen, wurde für das Beispiel "Kalksteinmehl,  $\Theta = 10^\circ$ , Auslauföffnung" die Vertikalspannung um 20% nach oben und unten variiert. Aus den im Bild 5.21 gezeigten Spannungskreisen ist zu erkennen, daß die Variation der Vertikalspannung wenig Einfluß auf die Aussage hat, daß im Schüttgut ein elastischer Spannungszustand vorliegt.

### 5.3 Relativbewegung von Silo und Austragorgan beim Füllen

Die bisher beschriebenen Versuche wurden unter der Randbedingung einer möglichst steifen Aufhängung des Austragorgans durchgeführt. Da eine unendlich steife Aufhängung nicht zu realisieren ist, ergaben sich dabei Absenkungen  $\Delta z_a$  des Gurtes gegenüber dem Silo bis 0.3 mm. Um den Einfluß der Steifigkeit der Aufhängung des Austragorgans auf die Spannungen im Füllzustand zu messen, wurden neben Messungen am Versuchssilo auch Messungen am Modellsilo (Abschnitt 4.2) durchgeführt. Dabei wurde jeweils unterhalb der Auslauföffnung eine steife Platte mit darunter befindlichen, unterschiedlich steifen Federelementen angebracht. Die Federelemente stützten sich ihrerseits auf dem Gurt des Gurtförderers (Versuchssilo) bzw. auf der Waage (Modellsilo) ab. Die Absenkung der den Auslaufschlitz verschließenden Platte wurde mit Wegaufnehmern ermittelt.

#### 5.3.1 Messungen am Versuchssilo

Der Zusammenhang zwischen der Absenkung  $\Delta z_a$  des Gurtförderers und der auf ihn wirkenden Vertikalkraft  $F_{vg} \approx F_{va}$  (Produkt aus Vertikalspannung  $\sigma_{va}$  und Fläche der Auslauföffnung A) ergibt sich analog der Kraft–Weg–Beziehung für eine Feder:

$$F_{va} = \sigma_{va} \cdot A = c_a \cdot \Delta z_a \quad (5.10)$$

Die Federkonstante  $c_a$  beträgt für das "steif" abgestützte Austragorgan etwa  $4 \cdot 10^6$  N/m. Durch die verschiedenen Federelemente konnten Steifigkeiten  $3 \cdot 10^4$  N/m  $< c_a < 4 \cdot 10^6$  N/m eingestellt werden. Die Steifigkeiten werden im folgenden nicht für die einzelnen Meßpunkte explizit angegeben, da sie über die Werte  $\Delta z_a$  und  $\sigma_{va}$  eindeutig festgelegt sind.

Im Bild 5.22 sind für den Trichterneigungswinkel  $\Theta = 10^\circ$  die mit Kalksteinmehl (KSM) und

Kunststoffpellets (PP) gemessenen Vertikalspannungen  $\sigma_{va}$  an der Auslauföffnung in Abhängigkeit von der Absenkung  $\Delta z_a$  der unter dem Auslaufschlitz befindlichen Platte dargestellt (Auslaufschlitzbreite  $b = 0.2$  m). Weiterhin sind einige Linien konstanter Steifigkeit  $c_a$  (konstante Verhältnisse  $\sigma_{va} A / \Delta z_a$ ) eingezeichnet. Es zeigt sich erwartungsgemäß (s. Abschnitt 4) eine Verringerung der Vertikalspannung mit zunehmender Absenkung  $\Delta z_a$  bzw. abnehmender Steifigkeit  $c_a$ , d.h. je weicher die Platte unter der Auslauföffnung abgestützt ist (bzw. um so geringer die Steifigkeit der Aufhängung des Austragorgans ist), um so geringer ist die Vertikalspannung an der Auslauföffnung. Der Effekt zeigt sich bei den Kunststoffpellets deutlicher als beim Kalksteinmehl.

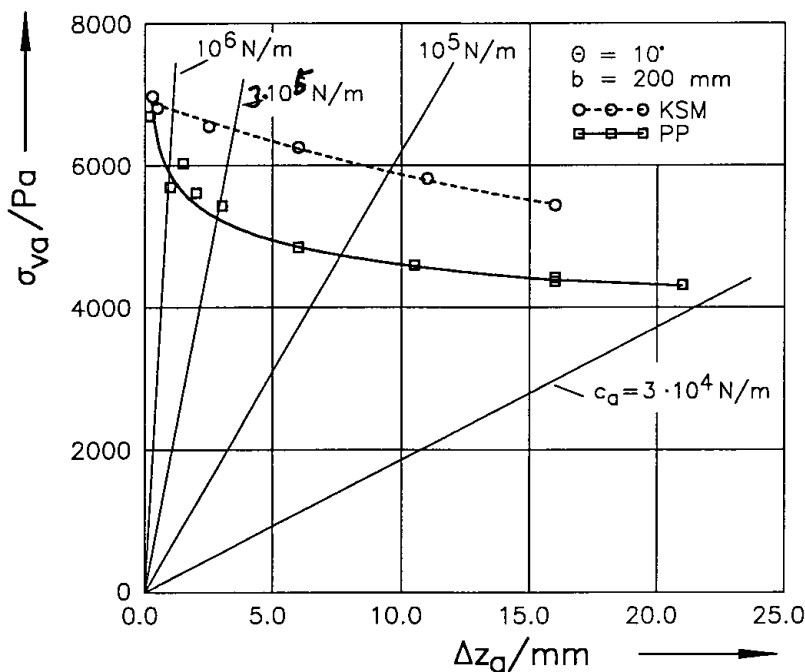


Bild 5.22: Vertikalspannung  $\sigma_{va}$  an der Auslauföffnung in Abhängigkeit von der Absenkung des Austragorgans  $\Delta z_a$  beim Füllen (KSM, PP)

Auch bei den Spannungen auf die Trichterwand zeigt sich ein größerer Einfluß der Steifigkeit bei den Kunststoffpellets (PP) als beim Kalksteinmehl (KSM). Bild 5.23 zeigt für die Kunststoffpellets die Wandnormalspannung  $\sigma_w$  im Trichter für unterschiedliche Absenkungen  $\Delta z_a$ . Während beim Kalksteinmehl die Normalspannungen  $\sigma_w$  auf die Trichterwände für alle gemessenen Absenkungen ( $\Delta z_a = 0.3$  mm ("steif") bis  $\Delta z_a = 16$  mm) innerhalb des im Abschnitt 5.2 (Bild 5.2) angegebenen Schwankungsbereiches liegen, so daß keine systematische Änderung in Abhängigkeit von der Absenkung zu erkennen ist, zeigt sich bei den Kunststoffpellets (Bild 5.23) ein Anstieg der Wandnormalspannung  $\sigma_w$  im unteren Trichterbereich, der mit zunehmender Absenkung  $\Delta z_a$  immer größere Bereiche des Trichters erfaßt. Da gleichzeitig mit dem Anstieg der Wandnormalspannungen das Absinken der Vertikalspannung zu

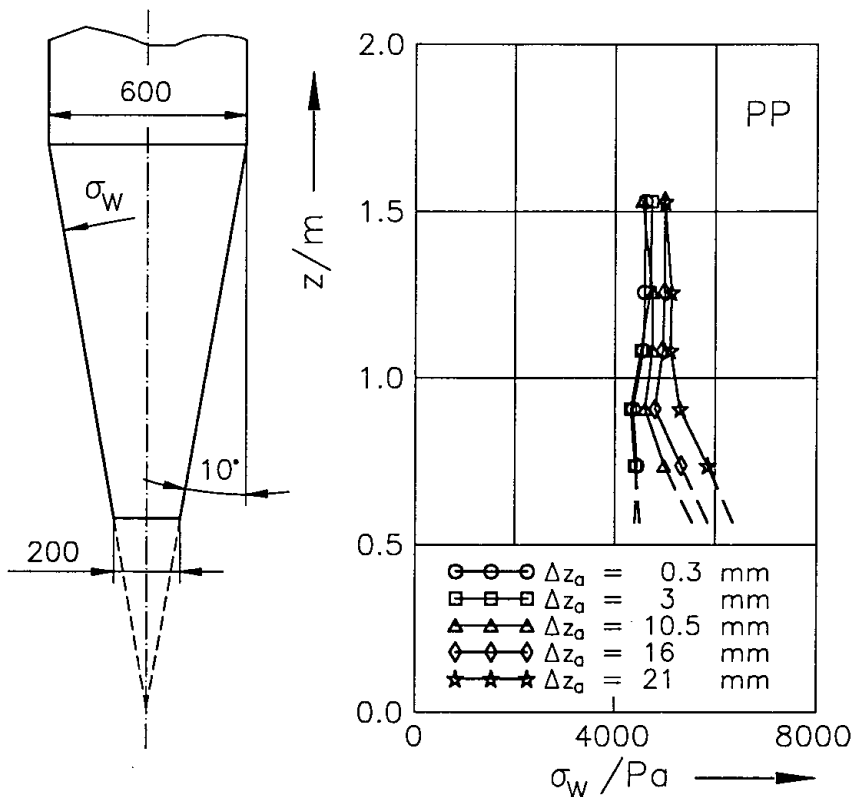


Bild 5.23: Wandnormalspannung  $\sigma_w$  im Trichter bei unterschiedlichen Absenkungen  $\Delta z_a$  (PP,  $\Theta = 10^\circ$ )

beobachtet ist, bedeutet das eine deutliche Zunahme des K-Wertes ( $K = \sigma_w / \sigma_v$ ) im unteren Trichterbereich mit zunehmender Absenkung  $\Delta z_a$ .

Zur besseren Beurteilung der Spannungszustände wurden die für die Auslauföffnung maßgebliche Spannungskreise bei unterschiedlichen Absenkungen  $\Delta z_a$  nach dem im Abschnitt 5.2.2 dargelegten Verfahren berechnet. Die Ergebnisse sind in den Bildern 5.24 (KSM) und 5.25 (PP) aufgezeichnet; die zu den Spannungskreisen gehörigen charakteristischen Werte sind in den Tabellen 5.7 und 5.8 aufgeführt. Auch die Betrachtung der Spannungskreise zeigt den größeren Einfluß der Absenkung bei den mit den Kunststoffpellets (PP) durchgeführten Versuchen. Bei beiden Schüttgütern ist ein Ansteigen der K-Werte ( $K = \sigma_w / \sigma_v$ ) an der Auslauföffnung mit zunehmender Absenkung  $\Delta z_a$  festzustellen (Tab. 5.7, 5.8), wobei der Anstieg bei den Kunststoffpellets stärker ist. Gleichzeitig zeigt sich eine Verschiebung der Punkte W, die die Spannungen auf die Trichterwand charakterisieren, entgegen dem Uhrzeigersinn: Während bei der Messung mit "steifem" Austragorgan für die Spannung auf die Wand (Punkt W) der Schnittpunkt des Spannungskreises mit dem Wandfließort (WYL) maßgeblich ist, der die geringere Wandnormalspannung aufweist, ist es bei größeren Absenkungen der Schnittpunkt mit der größeren Wandnormalspannung. Beim Übergang von dem einen zum anderen Schnittpunkt gibt es Zustände, die dadurch gekennzeichnet sind, daß der Spannungskreis den

Wandfließort tangiert. Diese Zustände sind annähernd im Bild 5.24 bei  $\Delta z_a = 16 \text{ mm}$  bzw. im Bild 5.25 bei  $\Delta z_a = 3 \text{ mm}$  erreicht. Die weitere Absenkung über diese Zustände hinaus führt solange zu einer Vergrößerung des Spannungskreises, bis der Spannungskreis den effektiven Fließort (EYL) tangiert. Dieser dann erreichte Spannungskreis gibt die Verhältnisse an der Trichterwand für den sogenannten passiven Spannungszustand wieder, wie er z.B. von Jenike für den Entleerungszustand angenommen wurde (s. Abschnitt 3.2.2). Eine weitere Vergrößerung des Spannungskreises über den effektiven Fließort hinaus ist physikalisch nicht sinnvoll, da Spannungskreise, die teilweise oberhalb des effektiven Fließortes liegen, nicht möglich sind. Betrachtet man die Kurve für PP im Bild 5.22, wird der Befund erhärtet, daß eine Absenkung über einen bestimmten Wert hinaus keine weitere Reduzierung der Vertikalspannung  $\sigma_{va}$  bewirkt, da die Kurvenverläufe mit zunehmender Absenkung immer weniger stark geneigt sind.

Der im Bild 5.25 für  $\Delta z_a = 21 \text{ mm}$  eingezeichnete Spannungskreis schneidet den effektiven Fließort (EYL). Die Ursache dafür dürfte neben Ungenauigkeiten durch die Messung und den Annahmen bei der Berechnung der Spannungskreise sein, daß der im Schergerät gemessene Winkel  $\varphi_e = 21^\circ$  kleiner ist als der tatsächliche effektive Reibungswinkel, da sich die linsenförmigen Kunststoffpellets im Schergerät entlang der Scherebene ausrichten und damit zu etwas zu geringen Schubspannungen und effektiven Reibungswinkeln  $\varphi_e$  führen.

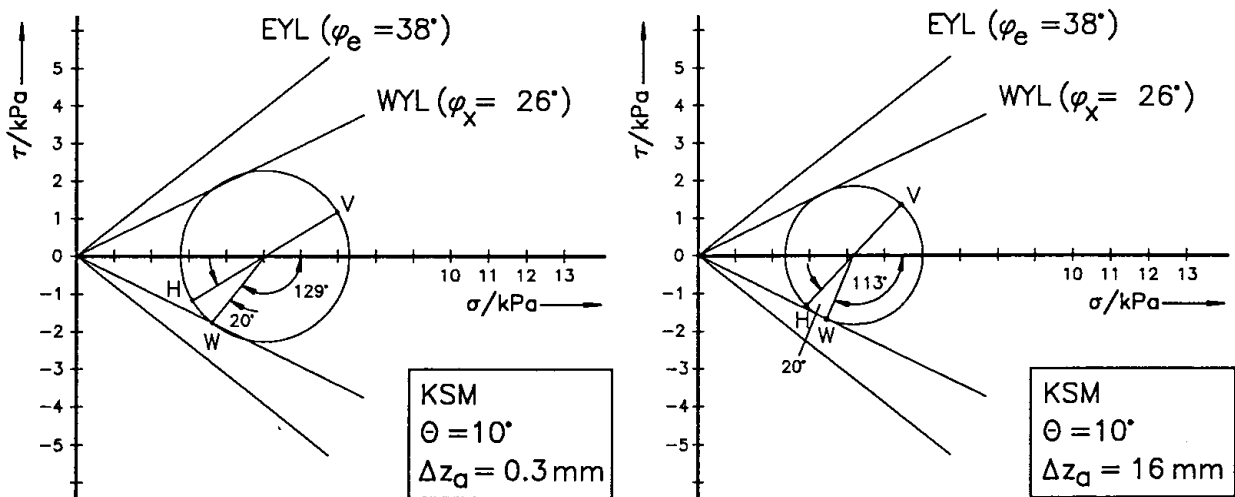


Bild 5.24: Spannungszustände am Auslaufschlitz bei unterschiedlicher Absenkung  $\Delta z_a$  (KSM)



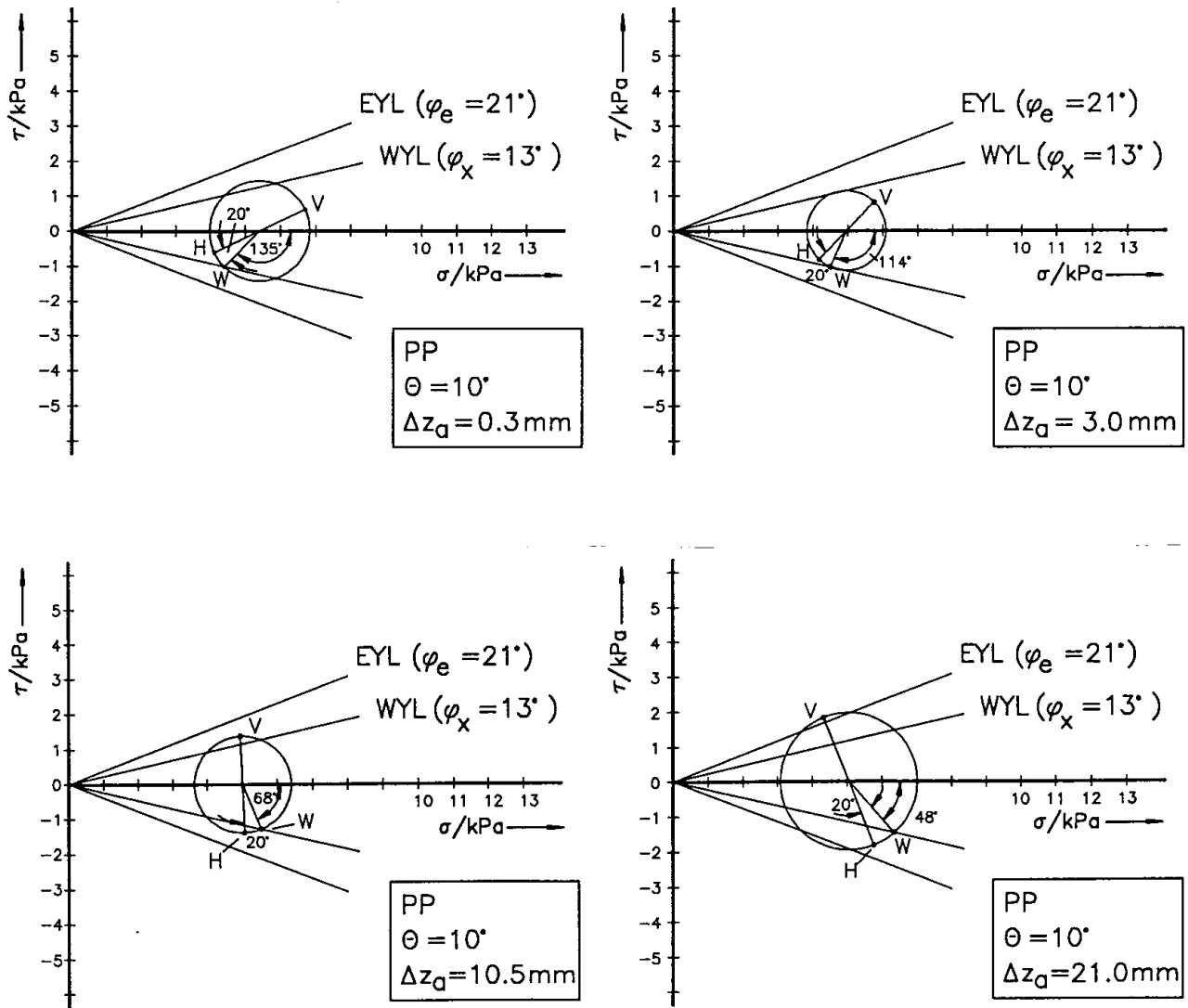


Bild 5.25: Spannungszustände am Auslaufschlitz bei unterschiedlicher Absenkung  $\Delta z_a$  (PP)

$\Delta z_a / \text{mm}$	$\sigma_w / \text{Pa}$	$\sigma_v / \text{Pa}$	$\beta / ^\circ$	$\sigma_m / \text{Pa}$	$\sigma_r / \text{Pa}$	$\sigma_h / \text{Pa}$	$\lambda_i$	K
0.3	3600	6980	129	5033	2266	3086	0.442	0.516
16.0	3450	5450	114	4184	1836	2919	0.536	0.633

Tab. 5.7: Charakteristische Größen für die Spannungszustände am Auslaufschlitz (KSM)

$\Delta z_a/\text{mm}$	$\sigma_w/\text{Pa}$	$\sigma_v/\text{Pa}$	$\beta/^\circ$	$\sigma_m/\text{Pa}$	$\sigma_r/\text{Pa}$	$\sigma_h/\text{Pa}$	$\lambda_i$	K
0.3	4400	6700	135	5407	1430	4113	0.614	0.657
3.0	4500	5750	114	4961	1137	4172	0.726	0.783
10.5	5540	4950	68	5010	1385	5071	1.025	1.119
21.0	6350	4320	48	5045	1963	5770	1.336	1.470

Tab. 5.8: Charakteristische Größen für die Spannungszustände am Auslaufschlitz (PP)

Bezüglich des Vergleichs des bei großen Absenkungen  $\Delta z_a$  erreichten Spannungszustandes mit dem von Jenike für den passiven Spannungszustand angenommenen Spannungskreis an der Wand ist hinzuzufügen, daß sich dieser Vergleich nur auf die Verhältnisse an der Wand bezieht. Während bei dem hier verwendeten Berechnungsverfahren zur Ermittlung der Spannungskreise davon ausgegangen wird, daß die Vertikalspannung über dem Querschnitt konstant ist, erhält Jenike eine geringere Vertikalspannung in der Trichterachse als an der Wand (was für den Entleerungszustand nach Messungen von Motzkus [11] auch realistisch ist), d.h. über dem ganzen Trichterquerschnitt betrachtet ergeben sich nach Jenike kleinere mittlere Vertikalspannungen und damit größere K-Werte ( $K = \sigma_w/\sigma_v$ ) für den Trichter.

Man kann sich an folgender Überlegung verdeutlichen, daß man durch ein nachgiebig befestigtes Austragorgan beim Füllen nicht die gleichen Spannungsverhältnisse erhält wie beim Entleeren: Beim Füllen wirkt die größte Hauptspannung (in der Trichterachse) zunächst in vertikaler Richtung. Diese Vertikalspannung drückt senkrecht auf das nachgiebig aufgehängte Austragorgan und verschiebt dieses nach unten. Dabei bewegt sich das im Trichter befindliche Schüttgut nach unten, so daß aufgrund der Querschnittsabnahme im Trichter eine gewisse Verdichtung des Schüttgutes in horizontaler Richtung stattfindet, wodurch die Horizontalspannung (und die Wandnormalspannung) ansteigt und das Schüttgut eine größere Abstützung an der Wand erfährt. Da die nachgiebige (elastische) Aufhängung die einmal aufgebrachte Vertikalkraft "speichert", bleibt die Vertikalkraft am Auslaufschlitz in ihrer Größe erhalten, d.h. eine Kraft drückt von unten her auf das Schüttgut. Im Gegensatz dazu wird das Schüttgut beim Entleeren in vertikaler Richtung von unten her entlastet, so daß es plausibel erscheint, daß sich im Entleerungszustand ein größeres Verhältnis von Wandnormalspannung zu mittlerer Vertikalspannung einstellt als im Füllzustand bei nachgiebiger Aufhängung des Austragorgans.

Zur Verdeutlichung dieses Unterschiedes wurden Messungen durchgeführt, wobei der Versuchssilo zunächst bei steifer Aufhängung gefüllt wurde und anschließend das Austragorgan schrittweise abgesenkt wurde. Die dabei gemessenen Vertikalspannungen  $\sigma_{va}$  sind im Bild

5.26 über der Absenkung  $\Delta z_a$  aufgetragen. Im Vergleich zu Bild 5.22 ist zu erkennen, daß gleiche Wege  $\Delta z_a$  beim nachträglichen Absenken des Austragorgans im Vergleich zum (elastischen) Absenken beim Füllen zu geringeren Vertikalspannungen führen. Beim Kalksteinmehl ist nach dem Absinken ein flacher Anstieg der Vertikalspannung zu erkennen. Die Ursache dafür ist, daß das kohäsive Kalksteinmehl nicht sofort, sondern verzögert aus der Ruhe in Bewegung kommt.

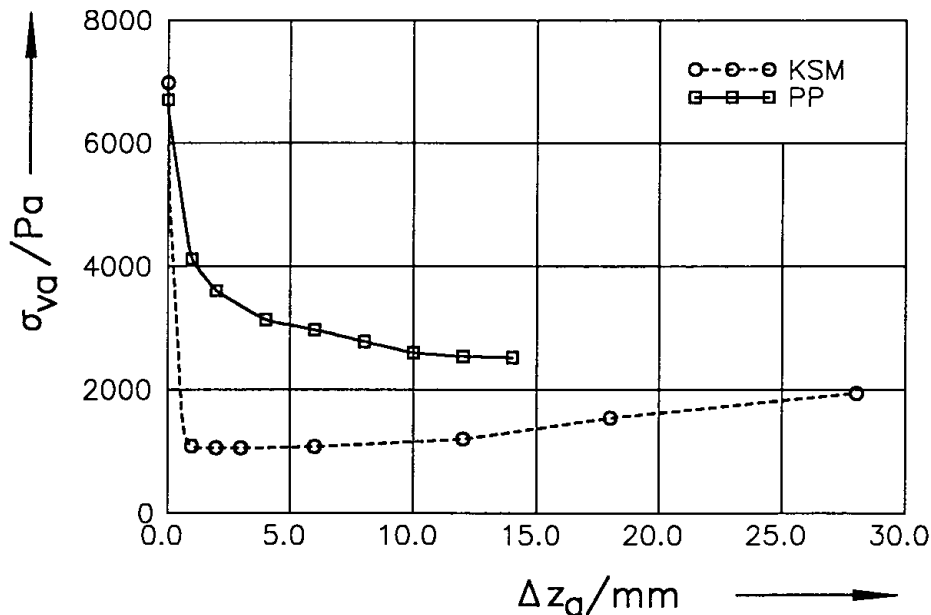


Bild 5.26: Vertikalspannung  $\sigma_{va}$  an der Auslauföffnung in Abhängigkeit von der Absenkung des Austragorgans  $\Delta z_a$  nach dem Füllen (KSM, PP)

### 5.3.2 Messungen am Modellsilo

Im Modellsilo wurden die Vertikalspannungen im Füllzustand gemäß Abschnitt 4.2 gemessen. Im Gegensatz zum Versuchssilo konnte beim Modellsilo neben der Steifigkeit des "Austragorgans", das durch die auf der Waage federnd abgestützte Platte simuliert wurde, auch die Steifigkeit der Aufhängung des Silos variiert werden. Die Relativbewegung  $\Delta z_a$ , die mit einem Wegaufnehmer gemessen wurde, konnte je nach Kombination der Steifigkeiten von Siloaufhängung und Austragorgan positiv (Austragorgan bewegt sich relativ zur Auslauföffnung nach unten) als auch negativ (Austragorgan bewegt sich relativ zur Auslauföffnung nach oben) sein. Weiterhin wurden bei einigen Versuchen am Modellsilo Schürzen (Geometrie C, Material: kaltgewalztes VA-Blech, s. Tab. 4.1) mit Höhen  $h_s = 40 \text{ mm}$  angebracht. Die Versuche im Modellsilo wurden mit den (kohäsionslosen) Schüttgütern Kunststoffpellets (PP) und grobem Kalkstein (KSG) durchgeführt.

Die Vertikalspannung  $\sigma_{v0}$  am Übergang vom Schaft zum Trichter wurde bestimmt, indem der Trichter entfernt wurde und der Schaft direkt über der Waage aufgestellt wurde. Die gemessenen Vertikalspannungen (Schaft bis zur Oberkante mit Schüttgut gefüllt) sowie die für die beiden im Modellsilo verwendeten Schüttgüter in der Zweiachialbox ermittelten Horizontallastverhältnisse  $\lambda$  sind in der Tabelle 5.9 aufgeführt.

Schüttgut	$\lambda$	$\sigma_{v0}/\text{Pa}$
KSG	0.48	2410
PP	0.45	990

Tab. 5.9: Spannungen am Übergang Schaft/Trichter (Modellsilo, Füllhöhe im Schaft 0.3 m)

Die Spannungen am Auslaufschlitz des Modellsilos (ohne Schürzen) wurden für den Füllzustand nach der Methode von Motzkus (unter Berücksichtigung der Stirnwände) und für den Entleerungszustand entsprechend Glg.(3.44) berechnet. Sie sind in der Tabelle 5.10 für die "steifste Aufhängung des Austragorgans", also die betragsmäßig geringstmögliche Absenkung  $\Delta z_a$ , die im Modellsilo zu erreichen war ( $\Delta z_a = 0.05$  bis  $0.08$  mm), aufgetragen. Auch hier zeigt sich im Füllzustand eine recht gute Übereinstimmung der Meßwerte mit den nach Motzkus für den Füllzustand berechneten Werten.

Schüttgut	$\sigma_{va}/\text{Pa}$	$\sigma_{va}/\text{Pa}$	$\sigma_{va}/\text{Pa}$
	(Füllen, Messung)	(Füllen, Rechnung)	(Entleeren, Rechnung)
KSG	2750	2620	468
PP	1260	1140	583 (347*)

Tab. 5.10: Berechnete und gemessene Spannungen am Trichterauslauf, steife Aufhängung des Austragorgans (\* = berechnet mit  $\varphi_e = 25^\circ$ )

In den Bildern 5.27 (KSG) und 5.28 (PP) sind die Vertikalspannungen für den Füllzustand und den Entleerungszustand gemäß Tabelle 5.10 als gestrichelte Linien eingetragen. Weiterhin sind die gemessenen Vertikalspannungen in Abhängigkeit von der Absenkung  $\Delta z_a$  für die Versuche mit ( $\sigma_v = \sigma_{vs}$ ) und ohne Auslaufschürzen ( $\sigma_v = \sigma_{va}$ ) aufgetragen. Im Bereich positiver  $\Delta z_a$  ergibt sich wie im Versuchssilo ein Absinken der Vertikalspannung mit zunehmender Absenkung  $\Delta z_a$ , wobei auch hier die zum Entleerungszustand gehörende Vertikalspannung nicht erreicht wird (Bei den Kunststoffpellets ergibt sich eine stärkere Annäherung an die berechnete Vertikalspannung für den Entleerungszustand, aber es ist zu vermuten, daß der der Berechnung zugrundeliegende Wert  $\varphi_e = 21^\circ$  zu klein ist. Mit  $\varphi_e = 25^\circ$  ergäbe sich eine geringere Vertikalspannung, s. Tab. 5.10).

Bei negativen  $\Delta z_a$  treten schon bei kleinen Beträgen von  $\Delta z_a$  sehr große Werte für die Vertikalspannung auf, die z.T. mehr als das dreifache der Spannungen bei kleinen positiven  $\Delta z_a$  betragen. Die Ursache für diesen Effekt ist, daß sich der Silo beim Füllen weiter nach unten absenkt als das Austragorgan, so daß eine erhöhte Druckspannung zwischen dem Austragorgan und dem Schüttgut im Bereich der Auslauföffnung wirkt. Die bei Füllende erreichte Vertikalspannung hängt in diesem Fall vor allem vom Füllgewicht des Silos ab: Je mehr Schüttgut in den Silo gefüllt wird, um so weiter senkt er sich ab bzw. um so stärker stützt er sich über das Schüttgut im Bereich der Auslauföffnung am Austragorgan ab. Das heißt, daß sich noch größere Vertikalspannungen im Versuch ergeben hätten, wenn der Modellsilo einen Schaft mit größerem Fassungsvermögen gehabt hätte.

Für die praktische Anwendung ist aus dem letztgenannten Ergebnis zu folgern, daß das Aufeinanderzubewegen von Silo und Austragorgan beim Füllen unbedingt zu vermeiden ist, da es zu unkalkulierbar großen Vertikalbelastungen des Austragorgans und damit zu entsprechend großen Antriebskräften beim beginnenden Entleeren führt. Diese Gefahr ist immer dann gegeben, wenn das Austragorgan unabhängig vom Silo steif befestigt wird, und sich der Silo unter dem Gewicht seiner Füllung nach unten bewegt. Um dieses zu vermeiden, sollte das Austragorgan entweder am Silo aufgehängt werden, so daß es sich beim Füllen mit diesem zusammen nach unten bewegt, oder es sollte so nachgiebig aufgehängt sein, daß es sich um mindestens den gleichen Weg nach unten senkt wie der Silo.

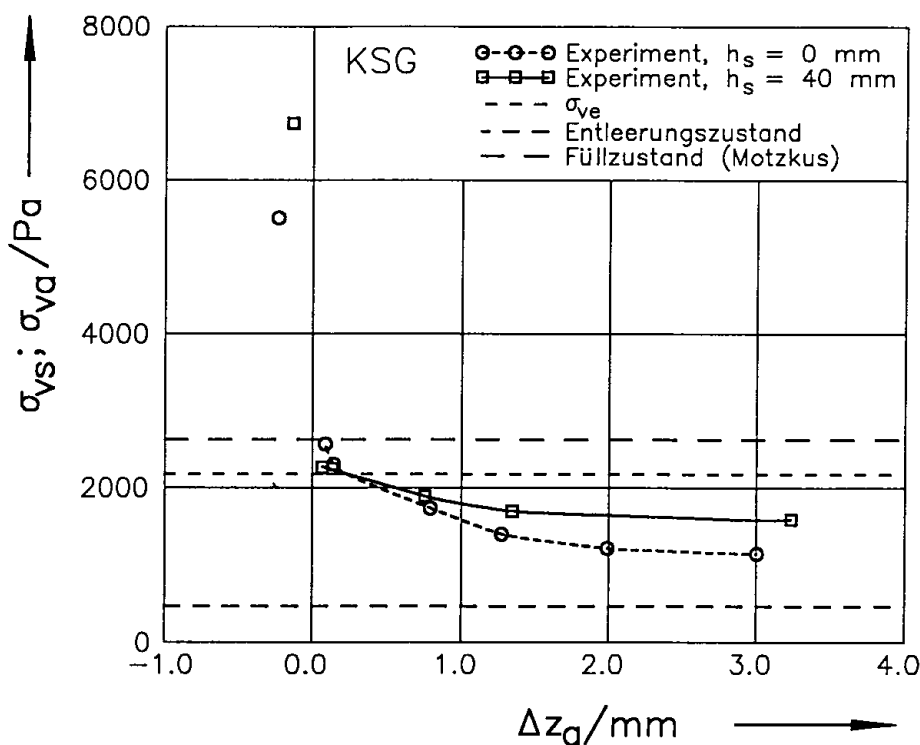


Bild 5.27: Vertikalspannung  $\sigma_{va}$  bzw.  $\sigma_{vs}$  in Abhängigkeit von der Absenkung des Austragorgans  $\Delta z_a$  beim Füllen (KSG)

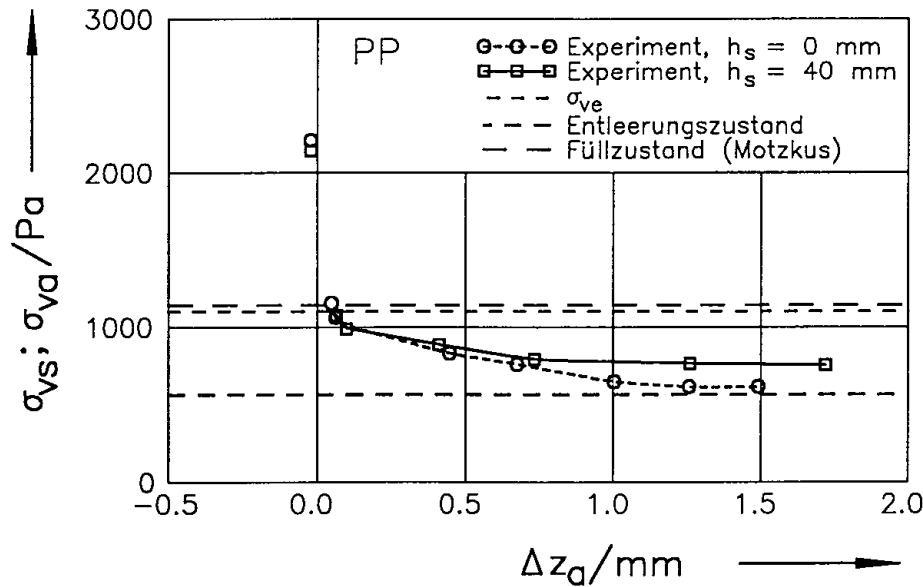


Bild 5.28: Vertikalspannung  $\sigma_{va}$  bzw.  $\sigma_{vs}$  in Abhängigkeit von der Absenkung des Austragorgans  $\Delta z_a$  beim Füllen (PP)

Der Vergleich der in den Bildern 5.27 und 5.28 aufgetragenen Meßwerte mit und ohne Schürzen im Bereich positiver  $\Delta z_a$  zeigt, daß der prinzipielle Verlauf der Vertikalspannung in Abhängigkeit von der Absenkung durch die Schürzen nicht verändert wird. Die Schürzen können aber sowohl eine Vergrößerung als auch eine Verringerung der Vertikalspannung bewirken. Der Spannungsverlauf im Bereich der Schürzen ist wie im Siloschaft mit der Gleichung von Janssen zu berechnen, wobei als Auflast am oberen Ende der Schürzen die Vertikalspannung, die am Trichterauslauf wirkt, zu berücksichtigen ist (s. Abschnitt 3.1, Glg.(3.5)). Wie bereits im Abschnitt 3.1 geschildert, strebt die Vertikalspannung in einem (unendlich hohen) Bereich mit vertikalen Wänden einem Endwert  $\sigma_{ve}$  zu, der unabhängig von der Auflast ist:

$$\sigma_{ve} = \frac{g \rho_b A}{\lambda \tan \varphi_x U} \quad (5.11)$$

Setzt man für KSG und PP die entsprechenden Stoffwerte sowie die Abmessungen der Schürzen ein, folgt:

$$\begin{aligned} \text{KSG:} \quad & \sigma_{ve} = 2180 \text{ Pa} \\ \text{PP:} \quad & \sigma_{ve} = 1100 \text{ Pa} \end{aligned}$$

Die Werte für  $\sigma_{ve}$  sind in den Bildern 5.27 und 5.28 als gestrichelte Geraden eingezeichnet. Man erkennt, daß für die Fälle, bei denen sich ohne Schürzen eine Vertikalspannung  $\sigma_v < \sigma_{ve}$

ergab, durch die Schürzen eine Vergrößerung der Vertikalspannungen auf das Austragorgan erreicht wird, während sich im umgekehrten Fall (bei KSG und  $\Delta z_a < 0.2\text{mm}$  bzw. bei PP und  $\Delta z_a < 0.1\text{mm}$ ) eine Verminderung der Vertikalspannungen ergibt. Die bei  $\Delta z_a < 0$  auftretenden großen Vertikalspannungen werden hier nicht betrachtet, da ihre Größe weniger durch das Verhalten des Schüttgutes im Trichter, sondern vielmehr durch die Absenkung des Silos entsprechend dem Gewicht der Schüttgutfüllung bestimmt wird.

Entsprechend Glg.(3.5) wird mit hinreichend großer Schürzenhöhe  $h_s$  die Vertikalspannung  $\sigma_{ve}$  (Glg.(5.11)) erreicht, d.h. um so höher die Schürzen sind, um so mehr nähert sich die Vertikalspannung der Spannung  $\sigma_{ve}$ . Wie anhand Glg.(3.5) nachvollziehbar ist und in den Experimenten gezeigt wurde, findet im Bereich der Schürzen eine Erhöhung der Vertikalspannung statt, wenn die Auflast kleiner als  $\sigma_{ve}$  ist, und eine Spannungsverminderung, wenn die Auflast größer als  $\sigma_{ve}$  ist. In den Bildern 5.27 und 5.28 sind die berechneten Vertikalspannungen an der Trichterunterkante für den Füllzustand (nach Motzkus, steif aufgehängtes Austragorgan) und den Entleerungszustand (Glg.(3.44)) eingezeichnet. Die Spannung  $\sigma_{ve}$  liegt in beiden Bildern dicht unterhalb der Vertikalspannung für den Füllzustand und weit oberhalb der Vertikalspannung für den Entleerungszustand. Daher führen die Schürzen im betrachteten Fall im Füllzustand (bei steif aufgehängtem Austragorgan) zu einer geringen Verminderung der Vertikalspannung auf das Austragorgan gegenüber einem entsprechenden Silo ohne Schürzen. Für den Entleerungszustand würde sich dagegen durch die Schürzen eine Erhöhung der Vertikalspannung ergeben, d.h. der an sich gewünschte Effekt der Verringerung der Spannungen im Füllzustand wird durch eine Vergrößerung der im Entleerungszustand auf das Austragorgan wirkenden Spannungen erkaufte.

## 6 Theoretisches Modell zur Beschreibung der Vorgänge im Trichter beim Füllen

### 6.1 Herleitung

Aus den im Abschnitt 5 beschriebenen Messungen geht hervor, daß die Spannungen im Trichter im Füllzustand von einer Reihe von Parametern, die in bisherigen Ansätzen nicht berücksichtigt wurden, abhängig sind. Die wesentlichen Erkenntnisse aus Abschnitt 5 sind:

- Der K-Wert (Verhältnis der Wandnormalspannung zur mittlerem Vertikalspannung im Trichter) ist über der Trichterhöhe nicht konstant. Dieses gilt insbesondere dann, wenn das Austragorgan nachgiebig aufgehängt ist. Letzteres führt zu einer Vergrößerung des K-Wertes im unteren Trichterbereich.
- Der Spannungszustand an der Trichterwand ist in den meisten Fällen elastisch, d.h. der entsprechende Spannungskreis liegt unterhalb des effektiven Fließortes.
- Der Einfluß der nachgiebigen Aufhängung des Austragorgans auf die Spannungen im Trichter war beim untersuchten kohäsionslosen Schüttgut (Kunststoffpellets PP) stärker als beim kohäsiven Schüttgut (Kalksteinmehl KSM). Beim kohäsionslosen Schüttgut war bei gleicher Absenkung des Austragorgans eine stärkere Reduzierung der Spannungen möglich.
- Von den Rechenverfahren, die zum Vergleich herangezogen wurden, lieferte die Methode nach Motzkus, die um den Einfluß der Stirnwände erweitert wurde, die beste Übereinstimmung mit den Meßwerten (steif aufgehängtes Austragorgan). Dabei war die Übereinstimmung für die kohäsionslosen Schüttgüter (Kunststoffpellets PP und grober Kalkstein KSG) besser als für das kohäsive Kalksteinmehl. Da die Messungen für das Kalksteinmehl kleinere Werte für die Vertikalspannung als die Rechnung nach Motzkus erbrachten, ist es denkbar, daß die Differenzen aufgrund der ausgeprägten Kompressibilität des Kalksteinmehls entstehen.

Zur Beschreibung der Vorgänge im Trichter beim Füllen wurde ein Modell erstellt, das die obengenannten Ergebnisse berücksichtigt. Grundlage des Modells ist das im Abschnitt 3.2.1 erläuterte Gleichgewicht am Scheibenelement in einem keilförmigen Trichter, das entsprechend Abschnitt 3.2.1.1 um den Einfluß der Stirnwände erweitert wurde. Die dort aus dem Kräftegleichgewicht hergeleitete Differentialgleichung (3.42) für die Vertikalspannung lautet:

$$\frac{d\sigma_v}{dz} - \frac{\sigma_v}{z} \left[ K \left[ 1 + \frac{\tan\varphi_x}{\tan\Theta} \right] - 1 \right] - \lambda_S \sigma_v \frac{2 \tan\varphi_x}{l_S} = -g \rho_b \quad (6.1)$$

Für die Berechnung der Spannungen müssen die Schüttguteigenschaften bekannt sein:



$\rho_b$  Schüttgutdichte; für das Modell wird angenommen, daß sich die Schüttgutdichte gemäß Glg.(4.3), S.57, ändert, wobei für die Verdichtungsspannung  $\sigma$  die Vertikalspannung  $\sigma_v$  eingesetzt wird. Die Parameter sind Tabelle 4.3, S.57, zu entnehmen.

$$\rho_b(\sigma_v) = \rho_{\min} + \Delta\rho \cdot \sigma_v + (\rho_{\max} - \rho_{\min}) \cdot \left[ 1 - e^{-(\sigma_v/\sigma_0)} \right] \quad (6.2)$$

$\lambda_S$  Verhältnis der Normalspannung auf die Stirnwand  $\sigma_S$  zur Vertikalspannung  $\sigma_v$ ; für die Rechnungen wird  $\lambda_S = \lambda$  gemäß Tabelle 4.5 (S.58) gesetzt.

$\varphi_x$  Der Wandreibungswinkel  $\varphi_x$  wird als konstant angenommen (Werte s. Tabelle 4.4, S.57)

Zur Berechnung des K-Wertes dient die folgende Modellbetrachtung. Beim Füllen des Silos wird das Schüttgut Schicht für Schicht übereinander in den Silo gegeben. Betrachtet wird die im Bild 6.1 markiert dargestellte Schicht der Höhe  $h_{s1}$ , die im Bildteil a direkt an der Schüttgutoberfläche liegt und die Schüttgutdichte  $\rho_{b1}$  hat. Im Bildteil b wurde eine weitere Schicht in den Silo eingefüllt. Dadurch hat sich die Vertikalspannung in der markierten Schicht und allen darunterliegenden Schichten vergrößert, was bei einem kompressiblen Schüttgut zu einer Zunahme der Schüttgutdichte führt: Die markierte Schicht hat jetzt die Schüttgutdichte  $\rho_{b2} > \rho_{b1}$ . Eine Zunahme der Schüttgutdichte  $\rho_b$  in allen Schichten bedeutet aber gleichzeitig eine Abnahme der Volumina  $V$  der Schichten, so daß sich das Schüttgut im Trichter vertikal nach unten bewegt ( $h_2 < h_1$ , s. Bild 6.1). Befindet sich unterhalb der Auslauföffnung ein nachgiebig aufgehängtes Austragorgan, so wird dieses durch die Zunahme der Vertikalspannung am Auslaufschlitz mit wachsender Füllmenge nach unten ausweichen, so daß eine zusätzliche Vertikalbewegung des bereits im Trichter befindlichen Schüttgutes entsteht.

Für das Absinken des Schüttgutes wird vorausgesetzt, daß sich das Schüttgut an der Wand bewegt, was Motzkus [11] als "Wandbruch" bezeichnet. Diese Annahme ist nur bis zu einer maximalen Trichterwandneigung gültig; für das Modell wird daher angenommen, daß es für den Bereich des Wandneigungswinkels  $\Theta$  gilt, in dem nach Motzkus "Wandbruch" vorliegt, also  $\Theta \leq \Theta_F$  (s. Glg.(3.27)). Hinsichtlich der Verformung der Schichten wird angenommen, daß die Schichten über dem Querschnitt gleichmäßig gedehnt bzw. gestaucht werden, so daß sie ihre ebene Form behalten. Da die Querschnittsfläche des Trichters nach unten abnimmt, ist mit dem Herabsinken der Schichten neben der beschriebenen Verformung in vertikaler Richtung auch eine Verformung in horizontaler Richtung verbunden: Die Breite der Schichten nimmt beim Herabsinken ab. Die neue Höhe der abgesunkenen Schicht ergibt sich aus der Bedingung, daß die Masse der Schicht konstant bleibt, also

$$V_1 \rho_{b1} = V_2 \rho_{b2} \quad (6.3)$$

Mit

$$V_1 = b_{s1} h_{s1} l \quad \text{bzw.} \quad V_2 = b_{s2} h_{s2} l \quad (6.4)$$

folgt aus Glg.(6.3):

$$h_{s2} = \frac{\rho_{b1}}{\rho_{b2}} \cdot \frac{b_{s1}}{b_{s2}} \cdot h_{s1} \quad (6.5)$$

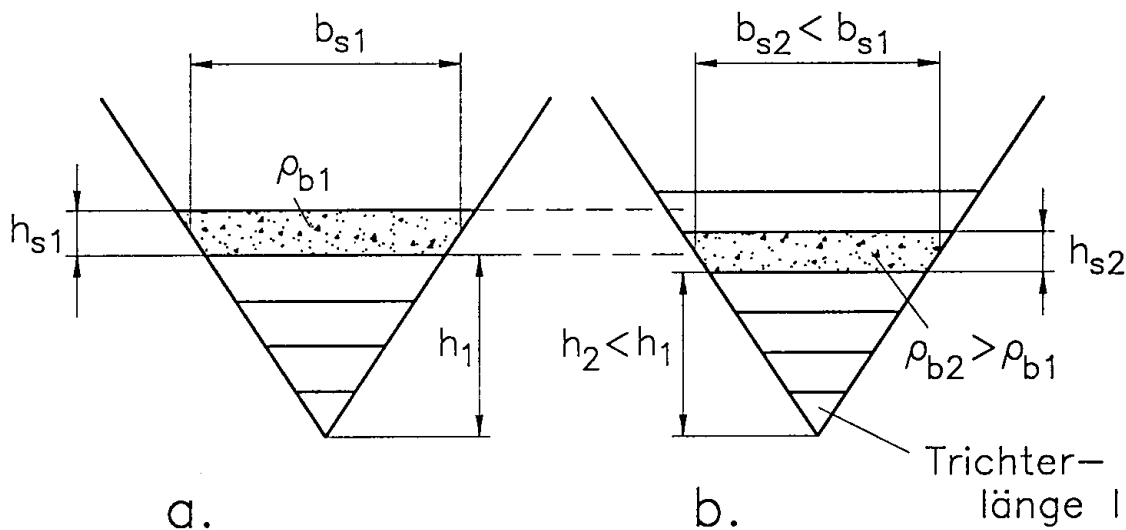


Bild 6.1: Verformung einer Schüttgutschicht im Trichter während des Füllens

Aus Glg.(6.5) ist zu sehen, daß die Höhe der Schicht im Verlauf des Füllens sowohl abnehmen (z.B. bei großer Dichteänderung  $\rho_{b2} > \rho_{b1}$  gegenüber einer kleinen Abnahme der Breite  $b_{s2} < b_{s1}$ ) als auch zunehmen (z.B. bei einem inkompressiblen Schüttgut mit  $\rho_{b2} \approx \rho_{b1}$  und relativ großer Abnahme der Breite  $b_{s2} < b_{s1}$ ) kann. Die Dehnungen (Verformungen) einer Schicht werden wie folgt definiert (Stauchungen sind positiv):

$$\epsilon_h = \frac{b_{s1} - b_{s2}}{b_{s1}} \quad (6.6)$$

$$\epsilon_v = \frac{h_{s1} - h_{s2}}{h_{s1}} \quad (6.7)$$

Da die Breite im Verlauf der Verformung der Schicht nie zunimmt, ist  $\epsilon_h \geq 0$ . Für  $\epsilon_v$  sind sowohl positive als auch negative Werte denkbar, wobei wegen der Randbedingung, daß die

Schüttgutedichte im Verlauf des Füllens nicht abnimmt, gilt:

$$\epsilon_v + \epsilon_h \geq 0 \quad (6.8)$$

Zur Bestimmung des Einflusses der Dehnungen auf die Spannungen werden Versuche betrachtet, die in einer Zweiachsalbox durchgeführt wurden [49]. Bei den Versuchen waren die Dehnungsgeschwindigkeiten (das sind die zeitlichen Ableitungen der Dehnungen,  $d\epsilon_x/dt$  und  $d\epsilon_y/dt$ ) konstant, so daß zur Beschreibung der Versuche die Angabe der Dehnungen  $\epsilon_x$  und  $\epsilon_y$  ausreicht. Bei der im Bild 6.2.a gezeigten gleichmäßigen (isotropen) Verformung der Schüttgutprobe in x- und y-Richtung (Dehnungen  $\epsilon_x$  und  $\epsilon_y$  gleich) stellen sich identische Spannungen  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  ein. Das Verhältnis  $\sigma_y/\sigma_x$  ist bei diesem Versuch gleich 1. Bei der Verformung der Probe nur in x-Richtung (entsprechend den im Abschnitt 4.3 geschilderten einachsigen Verdichtungsversuchen,  $\epsilon_y = 0$ , s. Bild 6.2.b) erhält man ein Verhältnis  $\sigma_y/\sigma_x$  gleich dem Horizontallastverhältnis  $\lambda$  bei einachsiger Verdichtung. Verformungen mit  $0 < \epsilon_y < \epsilon_x$  führen zu Spannungsverhältnissen  $\lambda < \sigma_y/\sigma_x < 1$ .

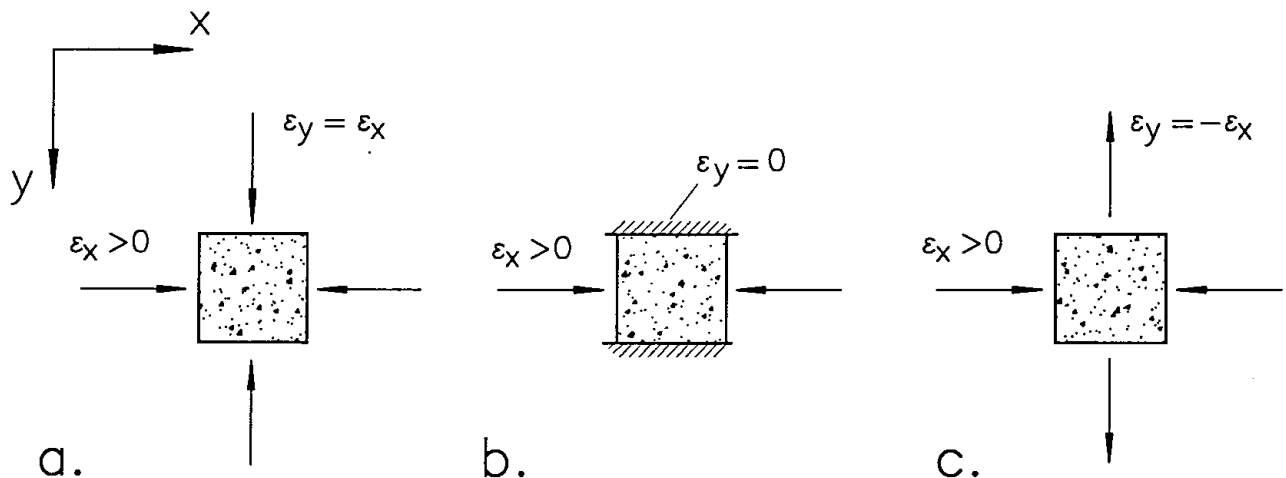


Bild 6.2: Verformungen und Spannungen in der Zweiachsalbox  
 a. isotrope Verdichtung                      b. einachsige Verdichtung  
 c. isochore Verformung

Eine Verformung mit konstantem Probenvolumen ( $\epsilon_y = -\epsilon_x$ , isochore Deformation) führt zum Fließen der Probe unter konstantem Volumen, wobei sich ein näherungsweise konstantes Verhältnis  $\sigma_y/\sigma_x$  einstellt. Das Fließen des Schüttgutes unter konstantem Volumen ist vergleichbar mit dem sogenannten stationären Fließen im Schergerät [3,4,23,34]: das Schüttgut befindet sich im aktiv-plastischen Zustand, der im  $\tau$ - $\sigma$ -Diagramm durch einen Spannungskreis beschrieben wird, der den effektiven Fließort tangiert (s. S.18, Bild 3.2, Spannungskreis A). Das Verhältnis der Hauptspannungen ist beim stationären Fließen gleich dem aktiven

Rankineschen Grenzspannungsverhältnis, also  $\sigma_y/\sigma_x = (1-\sin\varphi_e)/(1+\sin\varphi_e)$ , das in der Regel kleiner als  $\lambda$  (einachsige Verdichtung) ist.

Im Bild 6.3.a sind in der  $\sigma_x$ - $\sigma_y$ -Ebene die Spannungsverläufe (man spricht auch von Spannungspfaden) für die im Bild 6.2 dargestellten Verformungen  $\epsilon_x$  und  $\epsilon_y$  qualitativ mit durchgezogenen Linien eingezeichnet, wobei die Verformung vom (praktisch nicht möglichen) Anfangszustand  $\sigma_x = \sigma_y = 0$  und  $\epsilon_x = \epsilon_y = 0$  ausgehend in Pfeilrichtung fortschreitet. Spiegelt man die durchgezogenen gezeichneten Spannungspfade an der Diagonalen, so erhält man die entsprechenden Spannungspfade für Verformungen  $\epsilon_y > \epsilon_x$  (gestrichelt eingezeichnet), bei denen sich für das Verhältnis  $\sigma_y/\sigma_x$  Werte größer als 1 einstellen.

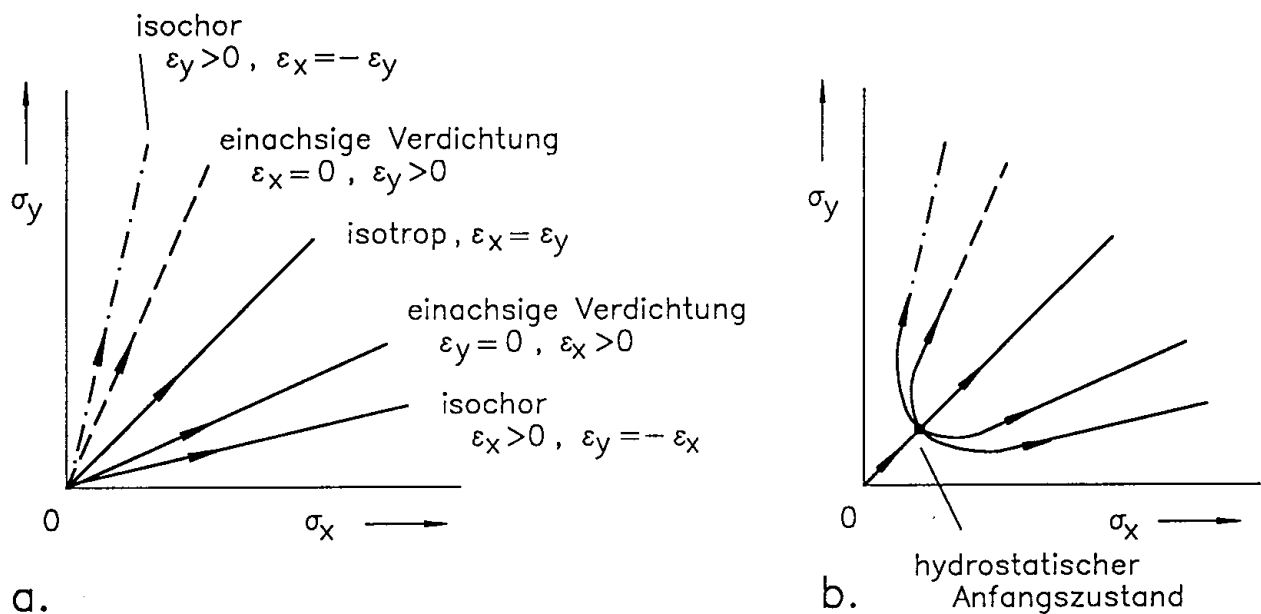


Bild 6.3: Spannungspfade bei unterschiedlichen Verformungen

a. Anfangszustand  $\sigma_x = \sigma_y = 0$

b. Anfangszustand  $\sigma_x = \sigma_y > 0$

Die Spannungen in einem Schüttgut sind nicht nur von der momentanen Verformung abhängig, sondern auch von der bis zum momentanen Zustand bereits erfolgten Verformung. Man spricht in diesem Zusammenhang von der Spannungsvorgeschichte, die den momentanen Spannungszustand beeinflusst. Ein Beispiel dazu ist Bild 4.12 (S.58), das das Verhältnis  $\sigma_y/\sigma_x$  während der einachsigen Verdichtung beschreibt, wobei vor der einachsigen Verdichtung ein hydrostatischer Spannungszustand ( $\sigma_x = \sigma_y$ ) eingestellt worden war. Das Verhältnis  $\sigma_y/\sigma_x$  erreicht nicht sofort nach Beginn der einachsigen Verdichtung einen konstanten Wert für  $\sigma_y/\sigma_x$ . In der  $\sigma_x$ - $\sigma_y$ -Ebene (Bild 6.3.b) wirkt sich die Vorgeschichte so aus, daß die Spannungspfade ausgehend vom hydrostatischen Anfangszustand allmählich (und nicht sprunghaft) gegen die entsprechend Bild 6.3.a eingezeichneten Linien mit konstanter Steigung läuft.

Der Übergang vom Anfangszustand bis zum Erreichen konstanter Verhältnisse  $\sigma_y/\sigma_x$  ist je nach Schüttgut und Anfangszustand unterschiedlich. Zur Beschreibung dieser komplexen Abhängigkeiten von Verformungen und Spannungen werden für FEM-Rechnungen sogenannte Stoffgesetze verwendet. Beispielhafte Berechnungen von Spannungspfaden mit verschiedenen Stoffgesetzen entsprechend Bild 6.3 wurden z.B. von Weidner [80] durchgeführt.

Um die Spannungsverhältnisse in der im Bild 6.1 betrachteten Schicht zu berechnen, ist entsprechend den vorangegangenen Ausführungen eine Betrachtung der Verformungen im Trichter notwendig. Zunächst wird das Horizontallastverhältnis  $\lambda_1$  als Verhältnis der Horizontalspannung  $\sigma_h$  zur Vertikalspannung  $\sigma_v$  in der Trichterachse (beides sind in der Trichterachse Hauptspannungen) in Abhängigkeit von den Verformungen in horizontaler ( $\epsilon_h$ ) und vertikaler ( $\epsilon_v$ ) Richtung beschrieben, wobei angenommen wird, daß die Dehnungen  $\epsilon_h$  und  $\epsilon_v$  gleichmäßig über der Schüttgutschicht verteilt sind, also eine homogene Verformung der Schüttgutschicht stattfindet. Weiterhin wird Isotropie vorausgesetzt, d.h. es wird angenommen, daß sich das Schüttgut in allen Raumrichtungen gleich verhält. Das Verhältnis  $\lambda_1 = \sigma_h/\sigma_v$  in der Trichterachse wird in Abhängigkeit des Verhältnisses der Verformungen  $\epsilon_h/\epsilon_v$  ausgedrückt. Die Verformungen werden mit Hilfe von Polarkoordinaten ausgedrückt. Im Bild 6.4 ist ein  $\epsilon_h$ - $\epsilon_v$ -Diagramm gezeichnet. Jedem Wertepaar  $(\epsilon_h, \epsilon_v)$  kann in diesem Diagramm ein Punkt zugeordnet werden, der sich durch den Winkel  $\alpha$  und den Radius  $r$  beschreiben läßt. Im folgenden wird  $\alpha$  als Verformungswinkel und  $r$  als Verformungsradius bezeichnet.

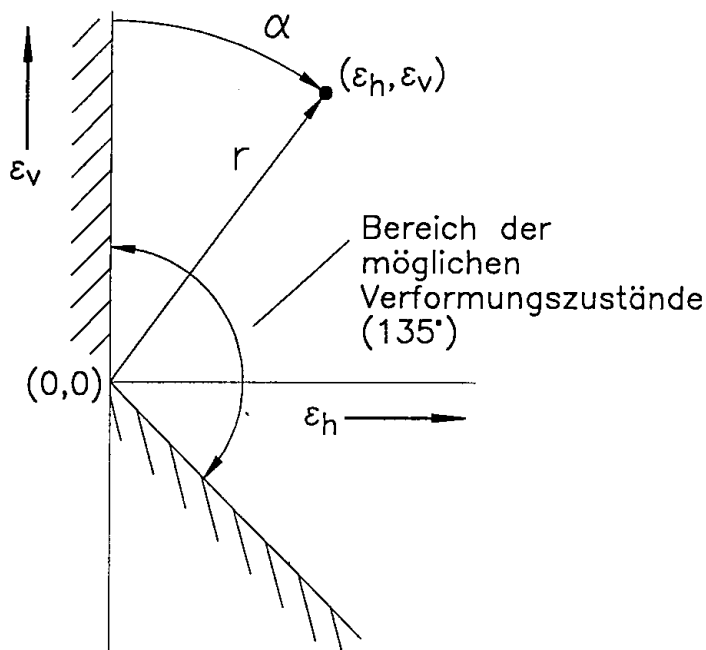


Bild 6.4: Darstellung der Verformungen mit Hilfe von Polarkoordinaten

$$r = \sqrt{\epsilon_h^2 + \epsilon_v^2} \quad (6.9)$$

$$\alpha = \arccos\left[\frac{\epsilon_v}{r}\right] \quad (6.10)$$

Da beim Absinken des Schüttgutes im Trichter nur Werte  $\epsilon_h \geq 0$  möglich sind und vorausgesetzt wird, daß die Schüttgutdichte beim Absinken nicht abnimmt ( $\epsilon_h + \epsilon_v \geq 0$ ), befinden sich alle möglichen Verformungszustände im Bereich  $0^\circ < \alpha < 135^\circ$  (Bild 6.4).

Unter der Annahme, daß nur das Verhältnis der Verformungen das Spannungsverhältnis beeinflusst, kann nun das Spannungsverhältnis  $\lambda_i = \sigma_h/\sigma_v$  über  $\alpha$  aufgetragen werden (Bild 6.5, Quadrat-Symbole), wobei die im Bild 6.3.a gezeigten Spannungspfade zugrundegelegt werden. Für den Fall  $\alpha = 0^\circ$  ( $\epsilon_h = 0$ ,  $\epsilon_v \geq 0$ ; einachsige Verdichtung in vertikaler Richtung) wird wie im Siloschaft  $\lambda_i = \sigma_h/\sigma_v = \lambda$  mit  $\lambda$  aus Tabelle 4.5 (S.58) gesetzt. Für den Fall  $\alpha = 45^\circ$  ( $\epsilon_h = \epsilon_v$ , also gleicher Verformung in horizontaler- und vertikaler Richtung) wird  $\lambda_i = \sigma_h/\sigma_v = 1$  angenommen. Für eine Verformung nur in horizontaler Richtung ( $\alpha = 90^\circ$ ;  $\epsilon_h > 0$ ,  $\epsilon_v = 0$ ) ist  $\sigma_h/\sigma_v$  gleich dem Kehrwert des für einachsige Verdichtung gemessenen Horizontallastverhältnisses  $\lambda$ , also  $\lambda_i = 1/\lambda$ . Weiterhin ist im Trichter der Fall denkbar, daß das Schüttgut aufgrund eines flexibel aufgehängten Austragorgans nach unten sinkt. Dabei kann sich in horizontaler Richtung eine Kompression, in vertikaler Richtung aber eine Ausdehnung der Probe ergeben, also  $\epsilon_h > 0$  und  $\epsilon_v < 0$ . Für den Grenzfall  $\alpha = 135^\circ$  ( $\epsilon_h > 0$  und  $\epsilon_v = -\epsilon_h$ , stationäres Fließen) ist  $\lambda_i = \sigma_h/\sigma_v$  gleich dem Kehrwert des Rankineschen Grenzspannungsverhältnisses, also  $\lambda_i = (1 + \sin \varphi_e)/(1 - \sin \varphi_e)$ .

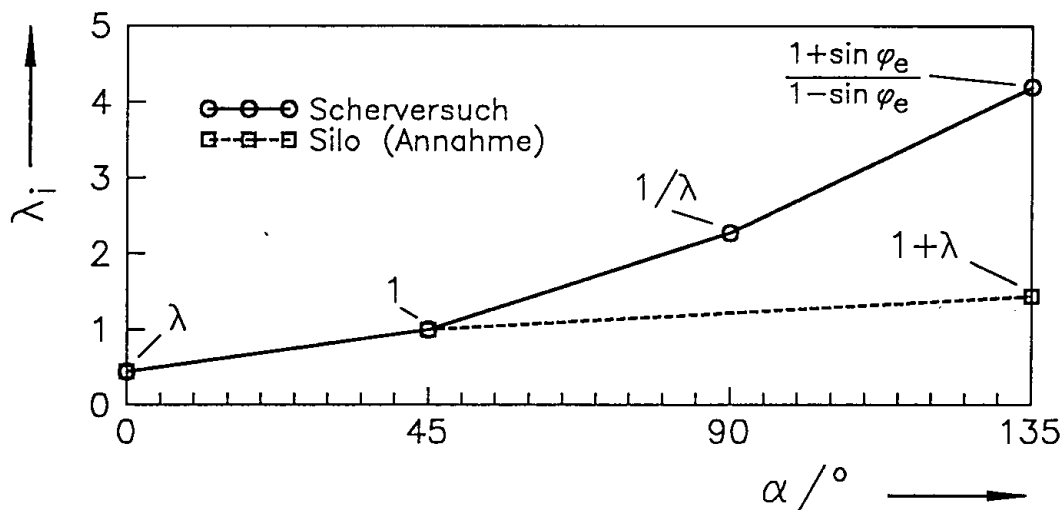


Bild 6.5: Spannungsverhältnisse  $\lambda_i = \sigma_h/\sigma_v$  in Abhängigkeit vom Verformungswinkel  $\alpha$ .

Im Abschnitt 5 wurde aus der Analyse der Meßwerte geschlossen, daß sich im Trichter beim Füllen auch bei einem nachgiebig aufgehängten Austragorgan der Entleerungszustand (passiver Spannungszustand) nicht ausbildet, d.h. die Spannungsverhältnisse  $\lambda_1$  und auch die K–Werte sind im Füllzustand immer kleiner als im Entleerungszustand. Daher ist anzunehmen, daß das Spannungsverhältnis  $\lambda_1$  für  $\alpha = 135^\circ$  im Trichter beim Füllen niedrigere Werte aufweist als die, die man aus Messungen in einer Zweiachialbox für die isochore Verformung erhält. Hier nicht dargestellte Vergleichsrechnungen mit den Meßwerten deuten darauf hin, daß man für den Füllzustand sinnvolle Ergebnisse erhält, wenn man für den Fall  $\alpha = 135^\circ$  ( $\epsilon_v = -\epsilon_h$ ) annimmt, daß  $\lambda_1$  gleich  $1 + \lambda$  ist (mit  $\lambda$  aus Tabelle 4.5). Die somit festgelegten Eckpunkte der Abhängigkeit  $\lambda_1 = f(\alpha)$  für den Trichter sind im Bild 6.5 vereinfachend durch gestrichelt gezeichnete Geradenabschnitte verbunden. Die so gewonnene Funktion wird für das Modell zur Berechnung der Abhängigkeit des Spannungsverhältnisses  $\lambda_1$  von der Verformung benutzt. Es ergeben sich somit folgende Gleichungen für  $\lambda_1$ :

$$0^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ: \quad \lambda_1 = \lambda + (1 - \lambda) \cdot \frac{\alpha}{45^\circ} \quad (6.11)$$

$$45^\circ < \alpha \leq 135^\circ: \quad \lambda_1 = 1 + \lambda \cdot \frac{\alpha - 45^\circ}{90^\circ} \quad (6.12)$$

Die Berechnung der K–Werte wird ebenfalls aufgrund einer vereinfachten Betrachtung der Verhältnisse im Trichter durchgeführt. Im Bild 6.6 ist ein Schüttgutelement an der Trichterwand dargestellt. In horizontaler Richtung wirkt  $\sigma_h$ , in vertikaler Richtung  $\sigma_v$ . Stellt man für das Schüttgutelement ein Kräftegleichgewicht unter Vernachlässigung des Eigengewichtes und der Schubspannungen an den Schnittebenen H und V auf, und setzt  $\sigma_h/\sigma_v = \lambda_1$  voraus, folgt nach einigen Umformungen eine Berechnungsvorschrift, die auch Motzkus [11] nennt:

$$K = \sigma_w/\sigma_v = \sin^2\Theta + \lambda_1 \cos^2\Theta \quad (6.13)$$

Damit sind die Beziehungen zur Berechnung des K–Wertes in Abhängigkeit von der Verformung einer Schüttgutschicht vorgegeben. Für jeden Verformungszustand kann mit den Glgn.(6.9) bis (6.13) der K–Wert berechnet werden. Strenggenommen gilt der gezeigte Zusammenhang zwischen Verformungen und Spannungen in dieser Form nur, wenn eine Verformung entsprechend Bild 6.3.a erfolgt, d.h. wenn das Verhältnis der Deformationen  $\epsilon_h/\epsilon_v$  bzw. der Deformationsgeschwindigkeiten  $d\epsilon_x/dt$  und  $d\epsilon_y/dt$  (zeitliche Ableitung der Verformung = Deformationsgeschwindigkeit) während der gesamten Verformung konstant ist und wenn die Verformung im Zustand  $\sigma_h = \sigma_v = 0$  begonnen hat. Für die Schichten im Trichter ist diese Bedingung nicht zu garantieren: Es ist anzunehmen, daß sich das Verhältnis

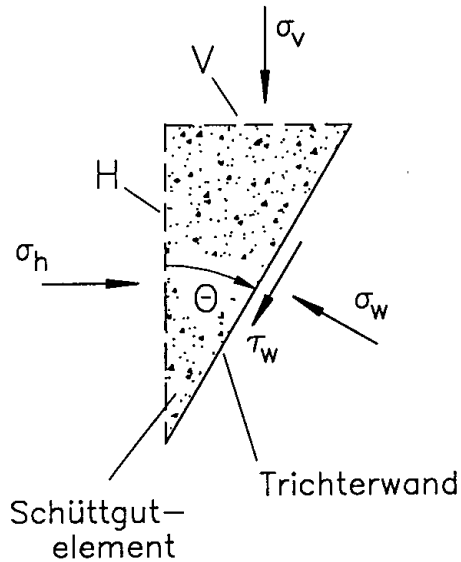


Bild 6.6: Vereinfachte Betrachtung zur Berechnung des K-Wertes aus dem Verhältnis  $\lambda_i = \sigma_h / \sigma_v$

$\epsilon_h / \epsilon_v$  während des Füllvorganges ändert. Wie oben erläutert wurde (Bild 6.3.b), ist aber bei einer Änderung des Verhältnisses  $\epsilon_h / \epsilon_v$  während des Verformungsvorganges der Einfluß der Spannungsvorgeschichte zu berücksichtigen, d.h. die Berechnung des Verformungswinkels  $\alpha$  kann nicht allein aufgrund der momentanen Verformungen  $d\epsilon_x/dt$  und  $d\epsilon_y/dt$  (Deformationsgeschwindigkeiten) erfolgen. Daher werden zur Berechnung des Verformungswinkels die Verformungen  $\epsilon_x$  und  $\epsilon_y$  der Schüttgutschicht beginnend vom Zeitpunkt des Einfüllens der Schicht zugrundegelegt. Dadurch wird für die aktuellen Spannungsverhältnisse die Spannungsvorgeschichte in einer einfachen Form berücksichtigt.

Die letztgenannte Annahme ist nicht geeignet, um z.B. Knicke im Deformationspfad zu beschreiben. Verformt man eine Schüttgutprobe in der Zweiaxialbox z.B. zuerst um ein bestimmtes Maß in x-Richtung und anschließend um das gleiche Maß in y-Richtung, so werden die am Ende wirkenden Spannungen sich von denen unterscheiden, die entstünden, wenn man die Probe zuerst in y-Richtung und dann in x-Richtung verformt hätte. Die Berechnungen mit dem Modell haben aber gezeigt, daß es beim Füllen des Trichters nur zu relativ geringen Änderungen des Verhältnisses von  $\epsilon_h$  zu  $\epsilon_v$  kommt, so daß die vereinfachende Annahme, zur Berechnung des Verformungswinkels  $\alpha$  die Gesamtdehnungen der Schüttgutschicht zu benutzen, eine hinreichende Annäherung im Sinne des Modells ist.

Zur Berechnung der Spannungen im Trichter mit Hilfe des Modells wurde ein Rechenprogramm erstellt, das die Differentialgleichung (6.1) unter Beachtung der Randbedingungen



(Stoffeigenschaften,  $K$ -Werte) numerisch löst. Die prinzipielle Vorgehensweise des Rechenprogrammes ist folgendermaßen:

1. Einfüllen einer Schicht in den Trichter; Berechnung der Schüttgutdichte  $\rho_b$  nach Glg.(6.2) mit der Vertikalspannung, die sich unter einem angenommenen Schüttkegel (Böschungswinkel  $\alpha_B$ ) ergibt.
2. Berechnung des Kräftegleichgewichtes (Glg.(6.1)) der zuletzt eingefüllten Schüttgutschicht mit den bereits eingefüllten Schichten und gegebenenfalls mit einem unter dem Auslauf angebrachten, nachgiebig aufgehängten Austragorgan. Dabei wird schrittweise das Eigengewicht der zuletzt eingefüllten Schicht aufgebracht. Dadurch vergrößert sich die Vertikalspannung im Trichter. Dieses führt wiederum zu einer Zunahme der Schüttgutdichte (Volumenabnahme) in den einzelnen Schichten gemäß Glg.(6.2) und gegebenenfalls zu einem Absinken des nachgiebig aufgehängten Austragorgans. Aufgrund der Dichtezunahme und des Absinkens des Austragorgans findet eine Vertikalbewegung des Schüttgutes im Trichter statt. Durch das Absinken und die Volumenänderung ergeben sich neue Breiten und Höhen der einzelnen Schichten. Durch Vergleich der aktuellen Höhen und Breiten mit den Abmessungen, die die jeweiligen Schichten beim Einfüllen hatten, werden die Verformungen  $\epsilon_h$  und  $\epsilon_v$  berechnet, aus diesen wiederum die  $\lambda_i$  und  $K$ -Werte. Diese Berechnung wird nach dem Einfüllen jeder Schicht solange (iterativ) durchgeführt, bis das Kräftegleichgewicht (Glg.(6.1)) für alle Schichten erfüllt ist.
3. Überprüfung, ob der Trichter vollständig gefüllt ist. Wenn nicht, dann wird eine weitere Schicht eingefüllt (Sprung zu 1.). Ist der Trichter gefüllt, wird eine vorzugebende Auflast auf die oberste Schüttgutschicht im Trichter aufgegeben, um den Einfluß des Schüttgutes im Vertikalteil zu simulieren. Anschließend wird wie unter 2. geschildert das Kräftegleichgewicht hergestellt.

Mit dem beschriebenen Rechenverfahren wird für jede Schicht individuell entsprechend der Verformung, die die Schicht im Verlauf des Füllvorgangs erfahren hat, die Differentialgleichung (6.1) angepaßt. Der Vorteil des Rechenverfahrens ist, daß keine für den ganzen Trichter konstanten  $K$ -Werte vorgegeben werden müssen, sondern daß die  $K$ -Werte entsprechend den Verformungen, die das Schüttgut in den einzelnen Trichterbereichen erfährt, berechnet werden.

Um die  $K$ -Werte zahlenmäßig berechnen zu können, mußten eine Reihe von Annahmen gemacht werden, die nur als Näherung zu betrachten sind. Eine Reihe von möglichen Einflußgrößen kann mit diesen Annahmen nur wenig oder nicht erfaßt werden. Für eine genaue Berechnung wären u.a. die folgenden Punkte näher zu untersuchen:

- Die tatsächliche Verformung der Schüttgutschicht im Silo ist sicherlich nicht homogen wie angenommen. Vorstellbar ist ein stärkeres Absinken des Schüttgutes in der Trichtermitte gegenüber dem Schüttgut in Wandnähe. Eine inhomogene Verformung würde zu anderen Werten für die Verformungen  $\epsilon_h$  und  $\epsilon_v$  führen (Gln.(6.6) und (6.7) nicht mehr gültig).
- Die Abhängigkeit der  $\lambda_i$ -Werte von der Verformung kann mit den Gln.(6.9) bis (6.12) nur qualitativ abgeschätzt werden.
- Der K-Wert ist von der (unbekannten) Spannungsverteilung über dem Trichterquerschnitt abhängig; der in Glg.(6.13) gegebene Zusammenhang ist nur eine Annäherung an die tatsächlichen Verhältnisse.
- Die Funktion  $\rho_b = f(\sigma_v)$  wurde bei einachsiger Verdichtung ermittelt. Da das Schüttgut im Trichter nicht nur einachsig verdichtet wird, sondern auch Zustände vorkommen, bei denen das Schüttgut gleichzeitig in vertikaler und horizontaler Richtung verdichtet wird, dürften sich dafür andere Abhängigkeiten ergeben. Somit ist die benutzte Funktion für  $\rho_b$  nur als Näherung zu betrachten. Eine weitere Vereinfachung ist die Annahme, daß die Schüttguldichte durch die Vertikalspannung festgelegt wird.
- Durch die Berechnung der Spannungsverhältnisse aus den Gesamtdehnungen  $\epsilon_x$  und  $\epsilon_y$ , die die einzelnen Schichten vom Einfüllen ab erfahren haben, wird zwar dem Umstand Rechnung getragen, daß die Spannungsvorgeschichte einen Einfluß auf die momentanen Spannungen hat, aber eine quantitative Anpassung an verschiedene Schüttgüter mit verschieden stark ausgeprägtem "Gedächtnis" ist nicht möglich.

Bei allen aufgeführten Vereinfachungen des Modells ist zu bemerken, daß herkömmliche Scheibenelementverfahren nicht die Möglichkeit bieten, die Abhängigkeit der Spannungen von den Verformungen zu berücksichtigen, sondern daß vielmehr nur grobe Annahmen hinsichtlich des Spannungszustandes im Trichter möglich sind. Der Einfluß der Kompressibilität des Schüttgutes oder eines nachgiebig aufgehängten Austragorgans kann mit den herkömmlichen Methoden nicht erfaßt werden. Im Rahmen dieser Arbeit soll das beschriebene Modell vor allem dazu benutzt werden, die Vorgänge im Trichter eines Silos beim Füllen zu erläutern und Erklärungen für die im Abschnitt 5 beschriebenen Meßwerte zu geben.

## 6.2 Berechnungen

Mit Hilfe des Modells wurden die Spannungen im Füllzustand für den Versuchssilo entsprechend den im Abschnitt 5 beschriebenen Messungen berechnet. Der Trichter wurde in 40 Schichten unterteilt. Diese Schichtenzahl ergab einerseits hinreichend genaue Ergebnisse bei der numerischen Integration der Differentialgleichung (6.1), andererseits konnte dadurch die aufgrund der Iteration große Rechenzeit begrenzt werden.

Den Berechnungen wurden die in den Abschnitten 4 und 5 aufgeführten Stoffdaten und Randbedingungen (z.B. Auflast am Übergang vom Siloschaft zum Trichter, Tab. 5.1, S.60) zugrundegelegt. Im Bild 6.7 ist die berechnete und gemessene Vertikalspannung  $\sigma_{va}$  an der Auslauföffnung im Füllzustand (Silo vollständig gefüllt) für Kalksteinmehl (KSM) über dem Trichterneigungswinkel  $\Theta$  aufgetragen. Für den untersuchten Bereich ist die Übereinstimmung besser als mit den anderen Berechnungsverfahren (s. Bild 5.10, S.67). Ebenso ergibt sich für die Wandnormalspannung im Trichter eine bessere Übereinstimmung als mit anderen Rechenverfahren. Als Beispiel ist im Bild 6.8 die Wandnormalspannung  $\sigma_w$  und die Spannung auf die Trichterstirnwand  $\sigma_s$  für den Trichterneigungswinkel  $\Theta = 10^\circ$  (Kalksteinmehl) zusammen mit den entsprechenden Meßwerten aufgetragen (vg. Bild 5.6, S.65). Weitere Vergleiche berechneter und gemessener Spannungen finden sich im Anhang E.

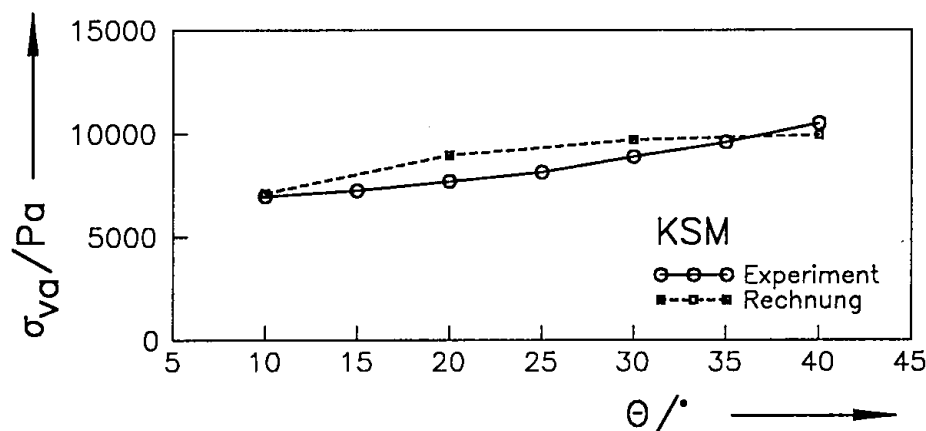


Bild 6.7: Vertikalspannung  $\sigma_{va}$  an der Auslauföffnung im Füllzustand (KSM)

Neben der Berechnung der Spannungen soll das Modell vor allem dazu dienen, die Vorgänge im Trichter während des Füllens zu erläutern. Bild 6.9 zeigt in einem sogenannten Quadrupeldiagramm die Verformungen und Spannungen von drei Schichten im Trichter während des Füllens von Trichter und Schaft (Auflast  $\sigma_{v0}$  aus Tab.5.1, S.60). Für die Berechnung wurde der Trichter in 40 Schichten unterteilt, wobei sich die Schicht 1 direkt oberhalb der Auslauföffnung und die Schicht 40 unterhalb des Überganges vom Schaft zum Trichter befand. Schicht 20 befand sich in der Mitte zwischen den Schichten 1 und 40 (s. Skizze im Bild 6.9). Das Quadrupeldiagramm zeigt mit seinen Koordinatenachsen für die drei Schichten den mit dem Modell errechneten Verlauf der Verformungen in horizontaler ( $\epsilon_h$ ) und vertikaler ( $\epsilon_v$ ) Richtung sowie die in horizontaler und vertikaler Richtung wirkenden Spannungen  $\sigma_h$  und  $\sigma_v$ . Die Startpunkte der einzelnen Kurven sind die dem Ursprung am nächsten gelegenen Punkte (Die Lage der Startpunkte wird durch die Verformungen und Spannungen, die sich für jede Schicht direkt nach dem Einfüllen durch den auf der Schüttgutoberfläche befindlichen Schüttkegel ergeben, festgelegt.). Folgendes ist dem Diagramm zu entnehmen:

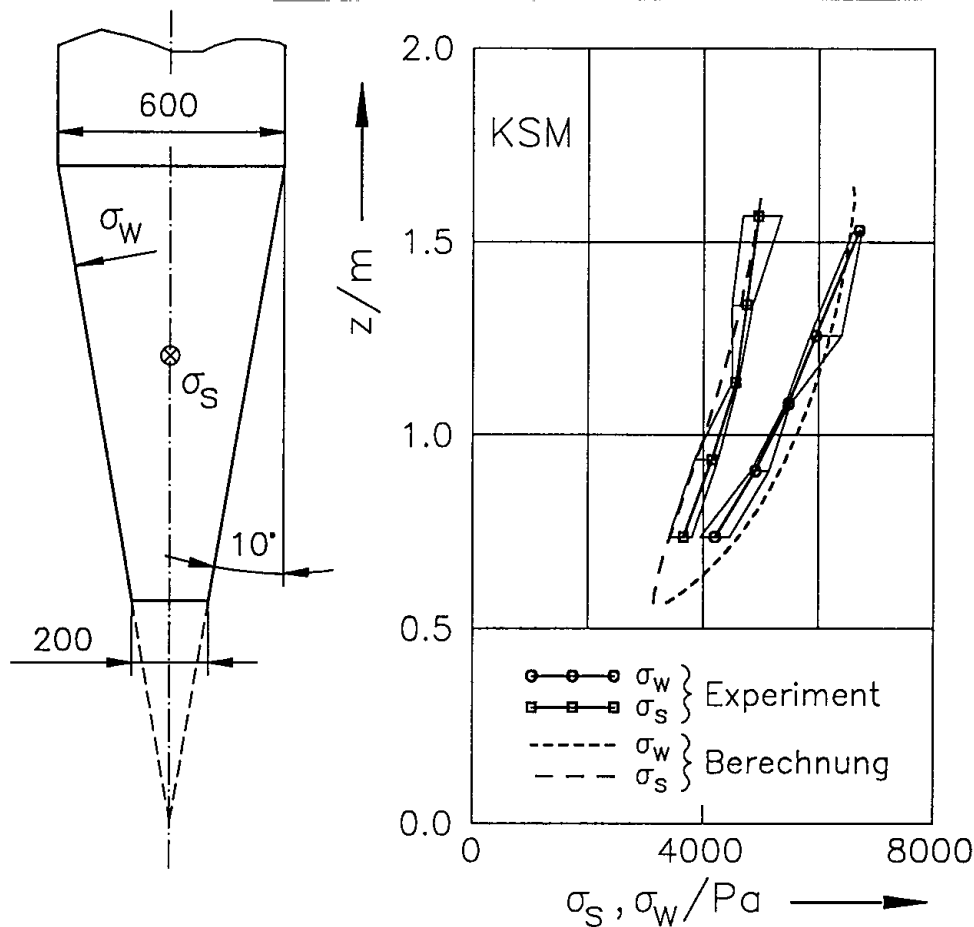


Bild 6.8: Normalspannung auf die Trichterseitenwand  $\sigma_w$  und Normalspannung auf die Trichterstirnwand  $\sigma_s$  im Füllzustand (KSM,  $\Theta = 10^\circ$ )

- Im 3. Quadranten des Diagramms sind die Dehnungen  $\epsilon_h$  und  $\epsilon_v$  aufgetragen. Für alle Kurven gilt  $\epsilon_h < \epsilon_v$ , d.h. die Schichten werden mehr in vertikaler Richtung als in horizontaler Richtung zusammengedrückt. Dabei zeigt sich die größte horizontale Dehnung  $\epsilon_h$  (und damit der größte Verformungswinkel  $\alpha$  entsprechend der Definition in Glg.(6.10)) in der Schicht 20 (Trichtermitte). Die geringste horizontale Dehnung  $\epsilon_h$  zeigt die unterste Schicht. Die Begründung für dieses Ergebnis ist: Die unterste Schicht kann aufgrund des für die Berechnung vorausgesetzten steif aufgehängten Austragorgans ihre Position nicht verändern, d.h. die horizontale Dehnung entsteht lediglich durch das vertikale Zusammendrücken der Schüttgutschicht und die damit verbundene Abnahme der mittleren Breite der Schicht. Für eine unendlich dünne Schicht wäre  $\epsilon_h \rightarrow 0$ . Die Schichten in der Mitte (20) und am oberen Ende des Trichters (40) bewegen sich während des Füllens aufgrund der Dichtezunahme der darunter liegenden Schichten nach unten. Sie werden dabei gleichzeitig in vertikaler Richtung (Dichtezunahme in der Schicht) und in horizontaler Richtung (Absinken wegen der Dichtezunahme der unterhalb der betrachteten Schicht liegenden

Schichten) zusammengedrückt. Im vorliegenden Fall ergab sich für die Schicht 20 ein etwas größeres Verhältnis  $\epsilon_h/\epsilon_v$  als für Schicht 40.

- Das Verhältnis der Spannungen  $\lambda_i = \sigma_h/\sigma_v$  ist dem 1. Quadranten des Quadrupeldiagramms zu entnehmen.  $\lambda_i$  ist für die Schicht 20 am größten, da diese Schicht den größten Verformungswinkel  $\alpha$  und damit gemäß den Gln. (6.11) und (6.12) den größten  $\lambda_i$ -Wert aufweist.
- Im 2. und 4. Quadranten sind die Abhängigkeiten  $\sigma_h(\epsilon_h)$  und  $\sigma_v(\epsilon_v)$  dargestellt. Es ergibt sich der für die Verdichtung eines Schüttgutes typische progressive Anstieg der Spannung mit der Dehnung, der über die Beziehung für die Schüttgutdichte (Glg.(6.2)) in das Rechenmodell eingeführt wurde.

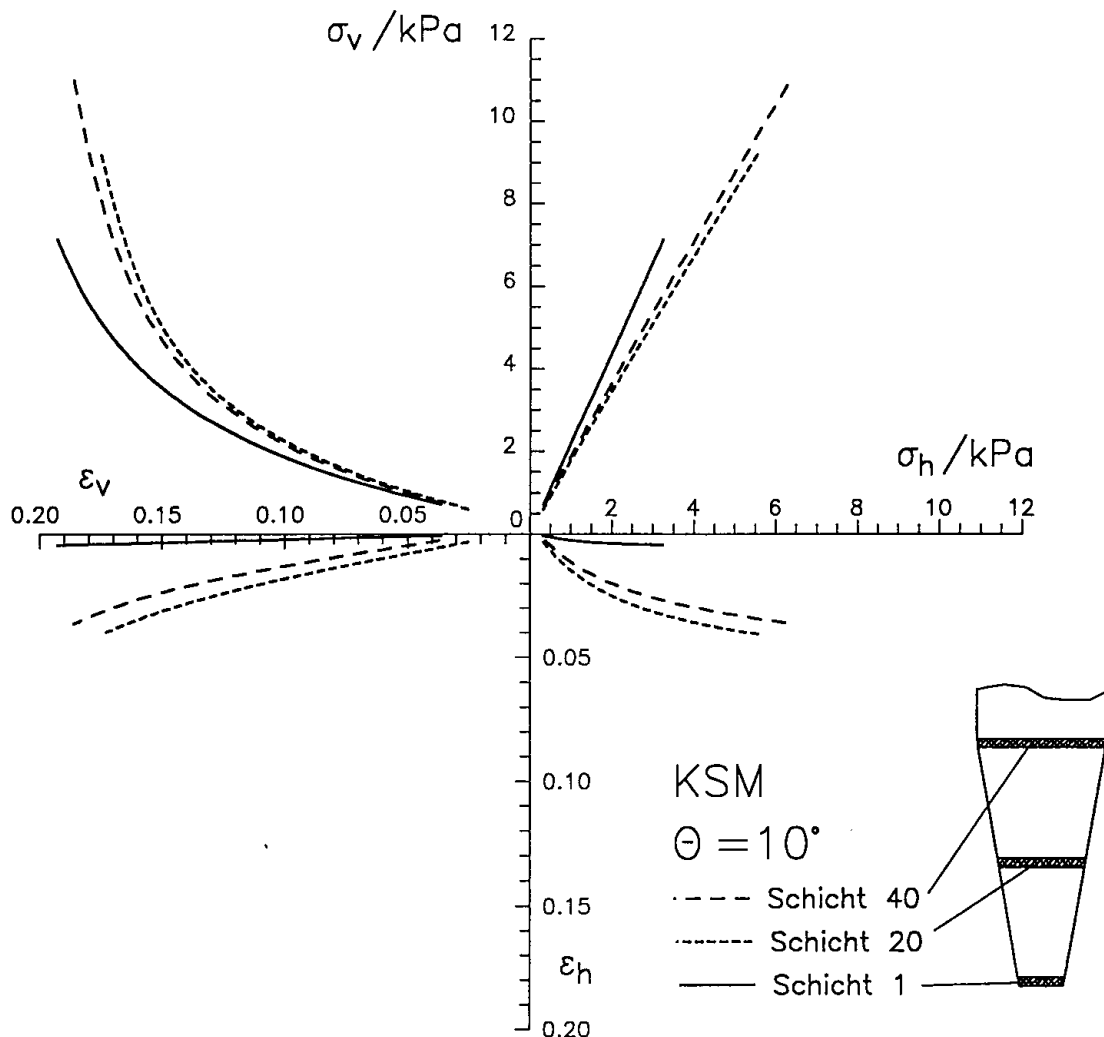


Bild 6.9: Quadrupeldiagramm der Spannungen und Dehnungen für verschiedene Schüttgutschichten im Trichter beim Füllen (KSM)

Ein wesentliches Ergebnis der vorangegangenen Betrachtung ist, daß die Schichten je nach ihrer Position im Trichter unterschiedlich verformt werden (unterschiedliche Verhältnisse  $\epsilon_h/\epsilon_v$  bzw. unterschiedliche Verformungswinkel  $\alpha$ ). Aufgrund der unterschiedlichen Verformungen ist auch von unterschiedlichen Spannungsverhältnissen  $\lambda_i = \sigma_h/\sigma_v$  auszugehen, was den Berechnungsergebnissen des Modells auch zu entnehmen ist.

Der Einfluß der Steifigkeit  $c_a$  der Aufhängung des Austragorgans bzw. der Absenkung  $\Delta z_a$  beim Füllen auf die Verformungen im Trichter zeigt Bild 6.10 (Zusammenhang Verformungen/Steifigkeit s. Tabelle 6.1). Im linken Diagramm sind die Dehnungen  $\epsilon_h$  und  $\epsilon_v$  für Kalksteinmehl (KSM) aufgetragen, im rechten Diagramm (anderer Maßstab!) für Kunststoffpellets (PP). Betrachtet wurde jeweils die zweitunterste Schicht im Trichter (Unterteilung des Trichters in jeweils 40 Schichten). (Das Berechnungsmodell wurde auch auf die Kunststoffpellets angewandt, um den Unterschied zwischen einem kompressiblen und einem nahezu inkompressiblen Schüttgut zu verdeutlichen, obwohl das Modell an sich zur Modellierung kompressibler Schüttgüter hergeleitet wurde.)

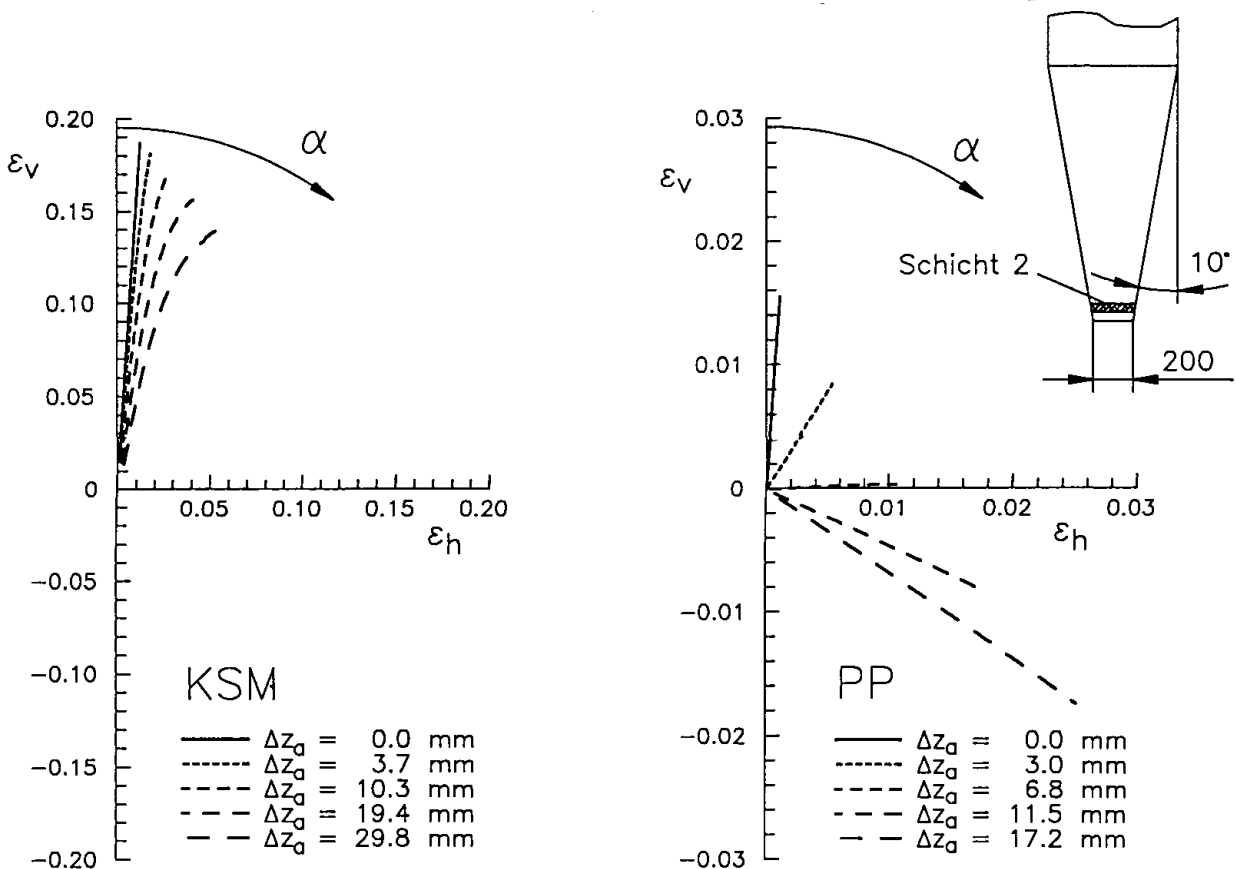


Bild 6.10: Verformungen einer Schicht im unteren Trichterbereich beim Füllen bei unterschiedlichen Absenkungen  $\Delta z_a$  beim Füllen (KSM, PP,  $\Theta = 10^\circ$ )

$c_a/\text{Nm}^{-1}$	$\Delta z_a/\text{mm}$ (KSM)	$\Delta z_a/\text{mm}$ (PP)
$\infty$	0	0
$3 \cdot 10^5$	3.7	3.0
$1 \cdot 10^5$	10.3	6.8
$5 \cdot 10^4$	19.4	11.5
$3 \cdot 10^4$	29.8	17.2

Tab. 6.1: Steifigkeiten  $c_a$  und Absenkungen  $\Delta z_a$  lt. Berechnungsmodell für Kalksteinmehl (KSM,  $\Theta = 10^\circ$ ) und Kunststoffpellets (PP,  $\Theta = 10^\circ$ )

Wie im Quadrupeldiagramm beginnen die Kurven (Verformungspfade) in der Nähe des Ursprungs und verlaufen in Richtung zunehmender  $\epsilon_h$  bzw.  $\epsilon_v$  (Dichtezunahme des Schüttgutes entspricht zunehmenden Dehnungen  $\epsilon_h$  bzw.  $\epsilon_v$ ). Beim Kalksteinmehl (KSM) zeigt sich eine Zunahme des Verhältnisses  $\epsilon_h/\epsilon_v$  bzw. des Verformungswinkels  $\alpha$  mit zunehmender Absenkung des Austragorgans  $\Delta z_a$  (bzw. abnehmender Steifigkeit  $c_a$  der Aufhängung des Austragorgans), wobei  $\epsilon_v$  in allen Fällen größer ist als  $\epsilon_h$ , d.h. das Schüttgut wird während des gesamten Füllvorganges mehr in vertikaler Richtung zusammengedrückt als in horizontaler Richtung. Bei den Kunststoffpellets zeigen sich entsprechend der Modellrechnung für hinreichend große Absenkungen  $\Delta z_a$  Kurven mit  $\epsilon_h > \epsilon_v$ , wobei  $\epsilon_v$  bei den Absenkungen  $> 6.8$  mm negativ wird, d.h. das Schüttgut dehnt sich in vertikaler Richtung aus, während es in horizontaler Richtung zusammengedrückt wird. Der Grund für dieses Verhalten ist, daß es sich bei den Kunststoffpellets um ein relativ inkompressibles Schüttgut mit nahezu spannungsunabhängiger Schüttguldichte handelt, so daß es beim Absinken der Schichten im Trichter (hervorgerufen durch das Absinken des nachgiebig aufgehängten Austragorgans) zu einer Abnahme der Schichtenbreite (aufgrund des konvergenten Trichters) und gleichzeitig zu einer Zunahme der Schichtenhöhe kommt. Zusammenfassend ist bezüglich Bild 6.10 festzustellen, daß die Verformungen im Trichter bei einem nachgiebig aufgehängten Austragorgan von der Kompressibilität des Schüttgutes abhängig sind: um so kompressibler das Schüttgut ist, um so geringer ist der Einfluß der Absenkung des Austragorgans auf die Verformung und damit auf die Spannungen. Dieses war auch bei den im Abschnitt 5.3.1 beschriebenen Messungen festzustellen, bei denen sich bei den Kunststoffpellets eine stärkere Abnahme der Vertikalspannung auf das Austragorgan als beim Kalksteinmehl zeigte.

Im Bild 6.12 sind aus den gleichen Berechnungsergebnissen, aus denen auch die Daten für Bild 6.11 entnommen wurden, die entsprechend den Gln.(6.9) bis (6.13) ermittelten K–Werte (Verhältnisse der Wandnormalspannung  $\sigma_w$  zur mittleren Vertikalspannung  $\sigma_v$ ) über der Koordinate  $z$  für den gesamten Trichterbereich eingezeichnet. Größere Absenkungen, die entsprechend den vorangegangenen Betrachtungen zu größeren Verformungswinkeln  $\alpha$  führen,

bewirken auch einen Anstieg des K-Wertes, wobei die K-Werte bei den Kunststoffpellets (PP) stärker mit der Absenkung zunehmen. Weiterhin ist zu sehen, daß die Absenkungen am stärksten den unteren Trichterbereich beeinflussen, und daß mit zunehmender Absenkung immer größere Trichterbereiche von einem Anstieg des K-Wertes erfaßt werden. Die Zunahme der K-Werte mit der Absenkung  $\Delta z_a$  und die Erfassung immer größerer Trichterbereiche entspricht den Meßergebnissen am Versuchssilo (Abschnitt 5.3.1).

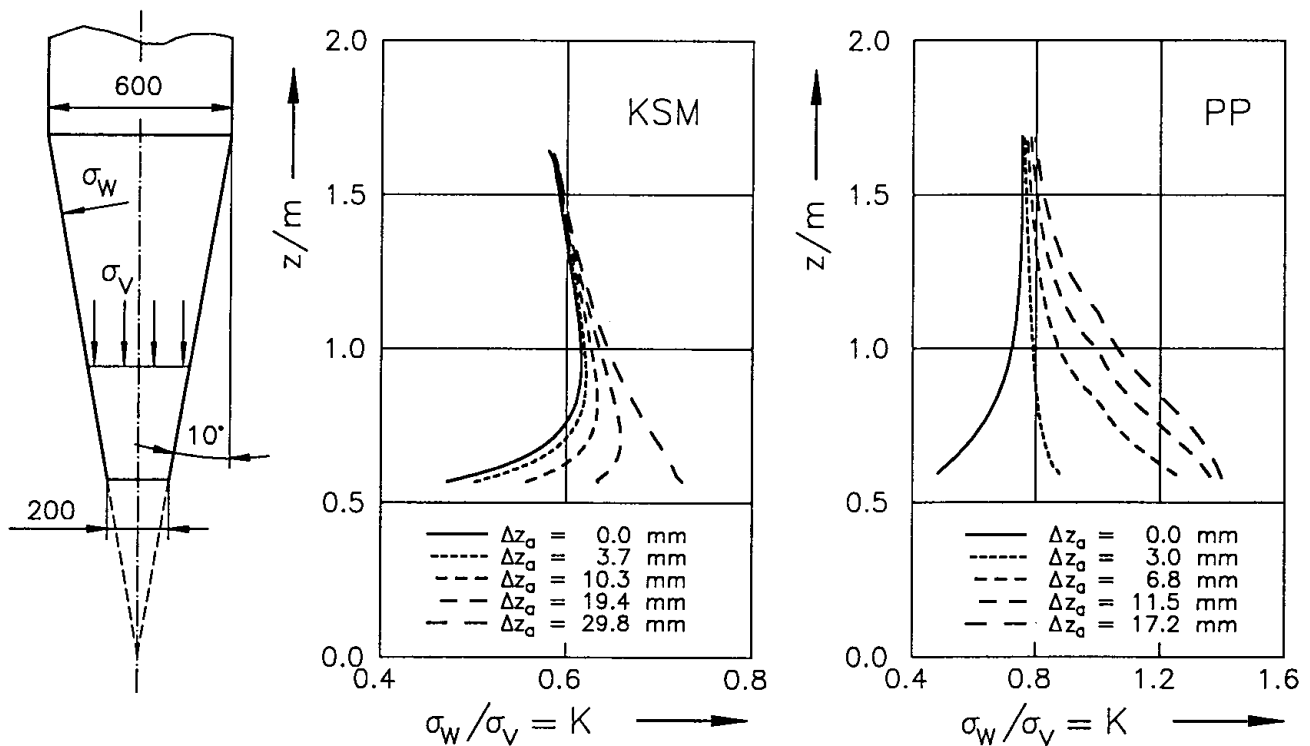


Bild 6.11: Verlauf der K-Werte im Trichter bei unterschiedlichen Absenkungen  $\Delta z_a$  (KSM, PP;  $\theta = 10^\circ$ )

Bei den durchgeführten Berechnungen zeigte sich für das Kalksteinmehl (KSM) eine verhältnismäßig gute Übereinstimmung mit den Meßwerten, während sich für die Kunststoffpellets (Berechnungen hier nicht dokumentiert) eine nicht ganz so gute Übereinstimmung ergab. Der Grund für dieses Verhalten liegt vermutlich darin, daß das Berechnungsmodell auf den Verformungen der Schüttgutschichten basiert. Beim Kalksteinmehl ergeben sich aufgrund seiner Kompressibilität entsprechend große Verformungen, so daß die getroffenen Annahmen die Verhältnisse hinreichend gut beschreiben. Bei den Kunststoffpellets sind die Verformungen dagegen um etwa eine Zehnerpotenz (s. unterschiedliche Maßstäbe im Bild 6.10) kleiner; die Absolutverformungen liegen im Bereich der Partikelgröße. Weiterhin verhalten sich die Kunststoffpellets aufgrund ihrer linsenförmigen Partikeln anisotrop.



### 6.3 Folgerungen aus den Ergebnissen der Messungen und Berechnungen

Die Messungen und die Modellrechnungen führten zu folgenden Aussagen:

- Das Berechnungsmodell ist in der Lage, die Spannungen im Füllzustand zu berechnen, wobei die Kompressibilität des Schüttgutes und die Nachgiebigkeit (bzw. Steifigkeit) der Aufhängung des Austragorgans berücksichtigt wird.
- Beim Füllen bildet sich im Trichter kein plastischer Grenzspannungszustand aus.
- Der K-Wert ist über der Trichterhöhe nicht konstant und hängt von den Verformungen des Schüttgutes ab.
- Um so nachgiebiger ein Austragorgan aufgehängt ist, desto geringer ist die auf das Austragorgan wirkende Vertikalspannung.
- Die Verminderung der beim Füllen auf das Austragorgan wirkenden Vertikalspannung hängt nicht nur von der Steifigkeit der Aufhängung des Austragorgans ( $c_a$ ) ab, sondern auch von der Kompressibilität des Schüttgutes: um so steifer das Schüttgut ist, um so empfindlicher reagiert es auf eine Absenkung des Austragorgans.
- Ist das Austragorgan so gegenüber dem Silo aufgebaut, daß sich der Silo beim Füllen weiter absenkt als das Austragorgan, führt dieses zu unverhältnismäßig großen Vertikalspannungen im Füllzustand.
- Durch das (manuelle) Absenken des Austragorgans nach dem Füllen läßt sich eine stärkere Verringerung der Vertikalspannung erreichen als durch die Absenkung (aufgrund einer nachgiebigen Aufhängung) während des Füllens.
- Durch am Auslaufschlitz angebrachte Schürzen werden die Vertikalspannungen derart beeinflußt, daß sie sich dem in einer unendlich hohen Schürze einstellenden Endwert annähern. Der prinzipielle Einfluß der Steifigkeit des Austragorgans bleibt auch mit Schürzen erhalten, wird jedoch in seiner Auswirkung vermindert.

#### 6.3.1 Folgerungen zur Auslegung der Aufhängung des Austragorgans

Es ist nicht möglich, die mit der Modellrechnung ermittelten Spannungsverläufe auf einfache Weise analytisch zu berechnen, da die maßgeblichen Größen (Verformungen  $\epsilon_h$  und  $\epsilon_v$ , Schüttgutdichte  $\rho_b$ , Spannungen  $\sigma_h$ ,  $\sigma_v$  und  $\sigma_w$ ) sich gegenseitig beeinflussen, d.h. die Veränderung eines Parameters, z.B. der Funktion  $\rho_b = f(\sigma_v)$ , führt zu anderen Verformungen und damit z.B. zu anderen K-Werten und Spannungen. Da die Ergebnisse (Messungen und Rechnungen) zeigen, daß der Verformungszustand in Nähe des Auslaufs am stärksten von der Nachgiebigkeit des Austragorgans beeinflußt wird, wird im folgenden eine einfache Beziehung zur Beurteilung der Wirkung einer gegebenen Nachgiebigkeit in Abhängigkeit vom Verhalten des Schüttgutes und der Trichtergeometrie hergeleitet.

Betrachtet wird eine Schicht in einem keilförmigen Trichter (Länge  $l$ ) in Nähe der Auslauföffnung (Bild 6.12.a) mit der (kleinen) Höhe  $h_{s1}$ . Die Breite der Schicht beträgt  $b_{s1}$ , und die Unterseite der Schicht hat den Abstand  $h_1$  von der gedachten Trichterspitze. Unter der Auslauföffnung befindet sich ein Austragorgan, das auf Federn mit der Federsteifigkeit  $c_a$  ruht. Wird der Silo mit Schüttgut gefüllt, senkt sich das Austragorgan ab und die im Bild 6.12.a gezeigte Schicht bewegt sich von ihrer Ausgangslage (Index "1") in die im Bild 6.12.b gezeigte Position (Index "2") mit den neuen Abmessungen  $b_{s2}$ ,  $h_2$  und  $h_{s2}$ . Es wird angenommen, daß die Änderungen der Abmessungen der Schicht klein gegenüber der Breite der Schicht sind, und daß sich die Schicht in der Nähe der Austragöffnung (Breite  $b$ ) befindet, so daß gilt:  $b_{s1} \approx b_{s2} \approx b$ . Die Verformungen der betrachteten Schicht  $\epsilon_h$  und  $\epsilon_v$  werden nachfolgend in vereinfachter Form berechnet.

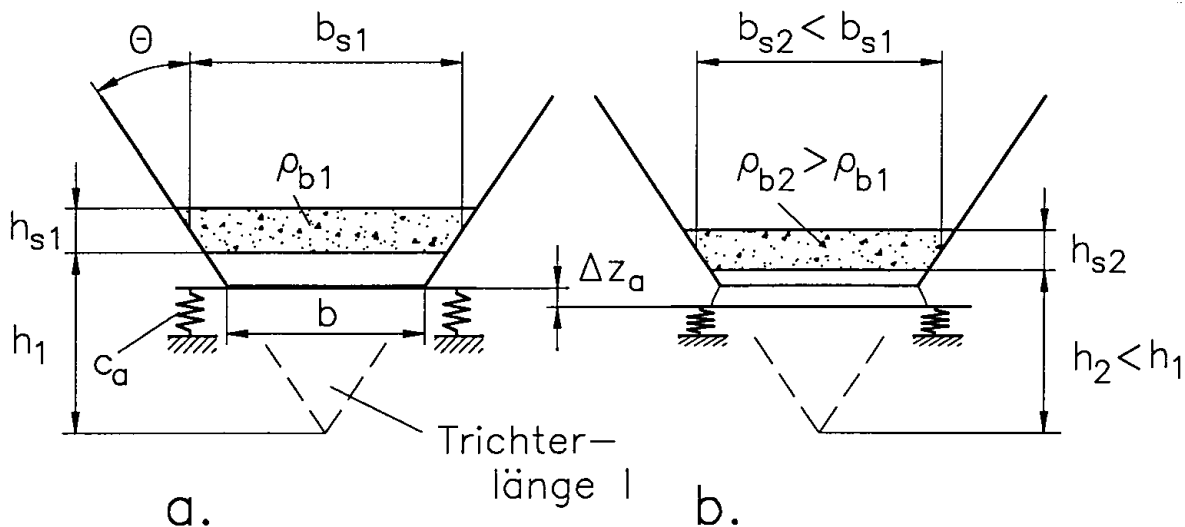


Bild 6.12: Schicht in Nähe der Auslauföffnung

a. Beginn des Füllens

b. Nach dem Füllen

Die Dehnung in horizontaler Richtung  $\epsilon_h$  ist entsprechend Glg.(6.6) näherungsweise:

$$\epsilon_h = \frac{b_{s1} - b_{s2}}{b_{s1}} \quad (6.14)$$

$b_{s1}$  und  $b_{s2}$  lassen sich über den Trichterneigungswinkel in Abhängigkeit von  $h_1$  bzw.  $h_2$  ausdrücken:

$$b_{s1} = 2 h_1 \tan\Theta \quad \text{bzw.} \quad b_{s2} = 2 h_2 \tan\Theta \quad (6.15)$$

Damit wird die Dehnung in horizontaler Richtung:

$$\epsilon_h = \frac{h_1 - h_2}{h_1} \quad (6.16)$$

Der Term  $(h_1 - h_2)$  ist wegen der Bedingungen, daß die Schicht sehr nah an der Auslauföffnung ist und  $h_s \rightarrow 0$  geht, näherungsweise gleich der Absenkung  $\Delta z_a$  des Austragorgans. Entsprechend Glg.(5.10) (S.78) ist  $\Delta z_a$  von der Federsteifigkeit  $c_a$  und der Spannung  $\sigma_v$  an der Auslauföffnung abhängig:

$$\epsilon_h = \frac{\Delta z_a}{h_1} = \frac{A}{c_a} \sigma_v \cdot \frac{1}{h_1} \quad (6.17)$$

Setzt man für die Fläche der Auslauföffnung

$$A \approx 2 h_1 l \tan\Theta, \quad (6.18)$$

so folgt:

$$\epsilon_h = \frac{\Delta z_a}{h_1} = 2 \tan\Theta \frac{1}{c_a} \sigma_v \quad (6.19)$$

Die Dehnung in vertikaler Richtung  $\epsilon_v$  ist näherungsweise:

$$\epsilon_v = \frac{h_{s1} - h_{s2}}{h_{s1}} \quad (6.20)$$

Sind  $V_1$  und  $V_2$  die Volumina der betrachteten Schicht direkt nach dem Einfüllen der Schicht (Index "1") und bei Füllende (Index "2"), und ist  $l$  die Länge des ebenen Trichters (senkrecht zur Zeichenebene im Bild 6.12), folgt für  $h_{s1}$  bzw.  $h_{s2}$ :

$$h_{s1} = \frac{V_1}{2 l \tan\Theta \left[ h_1 + \frac{h_{s1}}{2} \right]} \approx \frac{V_1}{2 l \tan\Theta h_1}$$

bzw.

$$h_{s2} = \frac{V_2}{2 l \tan\Theta \left[ h_2 + \frac{h_{s2}}{2} \right]} \approx \frac{V_2}{2 l \tan\Theta h_2} \quad (6.21)$$

Berücksichtigt man weiterhin, daß die Masse jeder Schicht konstant sein muß (Glg.(6.3)), so erhält man mit der Glg.(6.21) aus Glg.(6.20):

$$\epsilon_v = 1 - \frac{\rho_{b1}}{\rho_{b2}} \cdot \frac{h_1}{h_2} \quad (6.22)$$

Der Quotient  $\rho_{b1}/\rho_{b2}$  hängt von der Änderung der Schüttgutedichte der betrachteten Schicht vom Beginn des Füllens bis zum Füllende ab. Unter der Annahme, daß bei Füllende eine bestimmte Spannung  $\sigma_v$  im Bereich der Auslauföffnung wirkt, läßt sich die dazugehörige Schüttgutedichte  $\rho_b$  entsprechend der Glg.(6.2) berechnen. Der Quotient  $h_1/h_2$  hängt unter Vernachlässigung der Verformung des Schüttgutes unterhalb der betrachteten Schicht nur von der Absenkung  $\Delta z_a$  des Austragorgans und damit von der Vertikalspannung  $\sigma_v$  ab:

$$h_2 = h_1 - \Delta z_a = h_1 - \frac{A}{c_a} \sigma_v \quad (6.23)$$

Somit ergibt sich für  $\epsilon_v$  unter Beachtung von Glg.(6.18):

$$\epsilon_v = 1 - \frac{\rho_{b1}}{\rho_{b2} \left[ 1 - 2 \tan\Theta \frac{1}{c_a} \sigma_v \right]} = 1 - \frac{\rho_{b1}}{\rho_{b2} \left[ 1 - \epsilon_h \right]} \quad (6.24)$$

Der Verformungswinkel  $\alpha$  läßt sich mit Hilfe der Glgn.(6.9) und (6.10) berechnen, in die die Ergebnisse für  $\epsilon_v$  und  $\epsilon_h$  aus den Glgn.(6.19) und (6.24) einzusetzen sind. Damit läßt sich für beliebige Schüttgut-Trichter-Kombinationen der Verformungswinkel für den unteren Trichterbereich näherungsweise angeben. Wegen der Einschränkungen, daß die Schicht sich immer in der Nähe der Auslauföffnung befindet, ist die vereinfachte Berechnung nur bei gegenüber der Auslaufschlitzbreite  $b$  kleinen Absenkungen  $\Delta z_a$  gültig ( $\Delta z_a \ll b$ ). Im Bild 6.13 sind Linien konstanter Verformungswinkel  $\alpha$  in Abhängigkeit vom Verhältnis der Schüttgutedichten  $\rho_{b2}/\rho_{b1}$  und vom Term  $(2 \tan\Theta \sigma_v / c_a)$  eingezeichnet. Mit Hilfe dieses Diagramms wird deutlich, daß mit zunehmender Kompressibilität eines Schüttgutes (zunehmendes Dichteverhältnis  $\rho_{b2}/\rho_{b1}$ ) immer kleinere Werte  $c_a$  (weichere Aufhängung des Austragorgans) notwendig sind, um einen bestimmten Verformungswinkel zu realisieren. Weiterhin ist zu ersehen, daß größere Neigungswinkel  $\Theta$  ebenfalls zu größeren Verformungswinkeln führen, d.h. mit einer bestimmten Steifigkeit  $c_a$  ist in einem Silo mit flacheren Wänden ein größerer Verformungswinkel und damit eine stärkere Verminderung der Vertikalspannung zu erreichen.

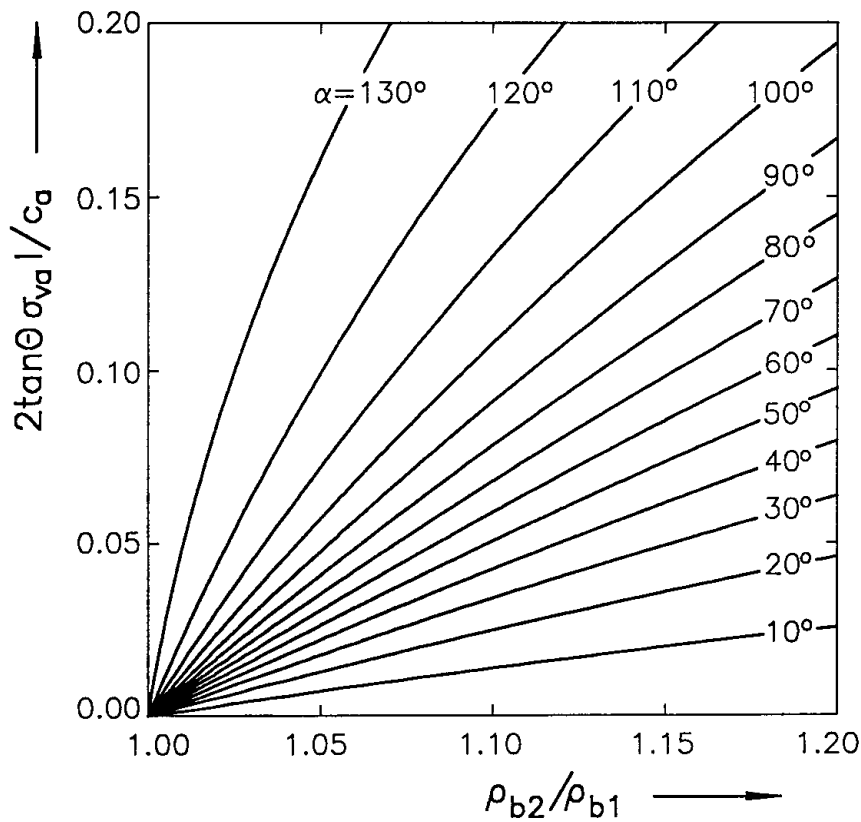


Bild 6.13: Verformungswinkel  $\alpha$  für das Schüttgut in Nähe der Auslauföffnung

Problematisch ist bei der Berechnung die Wahl der Vertikalspannung an der Auslauföffnung, da sich diese ja erst aus den unbekanntem Verhältnissen im Silo ergibt. Da die Vergleichsrechnungen im Abschnitt 5.2 zeigten, daß sich mit dem von Motzkus [11] vorgeschlagenen Berechnungsverfahren recht gute Ergebnisse für die Vertikalspannung ergaben (für ein steif aufgehängtes Austragorgan), wird die Vertikalspannung im Füllzustand nach Motzkus als Abschätzung für die Berechnung benutzt.

Bei den im Abschnitt 5.3 beschriebenen Messungen der auf das Austragorgan wirkenden Vertikalspannung mit Kunststoffpellets (PP, Bilder 5.22, S.79, und 5.28, S.87) und grobem Kalkstein (KSG, Bild 5.27, S.86) konnte ab einem gewissen Wert der Absenkung  $\Delta z_a$  keine wesentliche Verringerung der Vertikalspannung  $\sigma_v = \sigma_{va}$  mehr festgestellt werden. Der entsprechende Wert wird im folgenden mit  $\Delta z_{ac}$  bezeichnet. Für diese Absenkungen  $\Delta z_{ac}$  wurde der Verformungswinkel entsprechend der vorangegangenen Herleitung berechnet. Tabelle 6.2 zeigt die Ergebnisse dieser Berechnungen. Für die betrachteten Zustände ergaben die Berechnungen Verformungswinkel  $\alpha \geq 126^\circ$ . Eine entsprechende Berechnung wurde für das Kalksteinmehl durchgeführt, wobei sich für die für die Messungen verwendeten Steifigkeiten  $c_a$  Verformungswinkel weit unterhalb  $45^\circ$  ergaben (Dieses wird auch aus Bild 6.10 deutlich, wo

mit Kalksteinmehl bei Absenkungen  $\Delta z_a$ , die bei den Kunststoffpellets zu  $\alpha > 90^\circ$  führen, nur recht kleine Winkel  $\alpha$  erreicht werden). Dementsprechend konnte bei Kalksteinmehl nur eine geringere Abnahme der Vertikalspannung mit der Absenkung verzeichnet werden.

Schüttgut	Silo	$\Theta/^\circ$	$\Delta z_{ac}/\text{mm}$	$\sigma_{va}/\text{Pa}$	$\alpha/^\circ$	$\rho_{b2}/\rho_{b1}$
PP	Versuchss.	10	20.0	6700	126	1.0116
PP	Modells.	30	1.7	1140	133	1.0034
KSG	Modells.	30	3.0	2620	134	1.0029

Tab. 6.2: Verformungswinkel  $\alpha$  für Absenkungen  $\Delta z_{ac}$

Die Berechnung deutet darauf hin, daß der Verformungswinkel  $\alpha$ , der für das Schüttgut in Nähe der Auslauföffnung berechnet wird, als Kenngröße zur Beurteilung der Auswirkung eines nachgiebig aufgehängten Austragorgans auf die Vertikalspannung auf das Austragorgan benutzt werden kann. Für die durchgeführten Messungen ergab sich die maximale Verringerung der Vertikalspannung im Bereich  $\alpha \geq 126^\circ$ .

### 6.3.2 Maßnahmen zur Verringerung der Vertikalspannung im Füllzustand

Die Messungen und Berechnungen zeigen, daß eine nachgiebige Aufhängung zu einer Verringerung der Vertikalspannung führt, daß aber um so größere Absenkungen (geringere Federsteifigkeiten  $c_a$ ) erreicht werden müssen, um so kompressibler das Schüttgut ist. Zu geringe Steifigkeiten können zu einer Instabilität des Austragorgans und zu einer ungenauen Positionierung des Austragorgans führen. Es bieten sich daher folgende Modifikationen und Alternativen zu der bisher betrachteten nachgiebigen Aufhängung an:

#### 1. Vorgespannte nachgiebige Aufhängung

Hierbei wird die nachgiebige Aufhängung soweit vorgespannt, daß das Austragorgan von unten her gegen einen Anschlag gedrückt wird und erst nach unten ausweicht, wenn eine gewisse Mindestvertikalspannung erreicht wird. Wählt man diese Mindestvertikalspannung größer als die Vertikalspannung, die für den Entleerungszustand zu erwarten ist, wird sich das Austragorgan im Entleerungszustand wieder gegen den Anschlag anlegen und so eine definierte Position einnehmen. Um bei einer vorgespannten nachgiebigen Aufhängung die gleiche Absenkung  $\Delta z_a$  wie bei einer nicht vorgespannten Aufhängung zu erreichen, muß die Steifigkeit  $c_a$  der vorgespannten Anordnung entsprechend kleiner gewählt werden.

## 2. Nachgiebige Aufhängung mit Dämpfungsglied

Schaltet man parallel zum Federelement der nachgiebigen Aufhängung des Austragorgans ein Dämpfungsglied, läßt sich die Absenkung zeitlich verzögern. Bei entsprechender Auslegung des Dämpfungsgliedes findet der größte Teil der Absenkung erst nach Beendigung des Füllvorganges statt, so daß durch die Absenkung der gesamte Trichterinhalt in Bewegung gebracht wird. Entsprechend den Meßergebnissen ergibt sich durch die Absenkung des Austragorgans nach dem Füllen eine größere Verringerung der Vertikalspannung verglichen mit der Absenkung während des Füllens.

## 3. Gesteuerte Absenkung nach dem Füllvorgang

Um die niedrigen Vertikalspannungen zu erhalten, die sich beim nachträglichen Absenken des Austragorgans einstellen, kann dieses mit entsprechenden Vorrichtungen (z.B. hydraulisch) abgesenkt werden.

## 7 Messung der Spannungen und Geschwindigkeitsverteilungen beim Entleeren

Die in diesem Abschnitt beschriebenen Untersuchungen zur gegenseitigen Beeinflussung von Silo und Austragorgan beim Entleeren wurden im Versuchssilo und im Modellsilo durchgeführt. Im Versuchssilo war der Schwerpunkt der Untersuchungen die Messung der Spannungen an den Trichterwänden und am Austragorgan und die Ermittlung des qualitativen Zusammenhangs zwischen Geschwindigkeitsverteilung und Spannungsverteilung. Im Modellsilo wurden anschließend Messungen der Geschwindigkeitsverteilung durchgeführt, wobei aufgrund der geringen Größe des Modellsilos die Möglichkeit bestand, die Geometrie des Übergangs vom Trichter zum Austragorgan in stärkerem Maße zu variieren als im Versuchssilo.

Die Messungen im Versuchssilo wurden mit Trichterneigungswinkeln  $\Theta$  von  $10^\circ$  bis  $40^\circ$  durchgeführt. Dabei wurde bei allen Versuchen (unter der Voraussetzung, daß das Austragorgan über der gesamten Auslauföffnung Schüttgut entnahm) Massenfluß beobachtet. Lediglich beim Kalksteinmehl und Neigungswinkeln  $\Theta \geq 35^\circ$  stellte sich Kernfluß ein, sobald die Füllhöhe im Siloschaft kleiner als etwa 100 mm war. Dieser Effekt der Füllhöhenabhängigkeit des minimalen Trichterneigungswinkels zum Erzielen von Massenfluß wurde von Benink [10] qualitativ untersucht und wird im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter behandelt, da die Messungen beim Entleeren stets mit Füllhöhen im Schaft  $\geq 1000$  mm durchgeführt wurden.

Die Untersuchungen im Versuchssilo wurden im wesentlichen mit Kalksteinmehl (KSM) durchgeführt. Messungen mit Kunststoffpellets (PP) dienten im wesentlichen dem Aufzeigen von Unterschieden im Verhalten eines kohäsiven und eines kohäsionslosen (PP) Schüttgutes. Im Modellsilo konnten aufgrund der geringen Abmessungen nur kohäsionslose Schüttgüter (Kunststoffpellets (PP) und grober Kalkstein (KSG)) untersucht werden.

### 7.1 Geschwindigkeiten und Spannungen beim Entleeren des Versuchssilos

Bei den Untersuchungen der Vorgänge beim Entleeren zeigte sich erwartungsgemäß (s. Abschnitte 2.3 und 3.4) ein Einfluß der Geometrie des Übergangs vom Trichter zum Austragorgan. Die Geometrie des Übergangs wurde beim Versuchssilo variiert, indem die Größen  $h_{V_0}$ ,  $h_{V_u}$  und  $h_R$  (s. Abschnitt 4.1, S.48, Bild 4.3) verändert wurden. Auf die Anbringung von Schürzen wurde bei den Untersuchungen am Versuchssilo verzichtet, um die Vertikalspannungen direkt an der Trichterunterkante messen zu können.

Um den Einfluß der Geometrie des Überganges quantitativ zu erfassen, wurden mit dem Schüttgut "Kunststoffpellets" (PP) die Geschwindigkeiten einzelner Partikeln an der



Trichterwand gemessen, indem ihre Wege verfolgt und ihre Positionen in regelmäßigen, vorgegebenen Zeitabständen an der Trichterwand markiert wurden. Nach dem Versuch wurden die Koordinaten der einzelnen Markierungen ermittelt und daraus die Geschwindigkeiten und Richtungen der Partikeln errechnet. Mit Hilfe eines linearen Interpolationsverfahrens wurden die Geschwindigkeitsvektoren der Partikeln in ein 50 mm-Raster umgerechnet. Im Bild 7.1 sind die Geschwindigkeitsvektoren an einer Trichterseitenwand und einer seitlichen Wand des Vertikalteils (unterer Bereich des Vertikalteils) für zwei unterschiedliche Positionen des Gurtförderers und Schieberstellungen aufgezeichnet. Jeder Geschwindigkeitsvektor ist entsprechend seines Betrages (Länge) und seiner Richtung eingezeichnet. Man erkennt, daß die links im Bild gezeigte Geometrie (a) ein gleichmäßigeres Geschwindigkeitsprofil über der Silolänge ergibt als die rechts gezeigte (b).

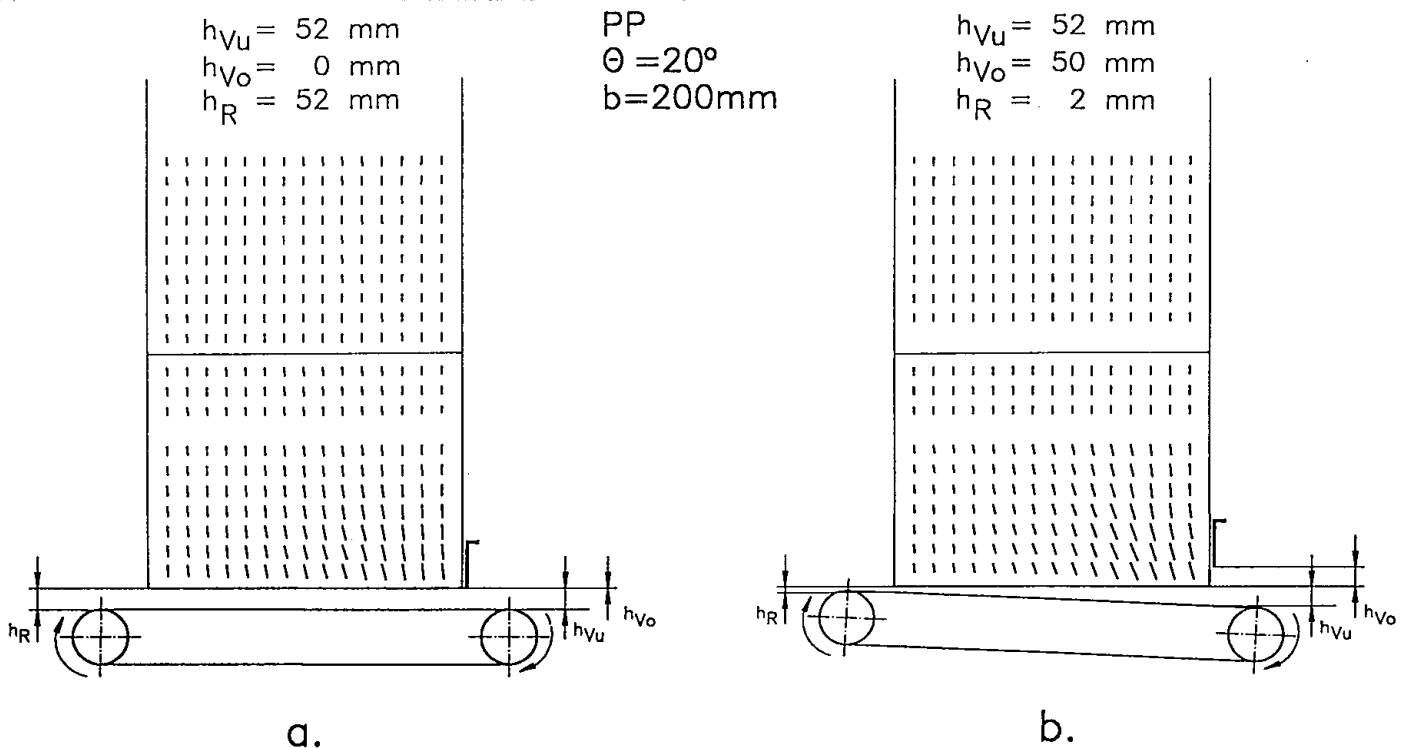


Bild 7.1: Geschwindigkeitsverteilung im Trichter und im Schaft (PP)

Im Bild 7.2 sind die Wandnormalspannungen, die sich bei den im Bild 7.1 gezeigten Geschwindigkeitsverteilungen (stationärer Entleerungszustand) ergaben, dargestellt. Die Rückwand des Trichters (die in Förderrichtung hintere Wand) ist jeweils links, die Vorderwand ist rechts und die Trichterseitenwand ist in der Mitte. Die gemessenen Spannungen sind als Kreise dargestellt, deren Radien entsprechend dem eingetragenen Maßstab proportional zu den gemessenen Spannungen sind und deren Mittelpunkte die Positionen der entsprechenden Spannungszellen angeben. Die Spannungen sind für die Geometrie b, die im Bild 7.1 die

ungleichmäßigere Geschwindigkeitsverteilung zeigte, ebenfalls ungleichmäßiger: Im Bereich geringerer Geschwindigkeiten ergeben sich größere Spannungen und umgekehrt. Diese Beobachtung deckt sich mit Messungen an exzentrisch entleerten Kernflußsilos, in denen sich im Bereich der toten Zonen größere Spannungen als in den bewegten Zonen ausbildeten [11,25,27,28]. Die ungleiche Spannungsverteilung läßt sich mit einer einfachen Modellvorstellung verdeutlichen. Zwischen unterschiedlich schnell nach unten fließenden Schüttgutbereichen bilden sich Schubspannungen aus, die zu einer zusätzlichen Belastung der langsamer nach unten fließenden Bereiche in Richtung der Schwerkraft führen, während die Schubspannungen auf die schneller nach unten fließenden Bereiche entgegen der Schwerkraft wirken. Dieses führt zu einer Zunahme der Spannungen in den langsameren Bereichen und zu einer Entlastung der schnelleren Bereiche, was sich in den gemessenen Wandnormalspannungen (s. Bild 7.2) bemerkbar macht.

PP

 $\rightarrow = 10 \text{ kPa}$  (bez. auf Radius)

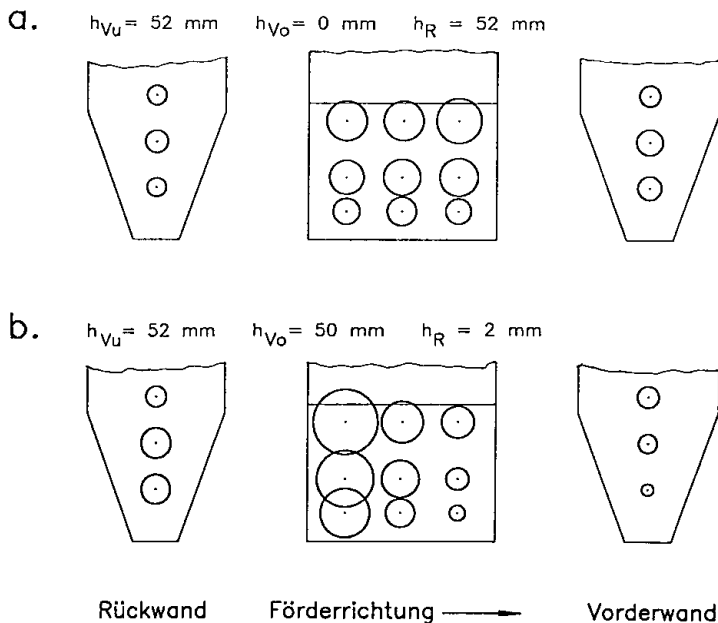
 $\theta = 20^\circ$  ;  $b = 200 \text{ mm}$ 


Bild 7.2: Spannungen an den Trichterwänden (PP)

Bei den Kunststoffpellets bildeten sich die Spannungen des Entleerungszustandes sofort nach dem Einschalten des Austragorgans aus und blieben während des Entleerungsvorganges annähernd konstant. Im Bild 7.3 ist der Verlauf der dimensionslosen Normalspannungen  $S$  an unterschiedlichen Positionen im Trichter (A bis F) und am Fördergurt (G) in Abhängigkeit von der dimensionslosen Zeit  $T$  für die im Bild 7.1.b bzw. 7.2.b gezeigte Geometrie aufgetragen. Die dimensionslose Spannung  $S$  und die dimensionslose Zeit  $T$  sind wie folgt definiert:

$$S = \sigma / (\rho_b g B) \quad (7.1)$$

$$T = t / (V_{tr}/Q) \quad (7.2)$$

mit:

$\sigma$  Normalspannung ( $\sigma_w$  an der Silowand,  $\sigma_v$  am Fördergurt)

$\rho_b$  Schüttgutdichte

$B$  Breite des Silovertikalteils,  $B = 0.6$  m

$g$  Erdbeschleunigung

$t$  Zeit

$V_{tr}$  Trichtervolumen

$Q$  Volumenstrom (Austragorgan)

Die dimensionslose Zeit  $T = 1$  entspricht der Zeit  $t$ , die benötigt wird, um ein Volumen gleich dem Trichtervolumen  $V_{tr}$  auszutragen. Aus den Spannungs–Geschwindigkeits–Verläufen im Bild 7.3 ist zu entnehmen, daß sich der Entleerungszustand innerhalb einer kurzen Zeitspanne der Länge  $T = 0.1$  bis  $0.2$  nach dem Einschalten des Gurtförderers ausgehend vom Füllzustand ausbildet. Im Entleerungszustand schwanken die Spannungen um einen nahezu konstanten Mittelwert. Diese Schwankungen sind typisch für die Entleerungsspannungen in einem Silo, da sich während des Entleerens Scherbänder im Schüttgut ausbilden, die sich mit dem Schüttgut im Trichter nach unten bewegen.

Bei den Versuchen mit Kalksteinmehl (KSM) war ebenfalls der Einfluß des ungleichmäßigen Schüttgutabzugs auf die Spannungen zu beobachten. Im Bild 7.4 ist die dimensionslose Spannung  $S$  über der dimensionslosen Zeit  $T$  für einen Versuch mit Kalksteinmehl dargestellt. Die Geometrie des Übergangs vom Trichter zum Gurtförderer war hier durch Wahl des Wertes  $h_{V_0} = 0$  derart eingestellt, daß das Schüttgut in Nähe der Rückwand schneller nach unten floß als im vorderen Teil des Silos. Die ungleichmäßige Geschwindigkeitsverteilung führte auch hier zu größeren Spannungen im langsamer nach unten fließenden Bereich (vorderer Silobereich), während sich im hinteren Silobereich mit der Zeit sehr kleine Spannungen ausbildeten. Dieses gilt sowohl für die Seitenwände als auch für die Stirnwände des Trichters. Im Unterschied zu den Messungen mit den Kunststoffpellets ändern sich die Spannungen beim Kalksteinmehl auch noch nach längeren Zeiten ( $T > 1$ ). Qualitative Geschwindigkeitsmessungen, die mit Hilfe von Drähten (Durchm. 3 mm), die durch Bohrungen (Durchm. 6 mm) in der Silowand in das Schüttgut gesteckt wurden, ausgeführt wurden, zeigten während des Entleerens eine dauernde Abnahme der Geschwindigkeit in Nähe der Vorderwand, bis das Schüttgut an der Vorderwand nach  $T = 2..3$  zum Stillstand kam. Die Geschwindigkeit Null an der Vorderwand ist gleichbedeutend mit der Bildung einer toten Zone in diesem Bereich.

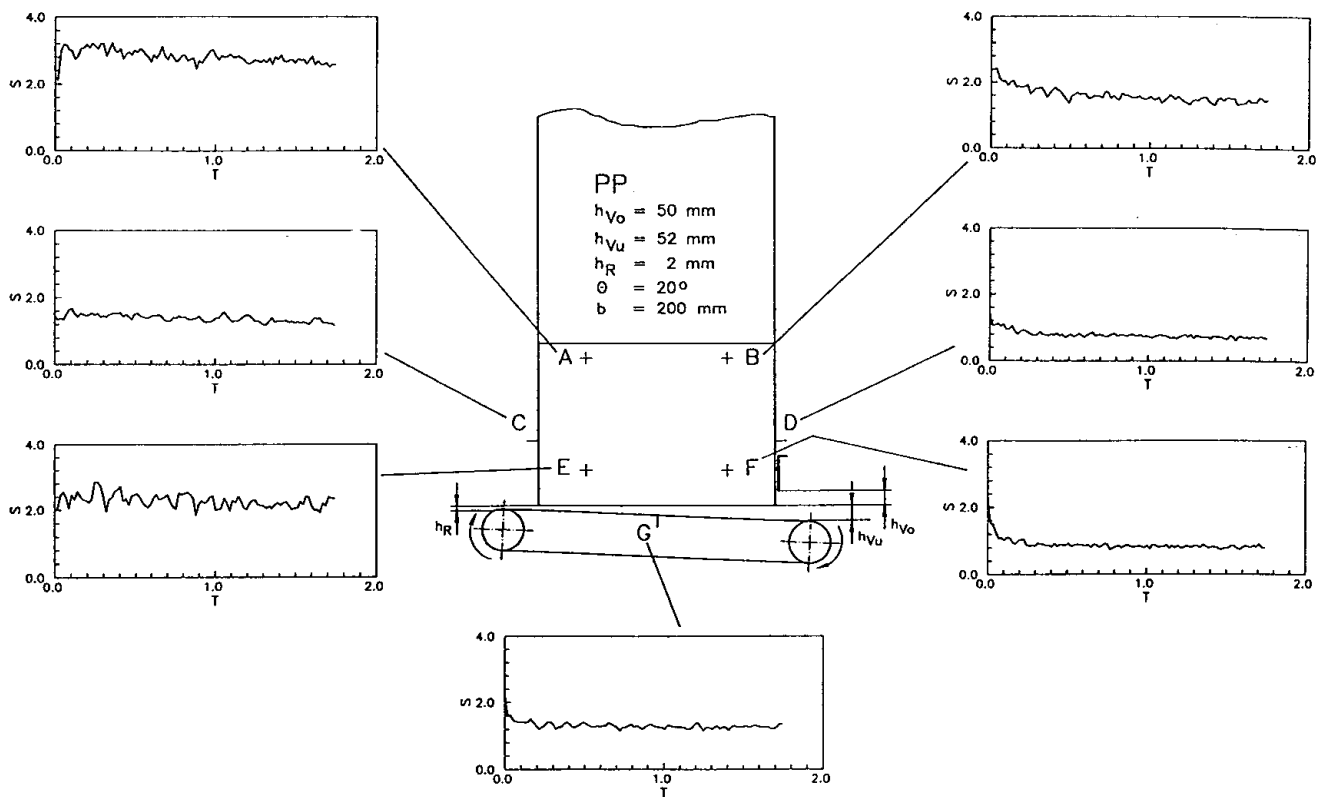


Bild 7.3: Dimensionslose Spannung  $S$  als Funktion der dimensionslosen Zeit  $T$  (PP)

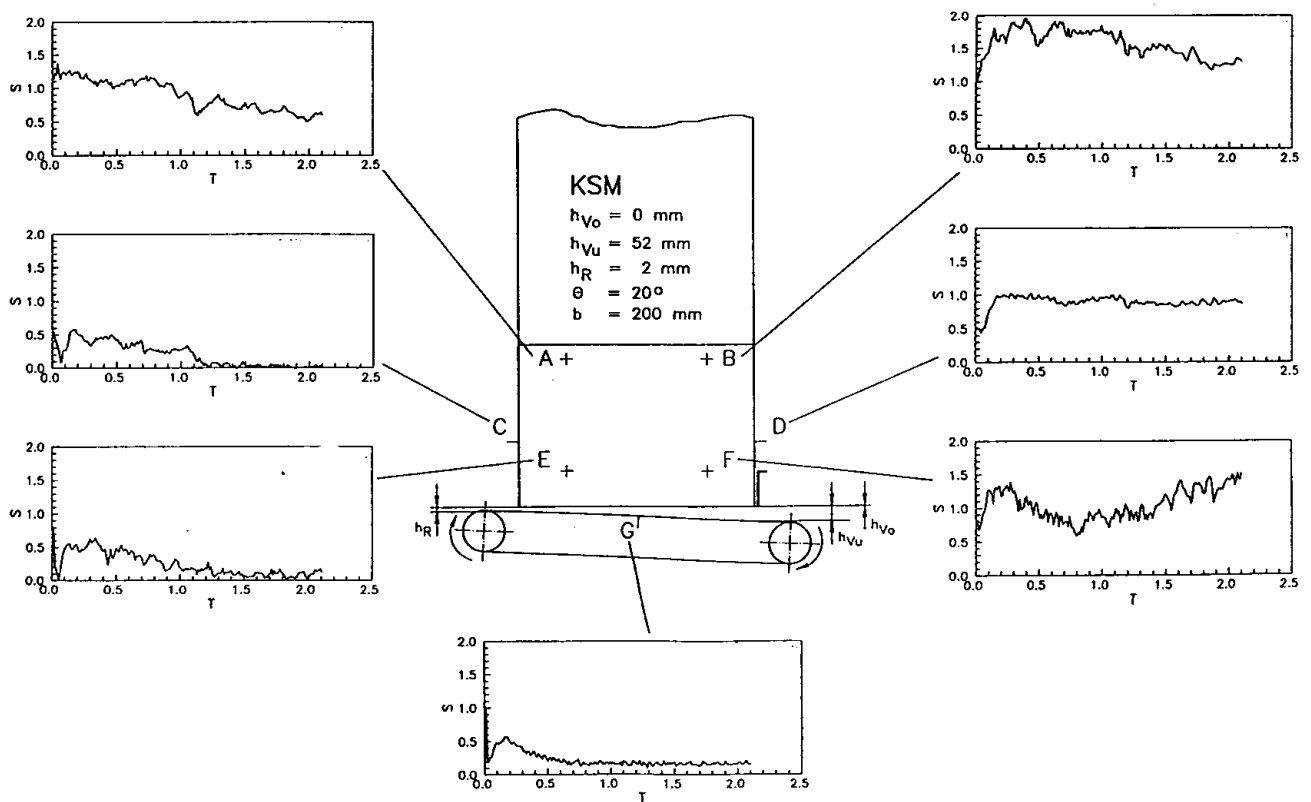


Bild 7.4: Dimensionslose Spannung  $S$  als Funktion der dimensionslosen Zeit  $T$  (KSM)

Der Vergleich der Bilder 7.3 und 7.4 führt zu folgenden Feststellungen:

- Ein ungleichmäßiger Schüttgutabzug führt zu einer ungleichmäßigen Geschwindigkeitsverteilung und gleichzeitig zu einer ungleichmäßigen Spannungsverteilung über dem Siloquerschnitt.
- Die ungleichmäßige Spannungsverteilung entwickelt sich bei den Kunststoffpellets nach  $T = 0.1 \dots 0.2$  und bleibt dann annähernd konstant. Beim Kalksteinmehl verändern sich die Geschwindigkeiten und Spannungen auch noch nach Zeiten  $T > 2$ .

Die im Bild 7.4 gezeigte Geometrie mit  $h_{V_0} = 0$  führte zu der erläuterten ungleichmäßigen Geschwindigkeits- und Spannungsverteilung. Durch die Wahl einer größeren Auslaufschlitzhöhe  $h_{V_0}$  ließ sich in den Versuchen eine gleichmäßigere Geschwindigkeitsverteilung erzielen, die wiederum zu einer gleichmäßigeren Spannungsverteilung führte. Eine weitere Vergrößerung der Auslaufschlitzhöhe darüber hinaus führte dazu, daß sich die Verhältnisse umkehrten und mehr Schüttgut aus dem vorderen als aus dem hinteren Bereich der Auslauföffnung entnommen wurde. Für diesen Fall waren die Spannungen an der Vorderwand geringer als die an der Rückwand. Im Bild 7.5 sind die Spannungen an den Trichterwänden für eine entsprechenden Versuchsreihe mit Kalksteinmehl (KSM) gezeigt. Die Auslaufschlitzhöhen  $h_{V_0}$  wurde von 0 mm bis 50 mm variiert, während die übrigen geometrischen Größen ( $\Theta$ ,  $h_{V_u}$ ,  $h_R$ ) konstant waren. Die Spannungen sind wie im Bild 7.2 durch Kreise gekennzeichnet, jeweils links ist die Rückwand und rechts die Vorderwand des Silos eingezeichnet. Im Fall  $h_{V_0} = 50$  mm (also einer gesamten Auslaufschlitzhöhe  $h_{V_u} + h_{V_0} = 102$  mm) wird das Schüttgut vor allem aus dem vorderen Bereich der Auslauföffnung abgezogen. Demnach stellen sich in Nähe der Vorderwand geringere Spannungen ein als in Nähe der Rückwand. Eine Verminderung der Auslaufschlitzhöhe um 6 mm auf  $h_{V_0} = 44$  mm ( $h_{V_u} + h_{V_0} = 96$  mm) führt zu einer gleichmäßigeren Entnahme des Schüttgutes über dem Auslaufschlitz und gleichzeitig auch zu einer gleichmäßigeren Spannungsverteilung, wobei die Spannungen in Nähe der Vorderwand etwas größer sind als die in Nähe der Rückwand und immer noch etwas mehr Schüttgut aus dem vorderen Bereich des Auslaufschlitzes entnommen wird. Bei einer weiteren Verringerung der Auslaufschlitzhöhe  $h_{V_0}$  sind die Spannungen immer noch fast gleichmäßig, nun wird aber in Nähe der Rückwand etwas mehr Schüttgut ausgetragen, was dort etwas geringere Spannungen bewirkt. Eine Auslaufschlitzhöhe  $h_{V_0} = 25$  mm ( $h_{V_u} + h_{V_0} = 77$  mm) bewirkt schließlich, daß das Schüttgut vor allem aus dem hinteren Bereich der Auslauföffnung ausgetragen wird, während sich in Nähe der Vorderwand eine tote Zone ausbildet. In dem untersuchten Fall ist die Auslaufschlitzhöhe, die zu einem möglichst gleichmäßigen Schüttgutaustrag führt, im Bereich  $h_{V_0} = 38 \dots 44$  mm, also einer gesamten Auslaufschlitzhöhe  $h_{V_u} + h_{V_0} = 90 \dots 96$  mm. Abweichungen um wenige mm von diesem Optimum bewirken einen ungleichmäßigen Schüttgutaustrag. Die zu den Meßwerten im Bild 7.5 gehörigen Vertikalspannungen an der

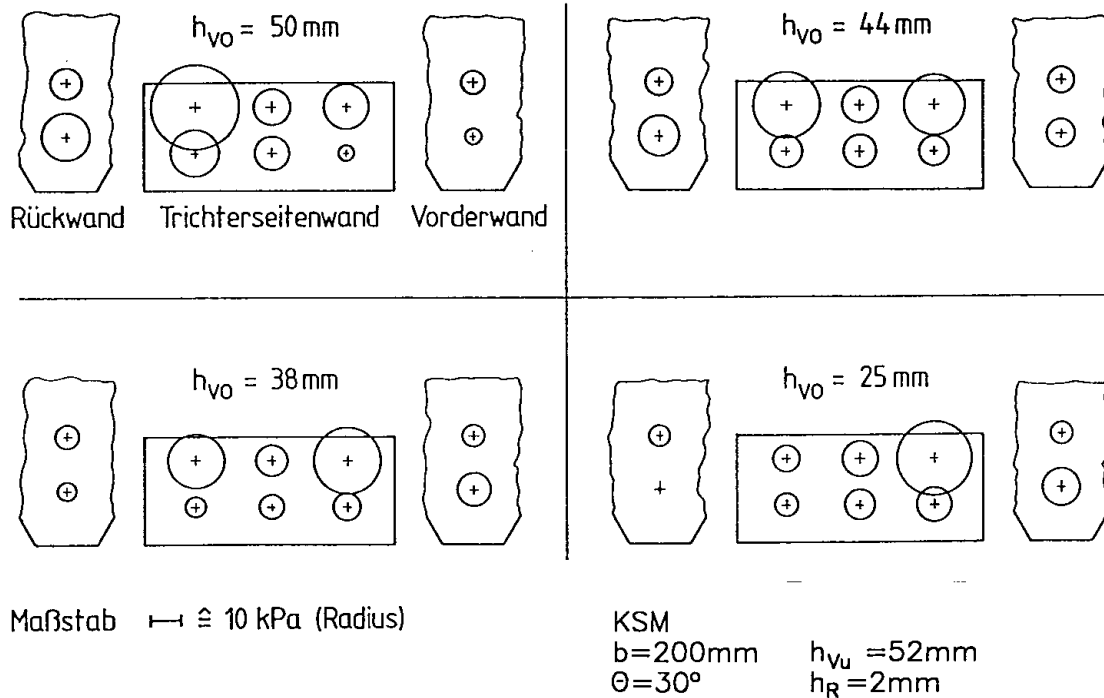


Bild 7.5: Trichterwandspannungen für unterschiedliche Auslaufschlitzhöhen  $h_{v0}$  (KSM)

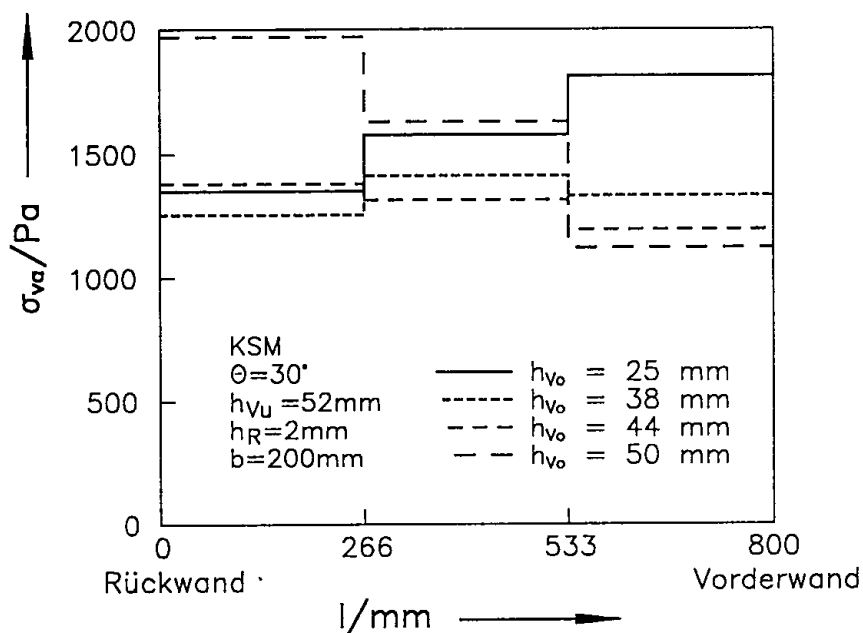


Bild 7.6: Verteilung der Vertikalspannung  $\sigma_{va}$  über der Auslaufschlitzlänge (KSM)

Auslauföffnung  $\sigma_{va}$  sind im Bild 7.6 wiedergegeben. Sie sind jeweils für den Bereich eines Gurtkraftaufnehmers, der jeweils ein Drittel der Auslaufschlitzlänge überdeckt (s. Bild 4.3, S.48), konstant verlaufend aufgetragen. Die Vertikalspannungen zeigen eine ähnliche Tendenz wie die Wandnormalspannungen im Bild 7.5, d.h. dort, wo kein Schüttgutaustrag stattfindet,

zeigen sich größere Vertikalspannungen  $\sigma_{va}$ . Außerdem ergeben sich für die Einstellungen, die zu einem gleichmäßigen Schüttgutaustrag führen, kleinere mittlere Vertikalspannungen am Auslaufschlitz als bei ungleichmäßigem Schüttgutaustrag. Die Abzugsgeschwindigkeit des Gurtförderers hatte im Bereich der einstellbaren Geschwindigkeiten (0.03 bis 0.3 m/s) keinen spürbaren Einfluß auf die angegebenen Verhältnisse, wobei die hier wiedergegebenen Meßwerte mit der geringstmöglichen Abzugsgeschwindigkeit durchgeführt wurden, um sämtliche zeitlich veränderlichen Vorgänge mit der Meßwerterfassungsanlage in möglichst vielen Schritten messen zu können. Die Abhängigkeit der optimalen Auslaufschlitzhöhe für einen gleichmäßigen Schüttgutaustrag vom Trichterneigungswinkel war gering. Für den Bereich  $10^\circ \leq \Theta \leq 40^\circ$  ergaben sich Werte  $80 \text{ mm} \leq h_{V_0} + h_{V_u} \leq 90 \text{ mm}$ , wobei keine eindeutige Tendenz festzustellen war.

Die optimale Geometrie, die einen möglichst gleichmäßigen Schüttgutaustrag gewährleistet, ist von den Schüttguteigenschaften abhängig. Das ergaben Versuche mit den Kunststoffpellets, die zu anderen optimalen Einstellungen führten. Beispielweise führten alle Einstellungen ähnlich Bild 7.1.b mit  $h_{V_0} > 0 \text{ mm}$  zu einem Schüttgutaustrag vor allem aus dem Bereich in Nähe der Vorderwand.

Die Zeitspanne, während der sich die Spannungen bis zum Erreichen stationärer Werte ändern, betragen z.T. mehr als  $T = 2$  (s. Bild 7.4). Mit dem Erreichen stationärer Spannungen ist auch das Erreichen stationärer örtlicher Geschwindigkeiten verbunden, d.h. das Geschwindigkeitsprofil stellt sich u.U. erst nach einer längeren Entleerungszeit ein. Erst zu diesem Zeitpunkt kann beurteilt werden, ob das Schüttgut gleichmäßig ausgetragen wird oder ob sich tote Zonen an der Vorder- oder Rückwand bilden. Die Zeitspanne bis zum Erreichen stationärer Verhältnisse ist abhängig von der "Abweichung" der eingestellten Auslaufgeometrie ( $h_{V_0}$ ,  $h_{V_u}$ ,  $h_R$ ) von der "optimalen" Geometrie, die zu einem gleichmäßigen Schüttgutaustrag führt. Im Bild 7.7 ist die Spannungsverteilung an den Trichterwänden für verschiedene dimensionslose Zeiten  $T$  dargestellt. Die eingestellte Auslaufschlitzhöhe  $h_{V_0} = 50 \text{ mm}$  (übrige Einstellungen wie Bild 7.4) ist nur etwa 6 mm größer als die Höhe, die einen gleichmäßige Schüttgutaustrag ergibt. Die Zeit  $T = 0$  (oberstes Teilbild) gehört zu den Spannungen im Füllzustand unmittelbar vor dem Einschalten des Austragorgans. Nach dem Einschalten des Austragorgans bildet sich der Entleerungszustand (passives Spannungsfeld) aus. Die Spannungen im Trichter sind bei  $T = 0.5$  (halbes Trichtervolumen ausgetragen) relativ gleichmäßig, nur in der Trichtermitte ergeben sich etwas geringere Spannungen. Bei größeren Zeiten  $T$  ( $T = 1.725$  und  $T = 3.467$ ) wird die Spannungsverteilung (und Geschwindigkeitsverteilung) mehr und mehr ungleichmäßig. Im Gegensatz zu dieser Messung stellten sich bei dem im Bild 7.4 gezeigten Versuch schon gleich nach dem Einschalten des Austragorgans eine ungleichmäßige Spannungsverteilung ein (vgl. Spannungen  $S$  an den Punkten E und F, Bild 7.4).

KSM

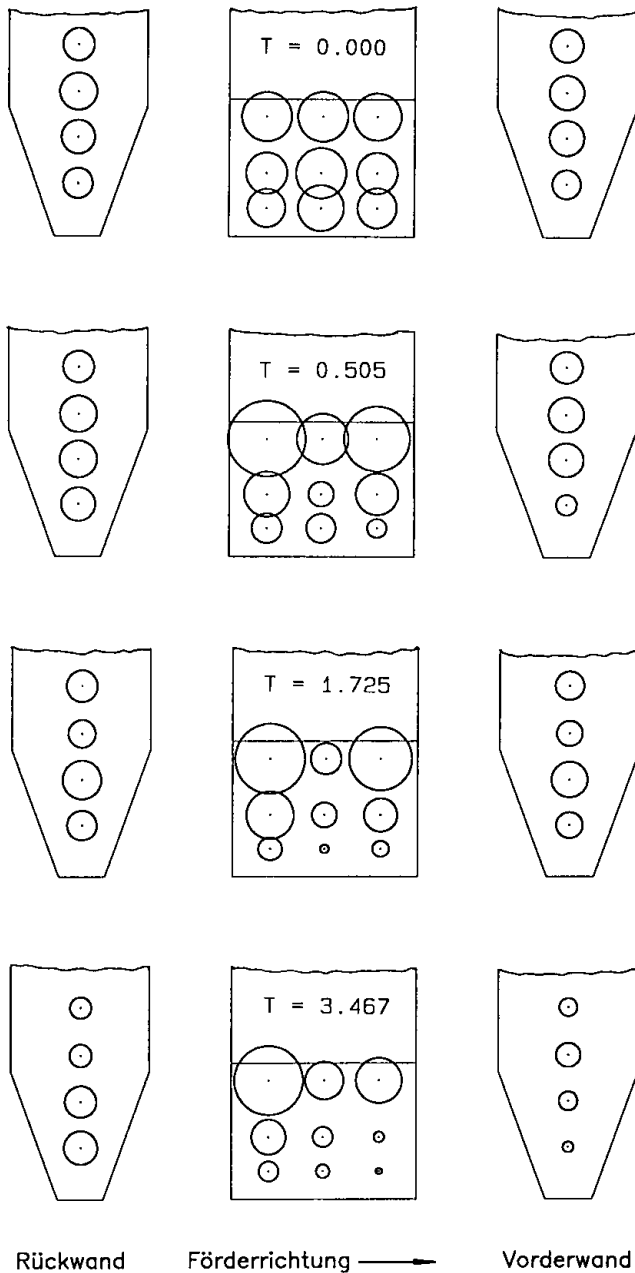
 $\rightarrow = 10 \text{ kPa}$  (bez. auf Radius)  
 $\theta = 20^\circ$  ;  $b = 200 \text{ mm}$ 
 $h_{Vu} = 52 \text{ mm}$   
 $h_{Vo} = 50 \text{ mm}$   
 $h_R = 2 \text{ mm}$ 


Bild 7.7 Spannungsverteilung im Verlauf der Entleerung (KSM)

Die bestehenden Verfahren zur Berechnung der Spannungen im Entleerungszustand (s. Abschnitt 3.2.2) gelten für eine gleichmäßige Spannungsverteilung im Trichter. Für diesen Fall erhält man im unteren Trichterbereich das sogenannte radiale Spannungsfeld. Die Meßergebnisse zeigen, daß sich je nach den Geschwindigkeitsverhältnissen unterschiedliche Spannungen in verschiedenen Bereichen des Trichters ausbilden können. Um diese unterschiedlichen



Spannungen mit denen zu vergleichen, die sich entsprechend dem radialen Spannungsfeld für den Entleerungszustand bei gleichmäßigem Schüttgutabzug ergeben, wurden mit dem Kalksteinmehl weitere Messungen durchgeführt. Dabei wurde bei Trichterneigungswinkeln  $10^\circ \leq \Theta \leq 40^\circ$  jeweils die gleiche Geometrie ( $h_{V_0} = 0$  mm,  $h_{V_u} = 38$  mm,  $h_R = 4$  mm) eingestellt, die bei allen Trichterneigungswinkeln nach einer gewissen Zeit zu einem Schüttgutaustrag vor allem aus dem hinteren Bereich des Trichters (in Nähe der Rückwand) und zur Bildung einer toten Zone an der Vorderwand führte. Die beschriebenen Versuche wurden jeweils dreimal durchgeführt, um die Reproduzierbarkeit der Spannungsverteilung beurteilen zu können. In den Bildern 7.8 und 7.9 sind für die Trichterneigungswinkel  $\Theta = 10^\circ$  und  $40^\circ$  die Spannungen an den Stirnwänden  $\sigma_s$  (Vorder- und Rückwand) und an den Trichterwänden  $\sigma_w$  (getrennt nach Trichtermitte und in Nähe der Vorder- bzw. Rückwand; Maße der Positionen der Spannungsmeßzellen s. Anhang B) eingezeichnet (Entsprechende Bilder für  $\Theta = 20^\circ$  und  $30^\circ$  s. Anhang F). Alle Meßwerte sind durch ihre Mittelwerte (Symbole und dicke Linien) sowie durch ihre Schwankungsbreite (dünne Linien) gekennzeichnet. Zusätzlich zu den Meßwerten sind die Wandnormalspannungen  $\sigma_w$  auf die Trichterwand eingezeichnet, die sich für das radiale Spannungsfeld nach den im Abschnitt 3.2.2 erläuterten Gleichungen (bzw. nach der Theorie von Jenike) ergeben.

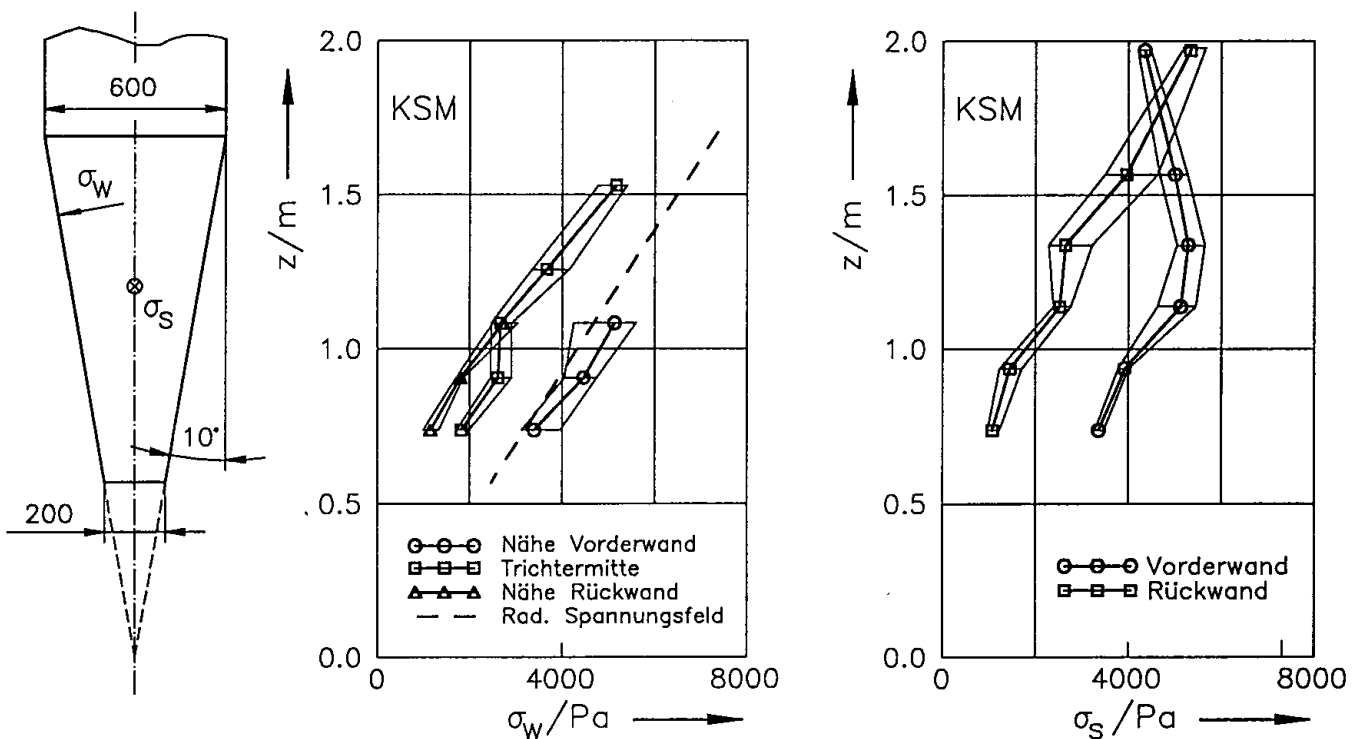


Bild 7.8: Spannungen auf Trichterseitenwände  $\sigma_w$  und Stirnwände  $\sigma_s$  im Entleerungszustand ( $\Theta = 10^\circ$ , KSM)

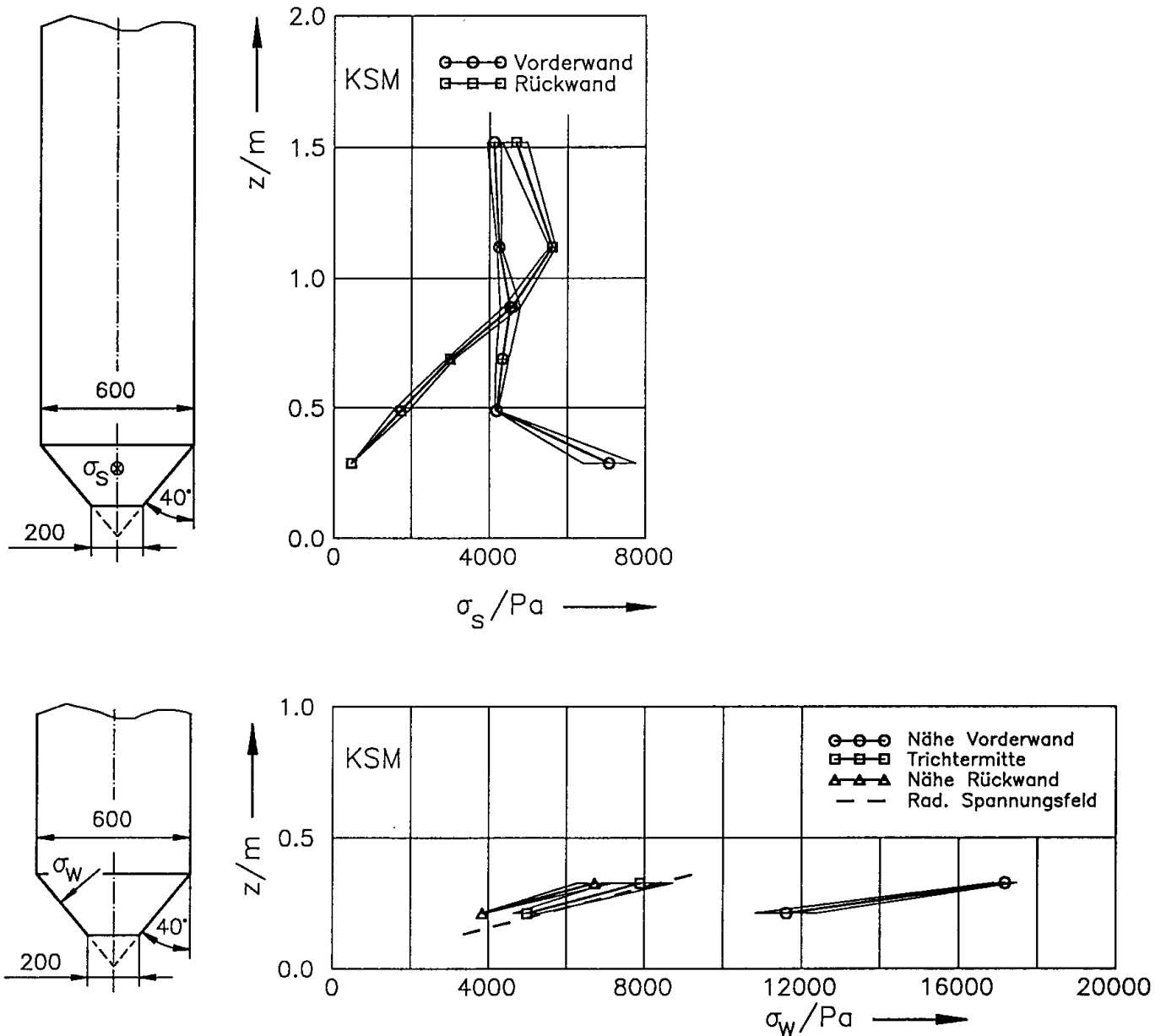


Bild 7.9: Spannungen auf Trichterseitenwände  $\sigma_w$  und Stirnwände  $\sigma_s$  im Entleerungszustand ( $\Theta = 40^\circ$ , KSM)

Den Bildern ist folgendes zu entnehmen:

- Bei den mit den einzelnen Trichterneigungswinkeln durchgeführten mehrfachen Versuchen stellten sich die Spannungen reproduzierbar ein, was an den kleinen Schwankungsbreiten zu erkennen ist.
- Die Spannungen auf die Trichterwand  $\sigma_w$  weichen stark voneinander ab. In Nähe der Rückwand, wo das Schüttgut hauptsächlich ausgetragen wird, sind die Spannungen am niedrigsten, während in Nähe der Vorderwand, wo nahezu kein Schüttgutaustrag (tote Zone direkt an der Vorderwand) stattfand, die größten Spannungen gemessen wurden.

Die gleiche Tendenz zeigen die Spannungen an der Stirnwand  $\sigma_s$ , wobei sich die Spannungen an der Vorder- und Rückwand in Nähe der Auslauföffnung bei einigen Messungen um einen Faktor  $> 10$  unterscheiden.

- Die Unterschiede der Spannungen an Vorder- und Rückwand nehmen mit dem Trichterneigungswinkel zu.
- Der in in Bildern eingezeichnete Verlauf des radialen Spannungsfeldes darf nur im unteren Trichterbereich zum Vergleich herangezogen werden, da die tatsächlichen Spannungen in einem Massenflußtrichter (bei gleichmäßigem Schüttgutabzug) im oberen Trichterteil überproportional mit der Trichterbreite ansteigen (siehe). Bei den Messungen mit  $\Theta \geq 20^\circ$  lassen sich die Spannungen in der Trichtermitte mit dem eingezeichneten Verlauf des radialen Spannungsfeldes beschreiben.
- Durch den ungleichmäßigen Schüttgutabzug werden auch die Spannungen an den Stirnwänden  $\sigma_s$  im Siloschaft beeinflusst (z.B. Bild 7.9), da sich die ungleichmäßige Geschwindigkeitsverteilung im Trichter nach oben hin fortsetzt. Wie weit sich die ungleichmäßige Geschwindigkeitsverteilung nach oben fortsetzt, hängt vom Schüttgut ab.

Die in diesem Abschnitt dargestellten Ergebnisse zeigen, daß bei einem ungleichmäßigen Schüttgutaustrag die Spannungsverteilung im Silo (Trichter und Schaft) z.T. sehr ungleichmäßig wird. Dadurch wird gegebenenfalls die Funktionssicherheit des Silos verringert, z.B. kann sich Schüttgut aufgrund der örtlich sehr hohen Spannungen verfestigen (Zeitverfestigung), so daß es zu Auslaufschwierigkeiten kommt. Weiterhin führt eine ungleichmäßige Spannungsverteilung zu Festigkeitsproblemen, z.B. neigen Metallsilos bei ungleichmäßiger Belastung zum Beulen. Damit wird deutlich, daß ein Silo im Austragbereich stets so gestaltet werden sollte, daß ein möglichst gleichmäßiger Schüttgutabzug gewährleistet ist. Das gleiche gilt für die Gestaltung des Austragorgans selbst (z.B. Schneckenförderer, Bild 2.12, S.15).

Bei den Untersuchungen am Gurtförderer stellte sich die Geschwindigkeits- und Spannungsverteilung abhängig von den Schüttguteigenschaften und der Geometrie des Übergangs vom Trichter zum Austragorgan ein. Dabei beeinflussten schon geringe Veränderungen der Geometrie (z.B. Variation der Auslaufschlitzhöhe  $h_{V_0}$ , Bilder 7.5 und 7.6) die Verhältnisse beim Schüttgutaustrag. Berücksichtigt man, daß in der Praxis immer mit gewissen Schwankungen der Schüttguteigenschaften gerechnet werden muß, erscheint es daher als problematisch, mit einem Gurtförderer in der untersuchten Anordnung ohne weitere Maßnahmen einen gleichmäßigen Schüttgutaustrag zu gewährleisten. Bei kohäsiven Schüttgütern ist zudem wie beim Kalksteinmehl damit zu rechnen, daß sich die Geschwindigkeitsverhältnisse auch nach längeren Abzugszeiten verändern (s. z.B. Bild 7.4), so daß eine Einstellung des Überganges vom Trichter zum Austragorgan für einen gleichmäßigen Schüttgutaustrag aufwendig ist.

Um diese Probleme zu vermeiden, können Austragorgane eingesetzt werden, die durch ihre konstruktive Ausführung einen gleichmäßigen Schüttgutaustrag erzwingen, z.B. ein Schneckenförderer mit in Förderrichtung linear ansteigender Kapazität. Um zu untersuchen, ob entsprechende Maßnahmen bei einem Gurtförderer möglich sind, wurde die im Bild 7.10 gezeigte Geometrie eingestellt. Zusätzlich wurde ein Einbau quer zur Förderrichtung eingebaut, dessen Abstand  $h_M$  zum Gurt so bemessen wurde, daß der Volumenstrom  $Q_M$  unter dem Einbau halb so groß ist wie der Volumenstrom  $Q_V$  des Schüttgutes, das unter der Vorderwand den Silo verläßt (Annahme: Fördergeschwindigkeit konstant in Förderrichtung und senkrecht zu dieser). Während die gezeigte Geometrie des Überganges ohne Einbau zu einem Schüttgutaustrag aus dem Bereich in Nähe der Rückwand führt, wird bei Verwendung des Einbaus aus der vorderen und hinteren Hälfte des Silos je 50% des Gesamtvolumenstromes  $Q_V$  entnommen. Die Höhe  $h_M$  wurde durch eine einfache Berechnung der für das transportierte Schüttgut zur Verfügung stehenden Querschnittsflächen unter dem Einbau bzw. unter der Vorderwand des Silos bestimmt (Querschnittsfläche unter dem Einbau 50% der Querschnittsfläche unterhalb der Vorderwand). Die mit und ohne Einbau gemessenen Spannungen sind im Bild 7.11 dargestellt. Der Einbau bewirkt eine gleichmäßigere Spannungsverteilung und verhindert die Ausbildung einer toten Zone an der Vorderwand. Für die Funktion des Einbaus ist es notwendig, daß das Schüttgut ohne Einbau an der Rückwand des Silos ausgetragen wird, so daß der Einbau als "Schichthöhenbegrenzer" der vom Gurt transportierten Schichthöhe dient. Für den Fall, daß das Schüttgut ohne Verwendung des Einbaus nur aus dem Bereich in Nähe der Vorderwand ausgetragen wird, hat der Einbau keine Wirkung.

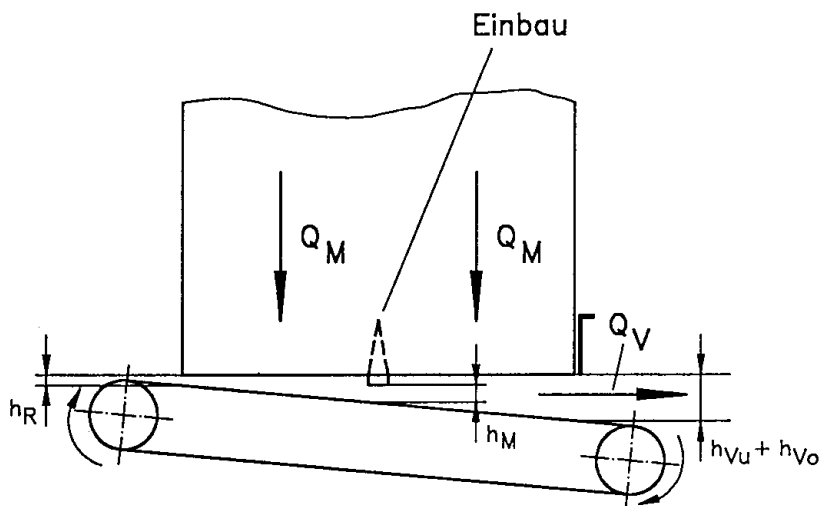


Bild 7.10: Trichter mit Einbau

Durch den Einbau wird der Auslaufschlitz in zwei kürzere Auslaufschlitze unterteilt. Damit kommt man den Empfehlungen Rademachers näher, der für einen gleichmäßigen Schüttgutaustrag ein Länge/Breite-Verhältnis  $l/b$  nicht größer als 2 bis 3 angibt [24]. Die Siloauslegung

KSM

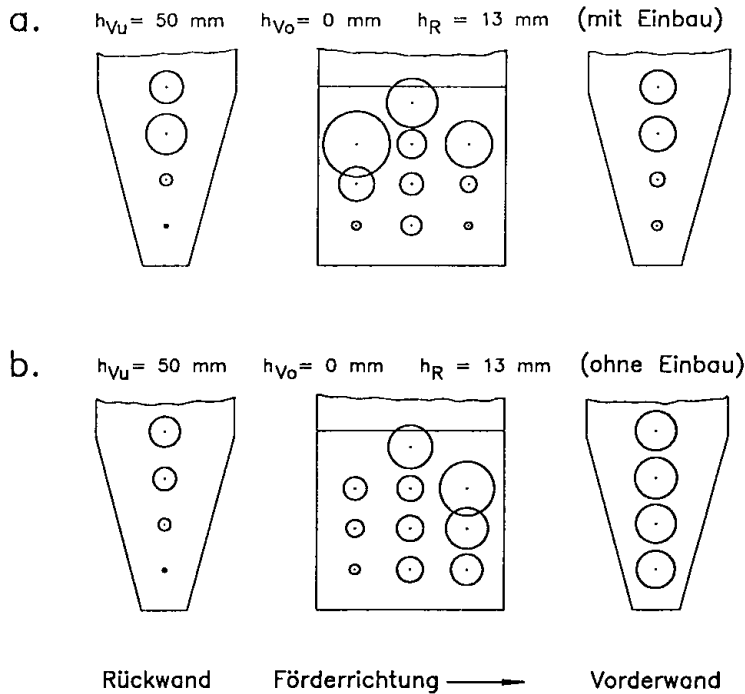
 $\rightarrow = 10 \text{ kPa}$  (bez. auf Radius) $\theta = 15^\circ$  ;  $b = 200 \text{ mm}$ 

Bild 7.11: Trichterwandspannungen mit (a) und ohne (b) Einbau (KSM)

nach der Methode von Jenike fordert dagegen  $l/b \geq 3$  für die Anwendbarkeit der Auslegungsverfahren [3,4]. Daher ist die Anwendung von Einbauten eine mögliche Lösung, um bei entsprechend großen Verhältnissen  $l/b$  einen gleichmäßigen Schüttgutaustrag zu erhalten. Bei der Dimensionierung der Einbauten ist darauf zu achten, daß keine Fließstörungen (tote Zonen, Brücken) durch die Einbauten erzeugt werden.

## 7.2 Vertikalspannung am Austragorgan

Die im Entleerungszustand auf das Austragorgan wirkende Vertikalspannung stellte sich ausgehend vom Füllzustand nach dem Einschalten des Austragorgans ein. Bei den Kunststoffpellets fand der Übergang innerhalb sehr kurzer Zeit statt (s. Bild 7.3, Position G), während sich beim Kalksteinmehl jedesmal ein Verlauf wie im Bild 7.4 (Position G) zeigte: Nach dem Einschalten des Austragorgans fiel die Vertikalspannung steil ab, stieg anschließend wieder etwas an und sank dann auf einen im weiteren Verlauf des Entleerens konstanten Wert ab. Die Begründung für diesen Verlauf ist, daß nach dem Einschalten das Schüttgut, das direkt auf dem Gurt liegt, ausgetragen wird, während das Schüttgut im Trichter darüber eine

gewisse Zeit benötigt, um aus der Ruhe heraus in Bewegung zu kommen, z.B. weil die Luft einige Zeit benötigt, um in die Poren des sich auflockernden Schüttgutes zu strömen. Fließt das Schüttgut im Trichter nach unten, steigt die Vertikalspannung wieder an, um schließlich während der Ausbildung des Entleerungszustandes wieder abzusinken. Die konstante Vertikalspannung zeigt den voll ausgebildeten Entleerungszustand an. Wie bereits im vorangegangenen Abschnitt angedeutet wurde (Bild 7.6), waren die mittleren Vertikalspannungen in den meisten Fällen bei gleichmäßigem Schüttgutaustrag etwas kleiner als bei ungleichmäßigem Schüttgutaustrag.

Im Bild 7.12 sind die Bereiche der im stationären Entleerungszustand gemessenen mittleren Vertikalspannungen  $\sigma_{va}$  (KSM) aufgetragen. Die am Fördergurt gemessenen Spannungen wurden jeweils um die Spannung vermindert, die sich aus der Schüttgutmasse zwischen Auslaufschlitz und Gurt ergab. Weiterhin sind die Vertikalspannungen aufgetragen, die sich für das radiale Spannungsfeld nach Jenike (berechnet nach den Näherungsbeziehungen von Arnold und McLean, Glg.(3.44) [43,67], die zu fast identischen Ergebnissen führen) ergeben (durchgezogene Kurve) und die die Größenordnung recht gut wiedergeben. Die nach dem Vorschlag von Roberts [42,68], der auf der Annahme basiert, daß die größte Hauptspannung senkrecht auf das Austragorgan wirkt, berechnete Vertikalspannung ist als gestrichelte Kurve eingezeichnet und führt zu einer deutlichen Überschätzung der tatsächlich gemessenen Vertikalspannung.

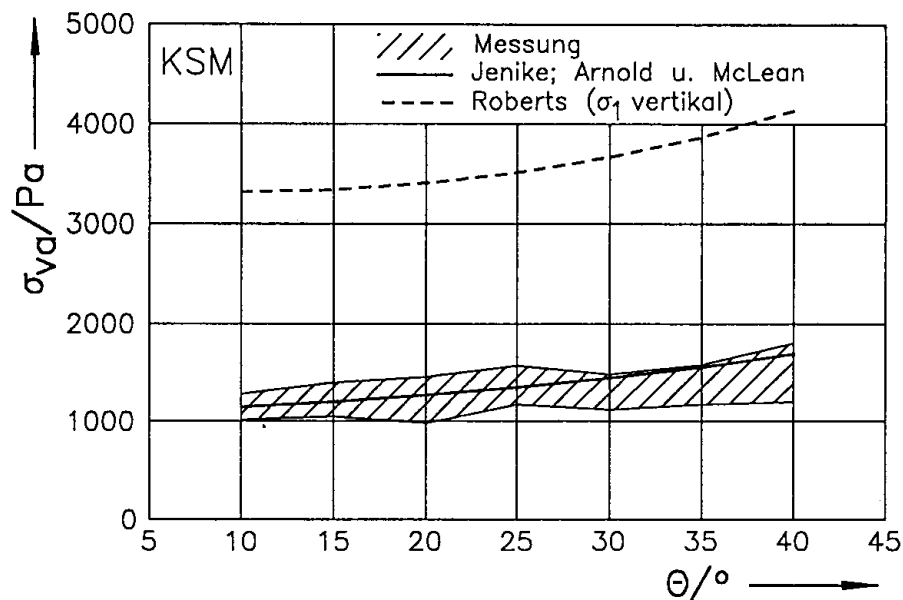


Bild 7.12: Vertikalspannungen  $\sigma_{va}$  an der Auslauföffnung im Entleerungszustand (KSM)

### 7.3 Abzugskraft

Die Abzugskraft ist die vom Gurtförderer zu überwindende Horizontalkraft beim Schüttgutabzug. Dabei ist zwischen der Abzugskraft beim beginnenden Entleeren  $F_{h,be}$  (nach dem Füllen des Silos) und der Abzugskraft im Entleerungszustand  $F_{h,e}$  zu unterscheiden. Beide Kräfte wurden mit dem Kalksteinmehl bei Trichterneigungswinkeln  $10^\circ \leq \Theta \leq 40^\circ$  und unterschiedlichen Auslaufgeometrien ( $h_{V0}$ ,  $h_{Vu}$ ,  $h_R$ ) gemessen und sind in den Bildern 7.13 (beginnendes Entleeren aus dem Füllzustand) und 7.14 (Entleerungszustand) über der Vertikalkraft  $F_{vg}$ , die auf das Austragorgan wirkt, aufgetragen.

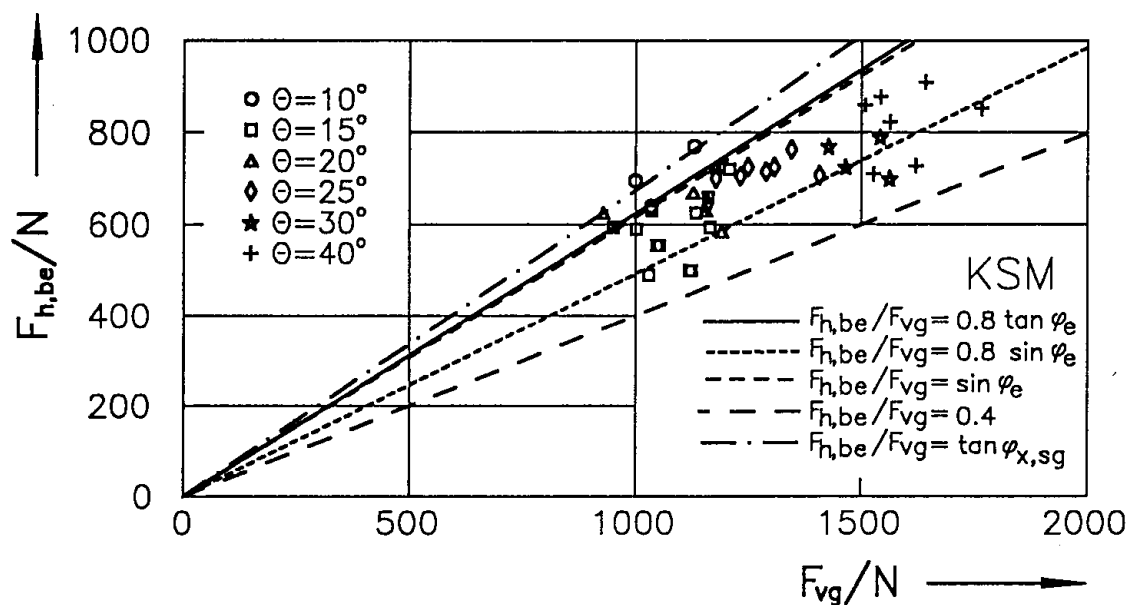


Bild 7.13: Abzugskraft  $F_{h,be}$  beim beginnenden Entleeren in Abhängigkeit von der Vertikalkraft  $F_{vg}$  (KSM)

Neben den Meßwerten sind die Vorschläge zur Berechnung der Abzugskraft, die im Abschnitt 3.4 erläutert wurden, als Geraden eingetragen. Die dazugehörigen Geradengleichungen haben die Form:

$$F_h = \mu \cdot F_{vg} \quad (7.3)$$

mit  $\mu$  entsprechend den Gleichungen (3.54) bis (3.57):

Rademacher [24]:

$$\mu = 0.8 \cdot \tan \varphi_e = 0.8 \cdot \tan 38^\circ = 0.625$$

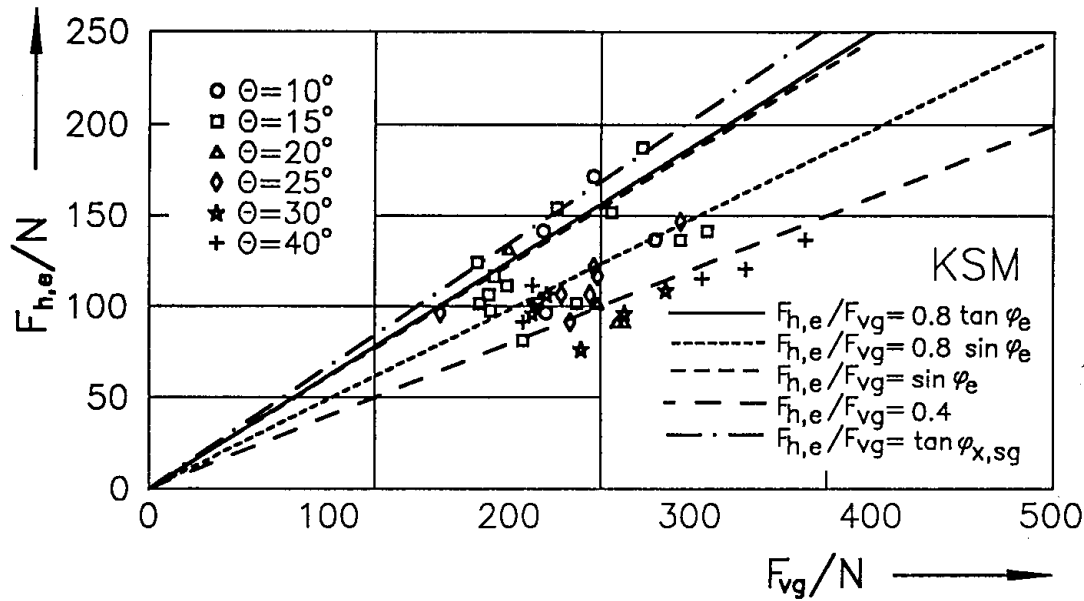


Bild 7.14: Abzugskraft  $F_{h,e}$  im Entleerungszustand in Abhängigkeit von der Vertikalkraft  $F_{vg}$  (KSM)

Manjunath und Roberts [32], Roberts [42]:

$$\mu = 0.8 \cdot \sin \varphi_e = 0.8 \cdot \sin 38^\circ = 0.493$$

Johanson [72]:

$$\mu = \sin \varphi_e = \sin 38^\circ = 0.616$$

Reisner [22], Bruff [73]:

$$\mu = 0.4$$

Alle vier genannten Berechnungsvorschläge geben für einige Meßpunkte eine zu geringe Abzugskraft  $F_h$  an, d.h. bei ihrer Anwendung läge man im vorliegenden Fall nicht immer auf der sicheren Seite. Der von Rademacher gefundene Zusammenhang, der den Reibungskoeffizienten  $\mu$  im physikalischen Sinn mit dem Tangens eines Reibungswinkels beschreibt, ergibt die größten Werte der Abzugskraft (fast identisch mit Johanson). Allerdings benutzt Rademacher (und auch Johanson) den effektiven Reibungswinkel des Schüttgutes, d.h. er geht davon aus, daß die Reibung im Schüttgut maßgeblich ist. Dieser Ansatz ist dann richtig, wenn es sich um einen sehr rauhen Fördergurt (oder ein Plattenband mit Mitnehmern oder einen Trogkettenträger) handelt, so daß der Reibungswinkel zwischen Förderelement und Schüttgut  $\varphi_{x,sg}$  etwa genauso groß ist wie der innere Reibungswinkel des Schüttgutes ( $\varphi_e$ ). Bei Verwendung eines glatten Fördergurtes wie im Fall der Versuchsanlage ist der Reibungswinkel zwischen Fördergurt und Schüttgut  $\varphi_{x,sg}$  kleiner als der effektive Reibungswinkel  $\varphi_e$  (Schüttgut KSM):



$$\varphi_{x,sg} = 34^\circ < \varphi_e = 38^\circ$$

Damit ist die maximale Abzugskraft, die der Gurtförderer über die Reibung an der Gurtoberfläche übertragen kann (Schüttgut KSM):

$$F_h = F_{vg} \cdot \tan \varphi_{x,sg} = 0.675 \cdot F_{vg} \quad (7.4)$$

Die Verhältnisse entsprechen denen eines Wandscherversuchs im Jenike–Schergerät (s. Bild 2.7), bei dem eine Schüttgutprobe mit der Scherzelle relativ zu einer Wandmaterialprobe verschoben und die dazu notwendige Kraft gemessen wird, wobei der Unterschied ist, daß beim Schüttgutaustrag die "Wand" bewegt wird und der Schüttgutbehälter stillsteht. Die Abzugskraft nach Glg.(7.4) ist in den Bildern 7.13 und 7.14 eingetragen und stellt eine obere Grenze für die gemessenen Abzugskräfte dar.

#### 7.4 Messung von Geschwindigkeitsverteilungen im Modellsilo

Die im Abschnitt 7.1 beschriebenen Untersuchungen haben gezeigt, daß das Abzugsverhalten (gleichmäßiger oder ungleichmäßiger Schüttgutabzug) von den Schüttguteigenschaften und der Geometrie des Übergangs vom Trichter zum Austragorgan abhängt. Um diese Parameter und deren Auswirkungen auf die Geschwindigkeitsverteilung genauer untersuchen zu können, wurde der im Abschnitt 4.2 vorgestellte Modellsilo entsprechend dem im Bild 4.11 gezeigten Aufbau benutzt. An den Auslaufschlitz des Modellsilo wurden Schürzen angebracht, da Schürzen in der Praxis häufig zwischen Trichterunterkante und Austragorgan angebracht werden (Beim Versuchssilo wurde auf Schürzen verzichtet, um die Spannungsverhältnisse möglichst dicht an der Trichterunterkante messen zu können.). Im Rahmen der Untersuchungen wurden folgende Größen variiert:

- Schüttgut: grober Kalkstein (KSG)  
Kunststoffpellets (PP)
- Schürzengeometrie: alle in Tab. 4.1, S.56, aufgeführten Geometrien
- Rauigkeit der Schürzenwände: VA–Blech, Sandpapier (Körnung 40);  
Wandreibungswinkel s. Tabelle 4.4, S.57.
- Rauigkeit der Gurtoberfläche: Auflegen von Platten aus VA–Blech oder mit  
Sandpapier–Beschichtung auf den Fördergurt,  
die dann von diesem mitgenommen werden;  
Wandreibungswinkel s. Tabelle 4.4, S.57.
- Abstand zwischen Schieberunterkante und Fördergurt an der Vorderwand  $h_V$

### 7.4.1. Versuchsdurchführung und Auswertung

Bei den Versuchen wurde der Modellsilo zunächst bis zur Oberkante gleichmäßig gefüllt, so daß in jeder der 8 durch Bleche getrennten Bereiche die gleiche Schüttgutmenge war. Anschließend wurde das Schüttgut abgezogen. Dabei sanken die Füllstände in den einzelnen Zellen  $i$  je nach den eingestellten Versuchsparametern (Schürzen, Rauigkeiten, Schüttgut etc.) mehr oder weniger gleichmäßig ab. Der Versuch wurde beendet, sobald der Füllstand in der Zelle mit dem niedrigsten Füllstand knapp oberhalb des Übergangs vom Trichter zum Vertikalteil war. Anschließend wurden die Wegstrecken  $z_i$ , um die die Schüttgutoberflächen absanken, ausgemessen und daraus die aus den einzelnen Zellen entnommenen Teilvolumina  $V_i$  berechnet. Aus den absoluten Teilvolumina ergaben sich die auf das aus allen 8 Zellen abgezogene gesamte Schüttgutvolumen bezogenen relativen Teilvolumina  $v_i$  zu:

$$v_i = V_i / \sum V_i \quad (7.5)$$

Mit Hilfe der bezogenen Teilvolumina  $v_i$  läßt sich der Verlauf der Grenzlinie (Bild 7.15) zwischen dem Schüttgut, das vom Gurt horizontal transportiert wird, und dem Schüttgut, das nicht horizontal transportiert wird, abschätzen, wenn man die folgenden Annahmen zuläßt:

- Die Lage der Grenzlinie (Bewegungsumlenkung von vertikal nach horizontal) ist quer zur Förderrichtung unverändert, d.h. die Verhältnisse in unmittelbarer Nähe der Schürzen sind die gleichen wie in der Mitte zwischen den Schürzen.
- Die Horizontalgeschwindigkeit des vom Fördergurt mitgenommenen Schüttgutes ist gleich der Geschwindigkeit des Fördergurtes, während das übrige Schüttgut (oberhalb der Grenzlinie) die Horizontalgeschwindigkeit Null hat.
- Die Schüttgutdichte ist konstant.

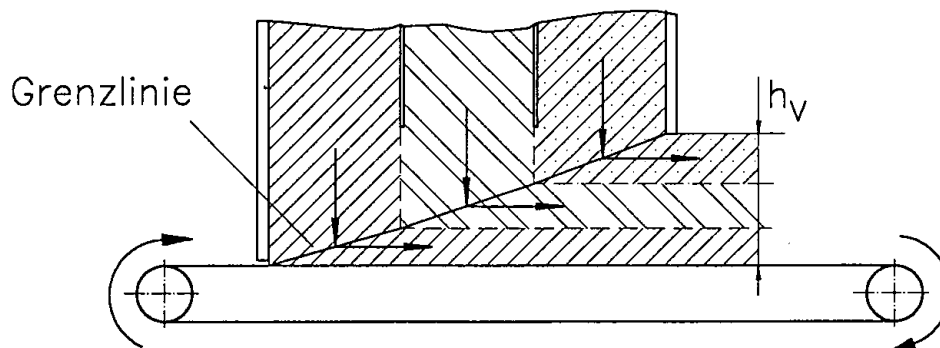


Bild 7.15: Angenommene Schüttgutbewegung auf dem Austragorgan

Der Schüttgutvolumenstrom unter der Rückwand des Silos ist gleich 0%, der Volumenstrom unter der Vorderwand des Silos ist gleich 100% des ausgetragenen Volumenstroms  $Q_V$ , d.h. die horizontal bewegte Schüttgutschicht mit einer Höhe gleich der Auslaufschlitzhöhe  $h_V$  entspricht 100% des ausgetragenen Volumenstroms  $Q_V$ . Die Höhe der bewegten Schüttgutschicht  $h$  nimmt von der Rückwand des Silos bis zur Vorderwand von 0 auf  $h_V$  zu. Unter der Wand, die eine Zelle  $i$  in Förderrichtung begrenzt (Vorderwand der Zelle  $i$ ), müssen die aus allen Zellen 1 bis  $i$  entnommenen Teilvolumenströme  $Q_i$  (das ist der Volumenstrom, der während der Entleerung aus Zelle  $i$  abgezogen wird) transportiert werden. Im Bild 7.15 ist dieser Vorgang für einen Silo mit 3 Zellen skizziert: das aus verschiedenen Zellen entnommene Schüttgut, das unterschiedlich markiert wurde, legt sich in Schichten übereinander, so daß die Gesamthöhe des horizontal bewegten Schüttgutes in Förderrichtung zunimmt. Der Volumenstrom  $Q_{i,\text{sum}}$  unter der Vorderwand einer Zelle  $i$  ist:

$$Q_{i,\text{sum}} = \sum_{j=1}^i Q_j \quad (7.6)$$

Wegen der Annahme, daß das vom Fördergurt bewegte Schüttgut überall die gleiche Geschwindigkeit (nämlich die des Fördergurtes) hat, läßt sich jedem Volumenstrom  $Q_{i,\text{sum}}$  eine Höhe  $h_i$  der bewegten Schüttgutschicht zuordnen :

$$h_i/h_V = Q_{i,\text{sum}}/Q_V \quad (7.7)$$

Geht man von zeitlich konstanten Verhältnissen während eines Entleerungsversuches aus, lassen sich die aus den einzelnen Zellen  $i$  abgezogenen Teilvolumenströme  $Q_i$  aus den Teilvolumina  $V_i$  berechnen:

$$V_i/\Sigma V_i = v_i = Q_i/Q_V \quad (7.8)$$

Aus den Glgn.(7.5) bis (7.8) folgt für die Höhe  $h_i$  der bewegten Schüttgutschicht unter der Vorderwand einer Zelle  $i$ :

$$h_i/h_V = Q_{i,\text{sum}}/Q_V = \sum_{j=1}^i Q_j/Q_V = \sum_{j=1}^i v_j \quad (7.9)$$

Trägt man  $h_i/h_V$  in einem Diagramm über den Ortskoordinaten der Vorderwände der Zellen  $i$  auf, ergibt sich ein im Bild 7.16 beispielhaft gezeigter Verlauf der dimensionslosen Schichthöhe  $h_i/h_V$  (durchgezogene Linie). Neben den Meßwerten wurde zusätzlich die Bedingung, daß

$h_i/h_V$  an der Rückwand des Silos ( $i=0$ ) gleich Null ist, berücksichtigt. Der Verlauf der Kurve, die die einzelnen Meßpunkte in Form von Geradenabschnitten verbindet, steigt von 0 auf 1 an entsprechend der Randbedingung, daß der Fördergurt in Höhe der Rückwand kein Schüttgut (0%) und in Höhe der Vorderwand 100% des ausgetragenen Schüttgutes ( $Q_V$ ) transportiert. Der Kurvenverlauf ist die aufgrund der Meßwerte berechnete Grenzlinie, auf der die Bewegungsänderung von vertikal nach horizontal stattfindet. Im idealen Fall, d.h. das Schüttgut wird über dem gesamten Auslaufschlitz gleichmäßig ausgetragen, müßte die Grenzlinie geradlinig von  $i=0$  (Rückwand,  $h_i/h_V = 0$ ) bis  $i=8$  (Vorderwand,  $h_i/h_V = 1$ ) verlaufen (s. gestrichelte Linie im Bild 7.16). Jegliche Abweichungen von diesem Verlauf, der als "ideale Grenzlinie" bezeichnet wird, bedeuten einen ungleichmäßigen Schüttgutabzug.

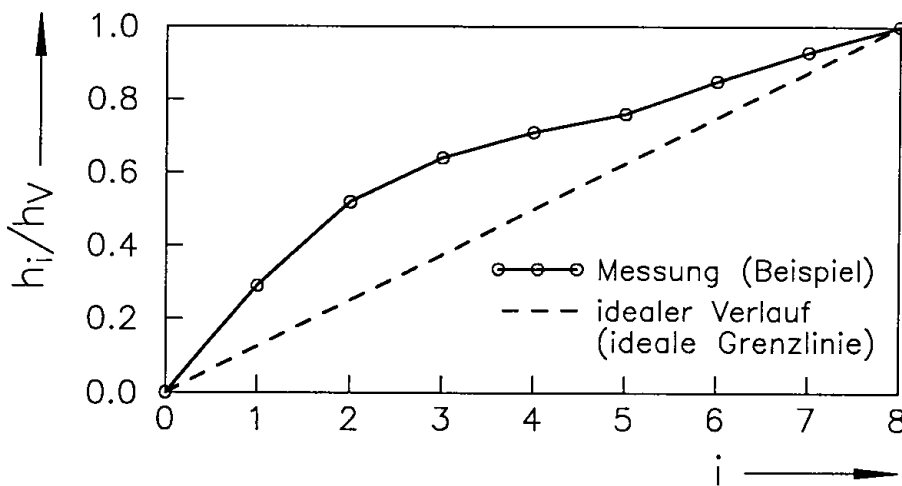


Bild 7.16: Dimensionslose Darstellung der aus Meßwerten berechneten Grenzlinie

Zur Beurteilung der Gleichmäßigkeit des Schüttgutaustrages wird die Standardabweichung  $s$  der acht Teilvolumina von der (bekannten) idealen Grenzlinie berechnet. Beim völlig gleichmäßigen Schüttgutaustrag (idealer Verlauf der Grenzlinie) müßte der Schüttgutspiegel in allen 8 Zellen des Modellsilos gleichmäßig absinken, d.h. aus jeder Zelle müßte  $1/8$  des Gesamtvolumens ausgetragen werden. Die Standardabweichung wird folgendermaßen berechnet:

$$s = \sqrt{1/8 \sum (V_i/V_{\text{ges}} - 1/8)^2} \quad (7.10)$$

#### 7.4.2 Versuchsergebnisse

Maßgeblich für die Geschwindigkeitsverteilung in den einzelnen Zellen und damit für die Lage der angenommenen Grenzlinie erwiesen sich bei Verwendung von rechteckigen Schürzen

(Unterkante parallel zum Fördergurt; Geometrien A, B und C) die Reibungsverhältnisse an der Schürzenwand und am Gurt. In den Bildern 7.17 und 7.18 sind die Grenzlinien dimensionslos dargestellt, die sich bei den verwendeten Kombinationen von Schürzenwandmaterial und Gurtoberfläche (jeweils VA-Blech oder Sandpapier; Schürzen B,  $h_V = h_s$ ) ergeben. Die Wandreibungswinkel für die einzelnen Schüttgut/Wandmaterial-Kombinationen sind in Tabelle 4.4 (S.57) aufgeführt. Die Wandmaterialien werden mit SP (Sandpapier) und VA (VA-Blech) abgekürzt. Nachfolgend werden die Reibungsparameter abgekürzt wiedergegeben, indem durch einen Schrägstrich getrennt zuerst das Wandmaterial der Schürzen und anschließend das Material der Gurtoberfläche angegeben wird, z.B. SP/VA für "Schürzenoberfläche Sandpapier, Gurtoberfläche VA". Weiterhin ist in den Bildern zu jeder Kombination in Klammern die nach Glg.(7.10) berechnete Standardabweichung  $s$  angegeben.

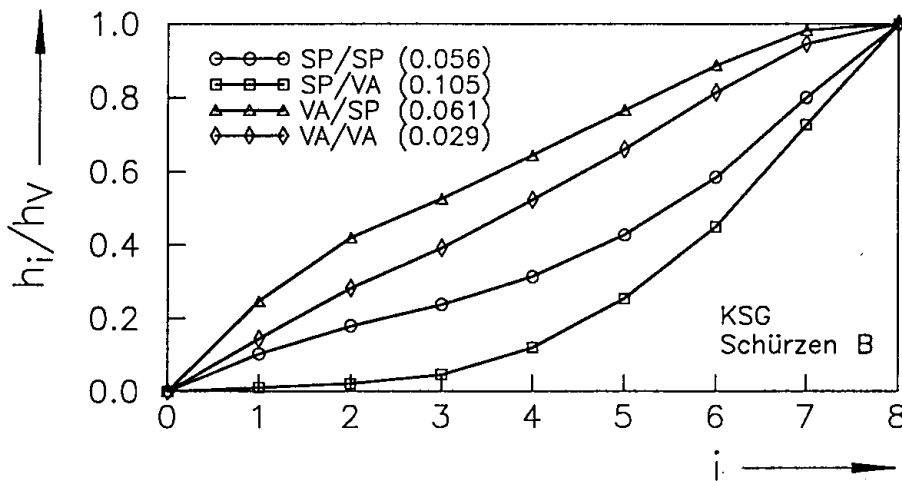


Bild 7.17: Dimensionsloser Verlauf der Grenzlinie bei unterschiedlichen Reibungsverhältnissen an Gurt und Schürzen (KSG, Schürzen B mit  $h_s = 60$  mm)

Der gleichmäßigste Schüttgutabzug stellt sich bei beiden Schüttgütern für den Fall ein, daß sowohl Gurt als auch Schürzen mit VA-Blech (VA/VA) belegt sind. Sind Gurt und Schürze mit Sandpapier (SP/SP) belegt, ergibt sich bei beiden Schüttgütern ein ungleichmäßigerer Schüttgutabzug, was an den größeren Werten für die Standardabweichung  $s$  zu erkennen ist. Die Grenzlinie steigt in diesem Fall zuerst nur wenig, ab  $i=5$  steiler werdend an, d.h. das Schüttgut wird mehr aus der vorderen Hälfte des Modellsilos ausgetragen. Bei unterschiedlichen Reibungswinkeln an Gurt und Schürze werden die Geschwindigkeitsverteilungen noch ungleichmäßiger, wobei es zu einem vermehrten Schüttgutaustrag aus dem hinteren Bereich des Silos kommt, wenn der Gurt rauher ist als die Schürzenwand (VA/SP), während ein kleinerer Reibungswinkel am Gurt (SP/VA) zu einem verstärkten Schüttgutaustrag im vorderen Bereich führt. Im letzten Fall ist bei den Kunststoffpellets in den hinteren drei Zellen ( $i = 1$  bis 3) gar kein Schüttgut ausgetragen worden.

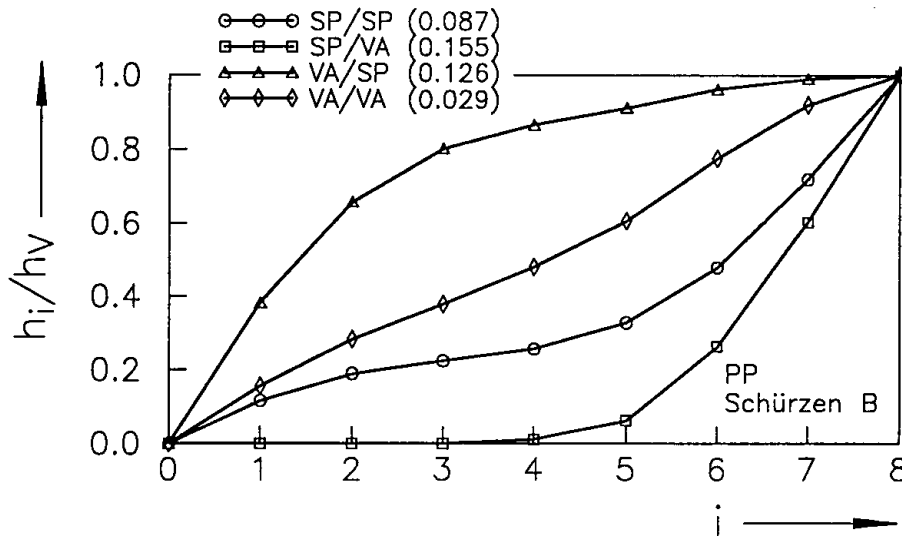


Bild 7.18: Dimensionsloser Verlauf der Grenzlinie bei unterschiedlichen Reibungsverhältnissen an Gurt und Schürzen (PP, Schürzen B mit  $h_s = 60$  mm)

Die Grenzlinien ändern ihren Verlauf, wenn die Schürzenhöhe variiert wird. In den Bildern 7.19 bis 7.22 sind den Bildern 7.17 und 7.18 entsprechende Versuche mit den Schürzen A ( $h_s = 90$  mm) und C ( $h_s = 40$  mm) wiedergegeben. Beim Kalkstein (KSG) führt die Vergrößerung der Schürzenhöhe (Bild 7.19,  $h_s = 90$  mm) zu einer Verschiebung der Grenzlinien nach unten, so daß jetzt der gleichmäßigste Verlauf mit der Kombination VA/SP erreicht wird, während die anderen Kombinationen zu einem bevorzugten Schüttgutaustrag aus dem vorderen Silobereich führen. Die kleinste Schürzenhöhe  $h_s = 40$  mm (Schürzen C, Bild 7.20) bewirkt den umgekehrten Effekt: Die einzelnen Grenzlinien verschieben sich nach oben, so daß sich in fast allen Fällen (außer SP/VA) ein vermehrter Schüttgutaustrag im hinteren Silobereich einstellt. Der gleichmäßigste Schüttgutaustrag wird bei diesem Versuch mit der Kombination SP/SP erzielt.

Die Kunststoffpellets (PP) verhalten sich bei veränderter Schürzenhöhe  $h_s$  etwas anders. Bei der Kombination VA/SP steigt die Grenzlinie mit abnehmender Schürzenhöhe im hinteren Bereich immer steiler an, d.h. der Schüttgutaustrag erfolgt immer mehr aus dem hinteren Bereich und wird damit ungleichmäßiger. Bei der Kombination SP/VA ändern sich dagegen die Verhältnisse kaum: Der Schüttgutaustrag erfolgt in allen Fällen vor allem aus dem vorderen Silobereich. Die Kombination VA/VA liefert bei allen untersuchten Schürzenhöhen die besten Ergebnisse, wobei der Schüttgutaustrag mit abnehmender Schürzenhöhe etwas ungleichmäßiger wird. Die Kombination SP/SP ergibt dagegen mit abnehmender Schürzenhöhe gleichmäßigere Verteilungen (s sinkt mit abnehmender Schürzenhöhe  $h_s$ ).

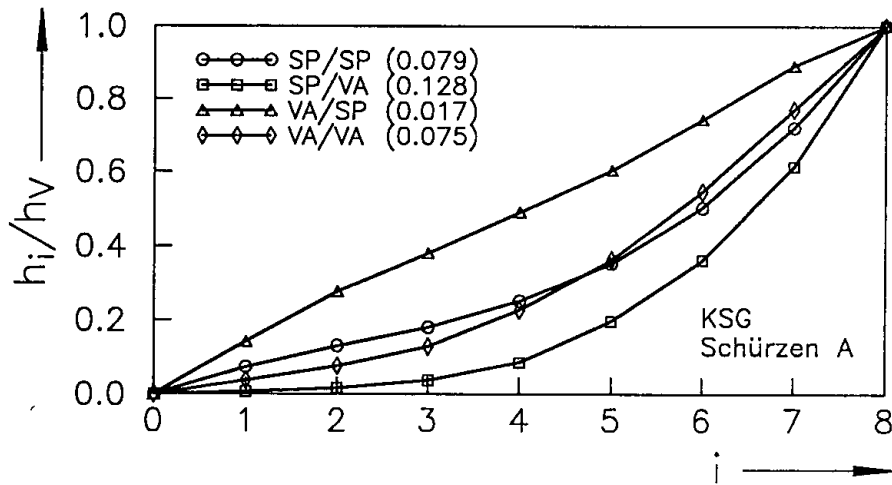


Bild 7.19: Dimensionsloser Verlauf der Grenzlinien bei unterschiedlichen Reibungsverhältnissen an Gurt und Schürzen (KSG, Schürzen A mit  $h_s = 90$  mm)

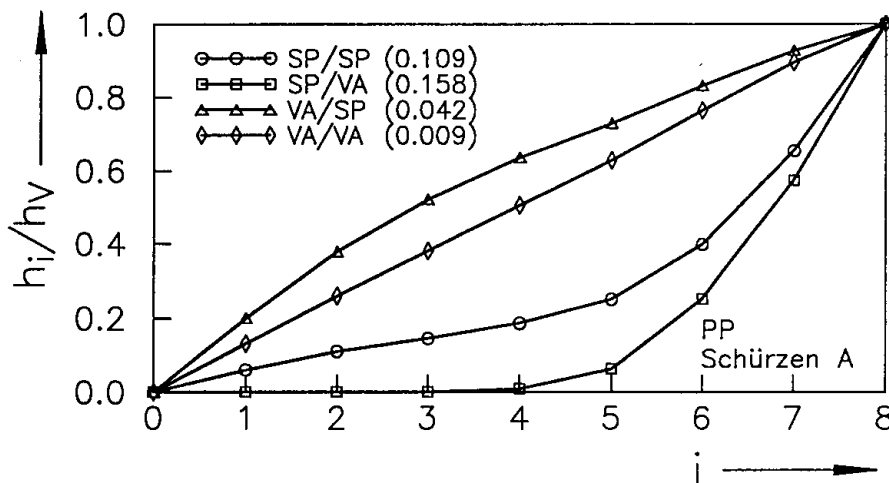


Bild 7.20: Dimensionsloser Verlauf der Grenzlinien bei unterschiedlichen Reibungsverhältnissen an Gurt und Schürzen (PP, Schürzen A mit  $h_s = 90$  mm)

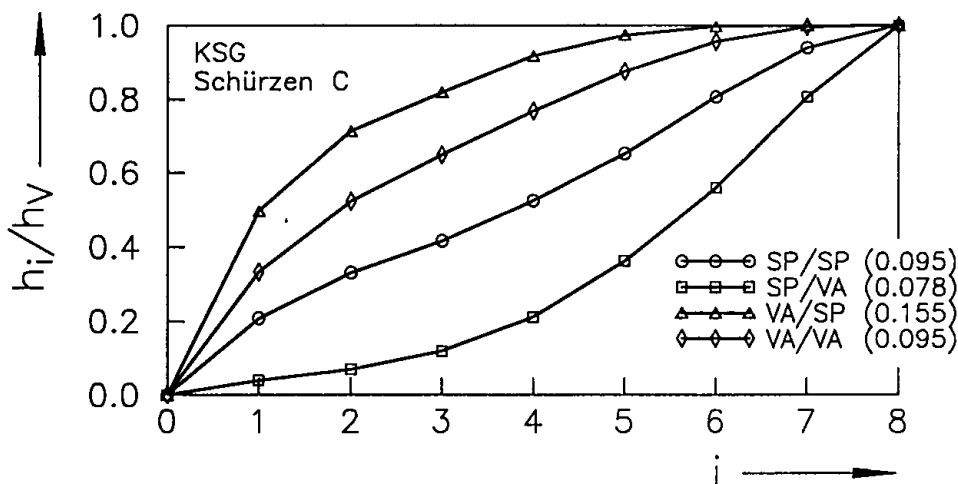


Bild 7.21: Dimensionsloser Verlauf der Grenzlinien bei unterschiedlichen Reibungsverhältnissen an Gurt und Schürzen (KSG, Schürzen C mit  $h_s = 40$  mm)

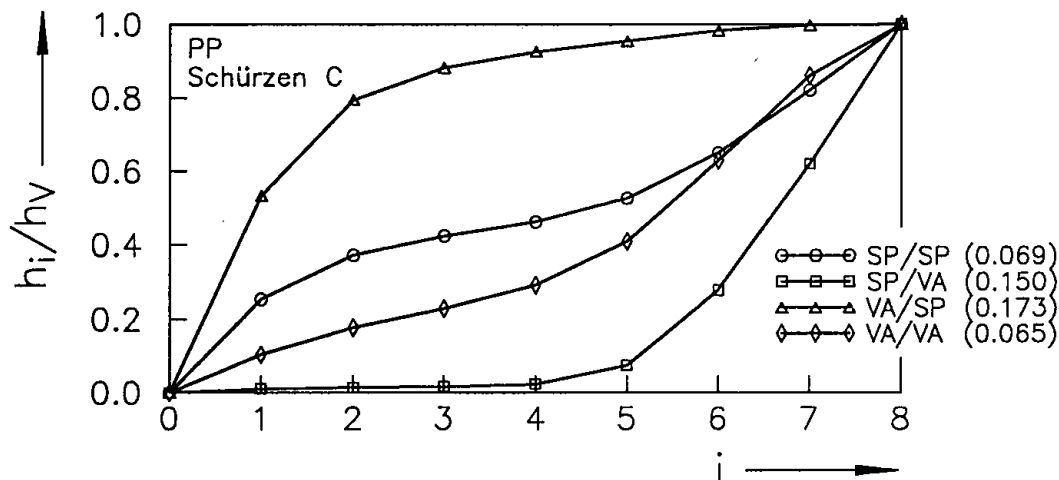


Bild 7.22: Dimensionsloser Verlauf der Grenzlinien bei unterschiedlichen Reibungsverhältnissen an Gurt und Schürzen (PP, Schürzen C mit  $h_s = 40$  mm)

Beim Vergleich der mit den Kunststoffpellets (PP) und Kalkstein (KSG) ermittelten Grenzlinien wird deutlich, daß sich beide Schüttgüter in den meisten Fällen prinzipiell ähnlich verhalten, wobei die Grenzlinien bei den Kunststoffpellets stärker auf Änderungen der Randbedingungen reagieren (z.B. Vergleich der Bilder 7.17 und 7.18; die mit PP gemessenen Kurven weichen stärker voneinander ab und zeigen ausgeprägtere Änderungen ihrer Steigung). Bei einigen Versuchen waren bei den beiden Schüttgütern gegenläufige Tendenzen zu verzeichnen (Kombination VA/VA, Bilder 7.17 bis 7.22).

Bei den bisher vorgestellten Messungen war die Auslaufschlitzhöhe  $h_V$  gleich der Schürzenhöhe  $h_s$ . In den Bildern 7.23 bis 7.26 sind für die vier möglichen Kombinationen von Schürzenwandoberflächen und Gurtoberflächen (Schüttgut PP) die Grenzlinien gezeigt, die sich für verschiedene Werte  $h_V < h_s$  ergeben.

Für die Kombination SP/VA (Bild 7.23) wird bei allen Auslaufschlitzhöhen im Bereich  $10 \text{ mm} \leq h_V \leq 90 \text{ mm}$  vor allem aus der vorderen Silohälfte Schüttgut entnommen, d.h. die Auslaufschlitzhöhe  $h_V$  hat bei der untersuchten Kombination nur geringen Einfluß auf den Verlauf der Grenzlinie. Bei der Kombination VA/SP (Bild 7.24) ist der Einfluß der Auslaufschlitzhöhe stärker: Mit zunehmender Auslaufschlitzhöhe  $h_V$  wird der Schüttgutaustrag, der bei kleinen Auslaufschlitzhöhen bevorzugt im hinteren Silobereich erfolgt, gleichmäßiger, so daß bei diesen Reibungsverhältnissen prinzipiell die Möglichkeit besteht, durch Anpassung der Auslaufschlitzhöhe einen gleichmäßigen Schüttgutaustrag einzustellen.



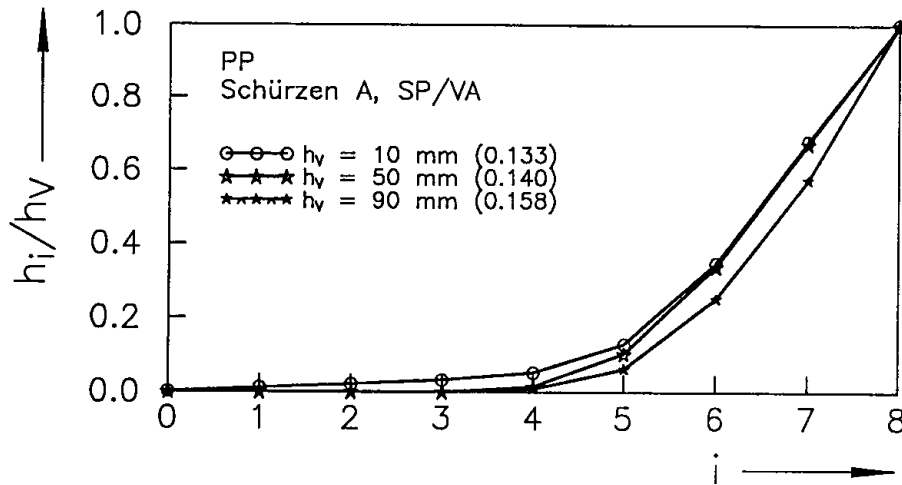


Bild 7.23: Dimensionsloser Verlauf der Grenzlinien bei unterschiedlichen Auslaufschlitzhöhen  $h_V$  (PP, Schürzen A, Kombination SP/VA)

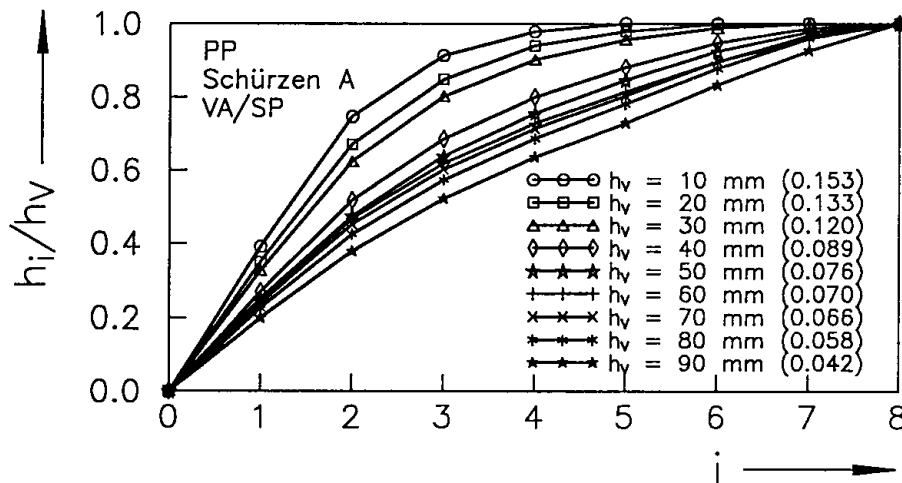


Bild 7.24: Dimensionsloser Verlauf der Grenzlinien bei unterschiedlichen Auslaufschlitzhöhen  $h_V$  (PP, Schürzen A, Kombination VA/SP)

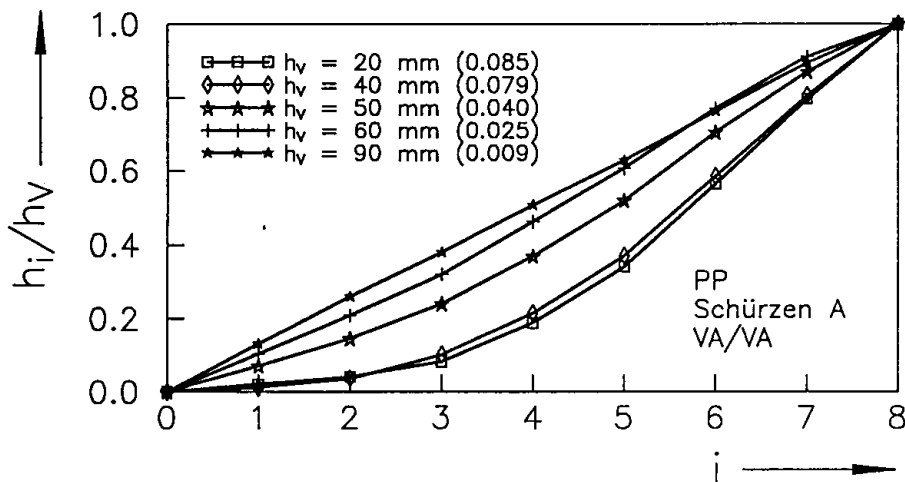


Bild 7.25: Dimensionsloser Verlauf der Grenzlinien bei unterschiedlichen Auslaufschlitzhöhen  $h_V$  (PP, Schürzen A, Kombination VA/VA)

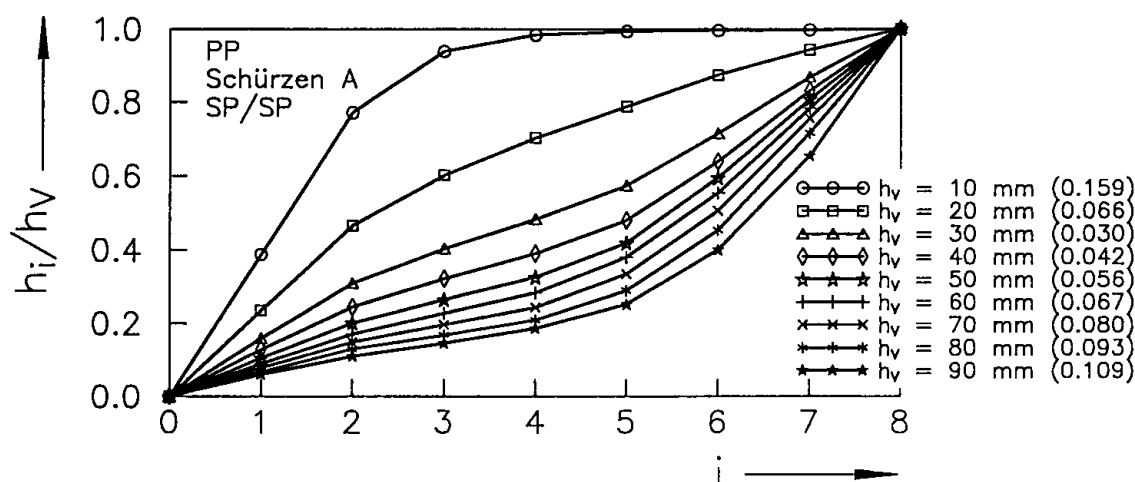


Bild 7.26: Dimensionsloser Verlauf der Grenzlinien bei unterschiedlichen Auslaufschlitzhöhen  $h_v$  (PP, Schürzen A, Kombination SP/SP)

Die Kombination VA/VA (Bild 7.25) führte bei kleinen Auslaufschlitzhöhen  $h_v$  zu einem Schüttgutaustrag vor allem aus der vorderen Silohälfte, und es ergab sich ein gleichmäßigerer Schüttgutaustrag mit zunehmender Auslaufschlitzhöhe  $h_v$ . Damit kann bei dieser Kombination wie bei der Kombination VA/SP durch Vergrößerung der Auslaufschlitzhöhe ein gleichmäßigerer Schüttgutaustrag erreicht werden. Der Unterschied zwischen den Kombinationen VA/SP und VA/VA ist, daß bei kleinen Auslaufschlitzhöhen in dem einen Fall das Schüttgut mehr aus dem hinteren Silobereich und im anderen Fall mehr aus dem vorderen Silobereich ausgetragen wird.

Die Kombination SP/SP (Bild 7.26) führte bei kleinen Auslaufschlitzhöhen  $h_v$  zum Schüttgutaustrag vor allem aus dem hinteren Silobereich, bei großen Auslaufschlitzhöhen aus dem vorderen Silobereich. Der gleichmäßigste Schüttgutaustrag ergab sich für  $h_v = 30$  mm bis 40 mm. Dieser Einfluß der Auslaufschlitzhöhe entspricht dem im Versuchssilo mit Kalksteinmehl beobachteten Verhalten (Bild 7.5).

Hinsichtlich der Auslaufschlitzhöhe für einen möglichst gleichmäßigen Schüttgutaustrag ist festzustellen, daß sich bei allen Kombinationen außer SP/VA eine Auslaufschlitzhöhe finden läßt, mit der ein gleichmäßiger Schüttgutaustrag zu erzielen ist. Dabei kann die Vergrößerung der Auslaufschlitzhöhe sowohl dann, wenn der Schüttgutaustrag vor allem im hinteren Silobereich erfolgt, als auch dann, wenn der Schüttgutaustrag vor allem im vorderen Silobereich erfolgt, eine Vergleichmäßigung des Schüttgutaustrags bewirken. Die letztgenannte Aussage ist keinesfalls zu verallgemeinern, da zum Beispiel bei der Kombination SP/VA die Vergrößerung der Auslaufschlitzhöhe keine Vorteile bringt.

Die voranstehend erläuterten Ergebnisse sind zunächst nicht einheitlich zu interpretieren, da sich die variierten Parameter offensichtlich gegenseitig beeinflussen (z.B. gegenläufige Tendenzen bei unterschiedlichen Schüttgütern, vgl. Kombination VA/VA, Bilder 7.17 bis 7.22 bei KSG und PP). Die eindeutigsten Aussagen lassen sich für den Bereich der Parametervariation für die Kombinationen VA/SP und SP/VA machen. Bei der Kombination SP/VA findet der Schüttgutabzug bevorzugt in der vorderen Silohälfte statt. Dieses Ergebnis ist damit zu erklären, daß der Fördergurt über die auf seiner Oberfläche zu mobilisierende Reibung (Schubspannung) das Schüttgut unter der Grenzlinie horizontal verschieben muß. Um so rauher die Schürzenwände sind, um so größer ist die zum Verschieben der Schüttgutschicht notwendige Kraft. Ist der Reibungswinkel auf dem Fördergurt zu gering, so reicht die übertragbare Schubspannung nicht zum Verschieben einer Schüttgutschicht über der ganzen Silolänge aus und der Gurt rutscht in einem Teilbereich unter dem ruhenden Schüttgut durch, wobei in diesen Bereich kein Schüttgutaustrag stattfindet (s. Versuch SP/VA mit PP, Bild 7.18). In der Nähe des Auslaufschlitzes muß nur eine geringe Schubspannung übertragen werden, um das Schüttgut auszutragen: Selbst ein Gurt mit sehr geringem Reibungswinkel  $\varphi_{x,sg}$ , der unter der gesamten Auslaufschlitzlänge unter dem Schüttgut durchrutscht, würde einen gewissen Schüttgutaustrag ermöglichen, da sich am Auslaufschlitz Schüttgut auf dem Gurt aufböscht, zu dessen Abtransport wegen der im Bereich der Böschung nicht vorhandenen Auflast von oben nur eine minimale Schubspannung (vor allem zur Beschleunigung des Schüttgutes) aufgebracht werden muß. Die letzte Aussage gilt nur für kohäsionslose Schüttgüter, die einen Böschungswinkel ausbilden.

Die Kombination VA/SP zieht vor allem aus dem hinteren Bereich des Silos Schüttgut ab, da die Reibung zwischen Gurt und Schüttgut groß ist gegenüber der Reibung an den (glatten) Schürzen und der inneren Reibung des Schüttgutes. Der Gurt ist damit in der Lage, eine hinreichend große Schubspannung zu übertragen, um eine Schüttgutschicht unter dem ganzen Auslaufschlitz horizontal zu verschieben. Dieses Austragverhalten stellt sich auch bei Plattenbändern, die Mitnehmer auf ihrer Oberfläche haben, und Ketten- und Trogkettenförderern ein: Beides sind "rauhe Fördergurte", die das Schüttgut bevorzugt von der Rückwand des Silos her austragen.

Es sind aufgrund der bis hierher betrachteten Meßergebnisse folgende grundsätzliche Aussagen möglich:

- Glatte Schürzen und ein rauher Fördergurt führen zu einem Schüttgutaustrag bevorzugt von hinten.
- Rauhe Schürzen und ein glatter Fördergurt bewirken einen Schüttgutaustrag bevorzugt von vorn.

- Bei ähnlichen Reibungsverhältnissen an Gurt und Schürzen sind keine eindeutigen Tendenzen feststellbar.

Es stellt sich die Frage, inwieweit sich die Einflüsse der Rauigkeiten von Schürzenwänden und Gurt nutzen lassen, um einen möglichst gleichmäßigen Schüttgutaustrag zu erzielen. Es wurden daher die im Bild 7.27 rechts eingezeichneten Schürzen eingebaut, die unterhalb der idealen Grenzlinie glatt (VA) und darüber rau (beklebt mit Sandpapier SP) sind (Bezeichnung der unterschiedlich rauhen Schürzen: VS). Die damit erzielten Grenzlinien sind in Bild 7.27 eingetragen. Außerdem sind die Grenzlinien eingezeichnet, die sich mit den Kombinationen VA/SP ergaben und die einen Schüttgutaustrag vor allem im hinteren Silobereich dokumentieren. In allen Fällen konnte mit der Kombination VS/SP ein gleichmäßigerer Schüttgutaustrag erzielt werden als mit der Kombination VA/SP. Die Wirkung der unterschiedlich rauhen Schürzen war derart, daß das Schüttgut im Bereich der rauhen Wand durch die erhöhte Wandreibung in der Horizontalbewegung behindert wurde, so daß sich die Grenzlinie vorzugsweise weiter nach unten verlagerte.

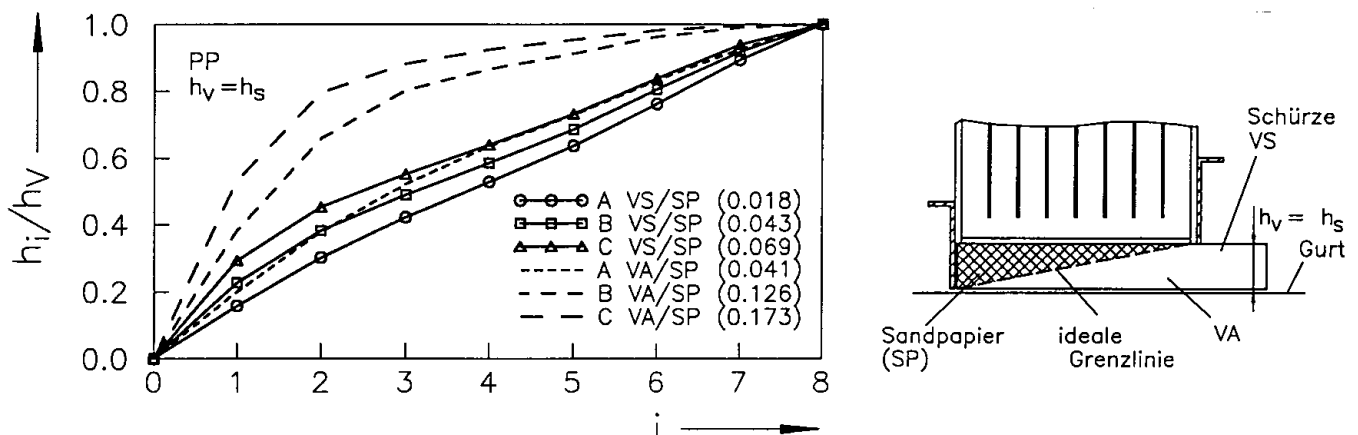


Bild 7.27: Dimensionslos dargestellter Verlauf der Grenzlinien bei den Kombinationen VA/SP und VS/SP (PP, Schürzen A, B und C;  $h_v = h_s$ )

Bei der Kombination SP/SP (Schüttgut PP) bildeten sich Grenzlinien unterhalb der idealen Grenzlinie aus, d.h. das Schüttgut wurde vor allem im vorderen Silobereich ausgetragen. Auch hier konnte durch das Austauschen der rauhen Wände (SP) gegen Wände unterschiedlicher Rauigkeit (VS) ein gleichmäßigerer Schüttgutaustrag erzielt werden, da die Reibungskräfte unterhalb der idealen Grenzlinie verringert wurden (Bild 7.28). Bei Kombinationen, die mit glatten Schürzenwänden (VA) zu einem Schüttgutaustrag vor allem im vorderen Silobereich führen und deren Grenzlinie unterhalb der idealen Grenzlinie (Bild 7.16) liegt, und bei

Kombinationen, die mit rauhen Schürzenwänden zu einem Schüttgutaustrag vor allem aus dem hinteren Silobereich führen, kann durch den Einsatz von Schürzen unterschiedlicher Rauigkeit (VS) keine Vergleichmäßigung des Geschwindigkeitsprofils erreicht werden.

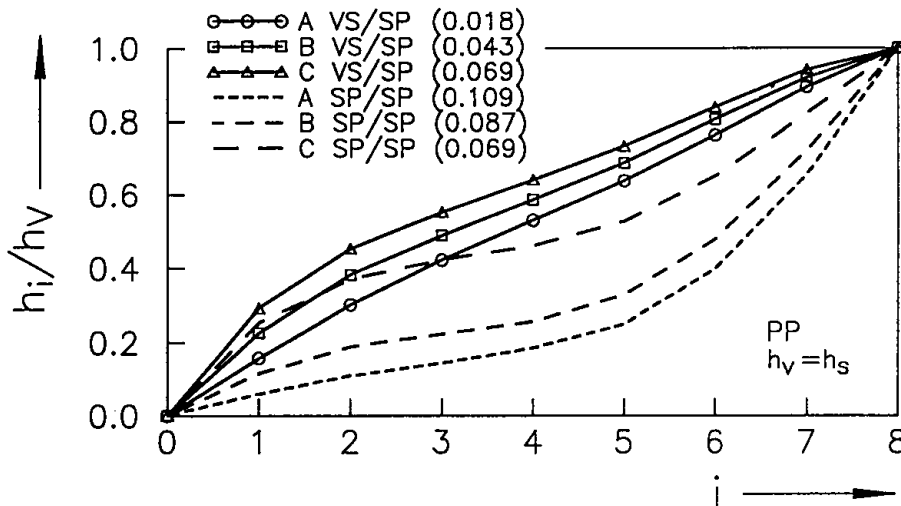


Bild 7.28: Dimensionslos dargestellter Verlauf der Grenzlinien bei den Kombinationen SP/SP und VS/SP (PP, Schürzen A, B und C;  $h_v = h_s$ )

Eine weitere Möglichkeit zur Vermeidung toter Zonen beim Schüttgutaustrag mit einem Gurtförderer ist das im Abschnitt 2 (Bild 2.12, S.15) geschilderte Anschrägen der Unterkante des Trichters bzw. der Schürzen. Mit dieser Maßnahme erzielt man zwei Effekte: Zum einen kann sich quer zur Förderrichtung immer mehr Schüttgut auf dem Fördergurt aufbösen, so daß die Kapazität des Gurtförderers in Förderrichtung zunimmt ("steigende Kapazität"). Zum anderen entfällt in dem Bereich unterhalb der Unterkante des Trichters bzw. der Schürzen die Reibungskraft an der Wand, so daß das Schüttgut unterhalb der angeschrägten Unterkante leichter in horizontaler Richtung transportiert werden kann.

Die Auswertung der Versuche mit angeschrägten Schürzen erfolgte nach dem gleichen Verfahren, das für Schürzen mit horizontaler Unterkante hergeleitet wurde. Da sich bei den angeschrägten Schürzen das Schüttgut auf einer quer zur Förderrichtung zunehmenden Breite auf dem Gurtförderer aufböscht, stimmen die Annahmen hinsichtlich der Zuordnung von Schichthöhe  $h_i$  und den aus den einzelnen Zellen entnommenen Teilvolumina  $V_i$  nicht mehr exakt. Die berechnete Grenzlinie ist daher bei den angeschrägten Schürzen nicht mehr identisch mit der tatsächlichen Grenzlinie, die Aussagen hinsichtlich der Gleichmäßigkeit des Schüttgutabzuges gelten aber weiterhin.

Im Bild 7.29 sind mit den angeschrägten Schürzen E ermittelte Grenzlinien bei den vier möglichen Kombinationen der Materialien für Schürzen und Gurt aufgetragen. Die Kurvenverläufe unterscheiden sich nur wenig; bei allen Kombinationen kommt es zu einem etwas stärkeren Schüttgutaustrag im hinteren Silobereich. Der Vergleich des Bildes 7.29 mit Bild 7.19 (gleiche Versuchsreihe mit nicht angeschrägten Schürzen) zeigt, daß die Anschrägung für fast alle Kombinationen zu einem gleichmäßigeren Schüttgutaustrag führt. Besonders stark wird die Kombination SP/VA von der Anschrägung beeinflusst. Das entspricht den Erkenntnissen aus den Versuchen mit den Schürzen unterschiedlicher Rauigkeit: Wenn das Schüttgut vor allem aus dem vorderen Silobereich ausgetragen wird, führt die Verminderung der Wandreibung unterhalb der idealen Grenzlinie zu einer Verschiebung der Grenzlinie nach oben und damit zu einem gleichmäßigeren Schüttgutabzug. Die beiden Kombinationen im Bild 7.29 mit rauhen Schürzenwänden (SP) liefern einen gleichmäßigeren Schüttgutaustrag als diejenigen mit glatten Schürzen, da die Horizontalbewegung des Schüttgutes im Bereich der Schürzen durch den größeren Reibungswinkel stärker behindert wird.

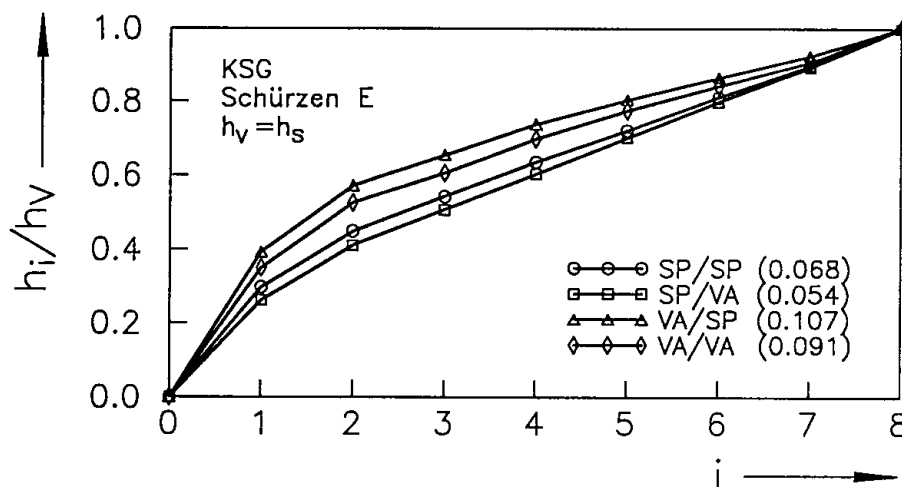


Bild 7.29: Dimensionsloser Verlauf der Grenzlinien bei unterschiedlichen Reibungsverhältnissen an Gurt und Schürzen (KSG, Schürzen E;  $h_v = h_s = 40$  mm)

Die Schürzenhöhe ist auch bei den angeschrägten Schürzen von Einfluß (Bild 7.30). Im untersuchten Bereich  $h_s = 20$  mm bis  $h_s = 60$  mm konnte mit zunehmender Schürzenhöhe eine Vergleichmäßigung des Schüttgutaustrages erzielt werden. Diese Verbesserung rührt zum einen daher, daß sich durch die Anschrägung mit zunehmender Schürzenhöhe eine immer größere Schüttgutmenge seitlich auf dem Fördergurt aufböschen kann, so daß schon allein dadurch über der gesamten Auslaufschlitzlänge Schüttgut entnommen wird, zum anderen entspricht die Vergleichmäßigung mit zunehmender Schürzenhöhe den Auswirkungen der zunehmenden Auslaufschlitzhöhe wie z.B. im Bild 7.26 (Schürzen A, Kombination SP/SP). Auch dort fand der Schüttgutabzug bei kleinen Auslaufschlitzhöhen  $h_v$  vor allem im hinteren

Silobereich statt, um sich mit zunehmender Auslaufschlitzhöhe zunächst zu vergleichmäßigen. Bei großen Auslaufschlitzhöhen fand schließlich eine Verlagerung des Schüttgutaustrages nach vorn statt. Letzteres ist bei der Verwendung angeschrägter Schürzen nicht möglich, da das Schüttgut im Bereich unterhalb der angeschrägten Schürzen an der Seite keine Reibungskraft erfährt, die die Horizontalbewegung behindert.

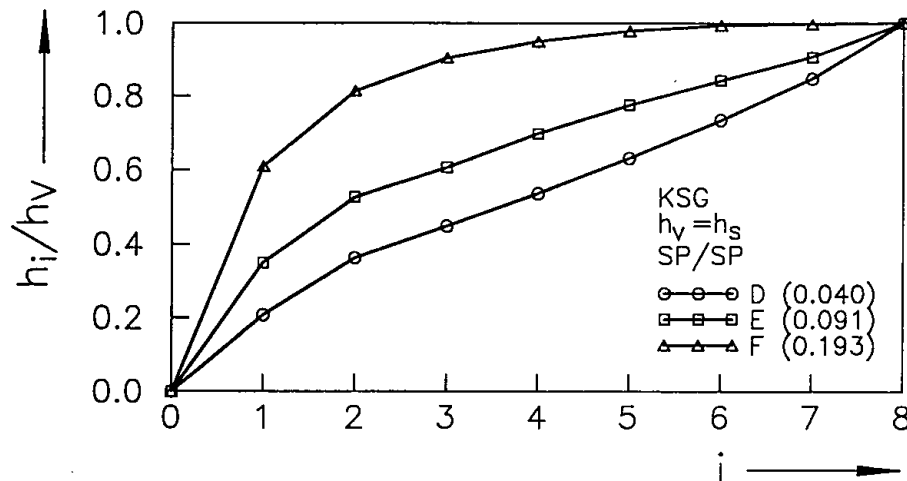


Bild 7.30: Dimensionslos dargestellter Verlauf der Grenzlinien bei angeschrägten Schürzen (KSG, Kombination SP/SP, Schürzen D, E und F;  $h_v = h_s$ )

Die in diesem Abschnitt vorgestellten Untersuchungen zeigen qualitativ die Auswirkungen der Reibungsverhältnisse an Schürzen und Gurt, der Schüttguteigenschaften und der Geometrie im Bereich des Überganges der Auslauföffnung zum Gurtförderer. Quantitative Aussagen in einfacher Form (z.B. Angaben über die Auslaufschlitzhöhe für einen möglichst gleichmäßigen Schüttgutabzug) sind nicht möglich, da die Verhältnisse von weiteren Parametern wie z.B. den Reibungsverhältnissen an Gurt und Schürzen beeinflusst werden.

Die geschilderten Maßnahmen zur Erzielung eines gleichmäßigen Schüttgutaustrages bzw. zur Vermeidung toter Zonen sind wie folgt zu bewerten:

- Die Anschrägung der Schürzen ist dann von Vorteil, wenn der Schüttgutaustrag bei entsprechenden nicht angeschrägten Schürzen ungleichmäßig erfolgt. Die Bildung toter Zonen (also Bereiche, in denen gar kein Schüttgutaustrag stattfindet) wird bei den untersuchten kohäsionslosen Schüttgütern wegen der "steigenden Kapazität in Förderichtung" bei angeschrägten Schürzen völlig ausgeschlossen. Ein völlig gleichmäßiger Schüttgutaustrag wird mit den angeschrägten Schürzen jedoch nicht in jedem Fall erreicht.

- Die Schürzenwände mit unterschiedlichen Rauigkeiten (VS) bewirken dann einen gleichmäßigeren Schüttgutaustrag, wenn sich bei nur rauhen Wänden (SP) ein Schüttgutaustrag im vorderen Silobereich und bei nur glatten Wänden (VA) ein Schüttgutaustrag vor allem im hinteren Silobereich einstellt. Durch die unterschiedlichen Rauigkeiten wird das Schüttgut oberhalb der idealen Grenzlinie stärker als gegenüber einer glatten Wand an der Horizontalbewegung gehindert, während unterhalb der idealen Grenzlinie die Horizontalbewegung im Vergleich zu einer rauhen Wand erleichtert wird.
- Die Maßnahme, das Schüttgut oberhalb der idealen Grenzlinie durch eine Vergrößerung der Wandrauigkeit an der Horizontalbewegung zu behindern und so einen gleichmäßigeren Schüttgutaustrag zu erhalten, wirkt sich im Prinzip genauso aus wie der im Abschnitt 7.1 beschriebene Einbau: Auch dort wurde das Schüttgut bei Verhältnissen, die ohne Einbau zu einem Schüttgutaustrag aus dem hinteren Silobereich führten, durch den Einbau gehindert, mit einer größeren Schichthöhe, als es der "idealen Grenzlinie" entspricht, in der Mitte des Austragschlitzes in horizontaler Richtung bewegt zu werden.

Damit empfiehlt sich aufgrund der experimentellen Befunde folgende Vorgehensweise, um einen gleichmäßigen Schüttgutaustrag aus einem Auslaufschlitz zu gewährleisten:

1. Der Fördergurt sollte möglichst rau genug sein, um das Schüttgut aus dem hinteren Bereich des Auslaufschlitzes entnehmen zu können; dieses ist z.B. bei Kettenförderern und Plattenbändern mit Mitnehmern in der Regel der Fall.
2. Durch weitere Maßnahmen ist sicherzustellen, daß der Schüttgutaustrag über der gesamten Auslaufschlitzlänge erfolgt und nicht nur aus dem hinteren Silobereich; Beim Gurtförderer ist das durch das bekannte "Anschragen" der Unterkante des Trichters bzw. der Schürzen möglich ("steigende Kapazität"). Allerdings ist diese Maßnahme nicht immer zu realisieren, da sie zu relativ großen Breiten des Austragorgans führt. Weiterhin muß der Übergang vom Silo zur Austragorgan häufig zur Umgebung hin abgeschlossen sein (z.B. zur Vermeidung von Staub und Verschmutzung der Umgebung), so daß andere Maßnahmen notwendig sind. Hierfür bietet sich an, Einbauten entsprechend Abschnitt 7.1 einzusetzen, die die Grenzlinie an einigen Punkten des Austragschlitzes vorgeben, oder die Reibungsverhältnisse an den Wänden der Schürzen entsprechend zu beeinflussen, so daß die Horizontalbewegung des Schüttgutes unterhalb der idealen Grenzlinie erleichtert und oberhalb der idealen Grenzlinie erschwert wird.



## 8 Theoretisches Modell zur Beschreibung der Schüttgutabzuges mit einem Gurtförderer

Im vorangegangenen Abschnitt wurde der Einfluß der Geometrie des Überganges vom Trichter zum Austragorgan und der Schüttguteigenschaften auf das Abzugsverhalten gezeigt. Zur theoretischen Beschreibung dieser Vorgänge folgt im Abschnitt 8.1 eine Betrachtung der Spannungsverhältnisse im Bereich des Gurtförderers. Im Abschnitt 8.2 wird das Modell von Rademacher [24] (s. Abschnitt 3.4, S.40 ff.) erweitert, da dieses nicht in der Lage ist, quantitative Aussagen darüber zu liefern, ob das Schüttgut z.B. aus dem hinteren Bereich der Auslauföffnung, aus dem vorderen Bereich oder gleichmäßig entnommen wird.

### 8.1 Betrachtungen am Spannungskreis

In diesem Abschnitt werden die Spannungsverhältnisse im Bereich oberhalb des Gurtförderers betrachtet. Die geometrischen Verhältnisse zeigt Bild 8.1. Der Gurt ist um den Winkel  $\alpha_g$  zur Horizontalen geneigt (positive  $\alpha_g$  bedeuten eine Neigung des Gurtförderers in Förderrichtung nach unten). Der Zwischenraum zwischen Trichterunterkante und Gurt kann seitlich offen sein, oder es können die gestrichelt eingezeichneten Schürzen vorhanden sein. Betrachtet werden die Verhältnisse direkt am Gurt (Punkt G) sowie im Schüttgut oberhalb des Gurtes (PG). Im rechten Teil von Bild 8.1 ist der Bereich der Punkte G und PG vergrößert dargestellt. Der Abstand zwischen Auslauföffnung bzw. Trichterunterkante ist  $h_z$  (gemessen in vertikaler Richtung), und der Abstand zwischen dem Gurt und Punkt PG in vertikaler Richtung wird mit der Koordinate  $z$  beschrieben.

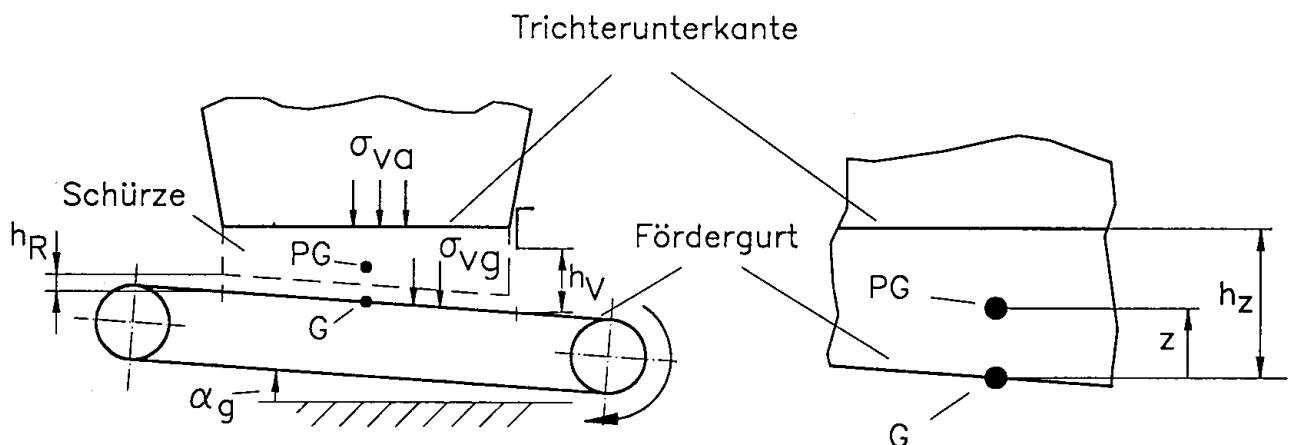


Bild 8.1: Geometrische Verhältnisse zwischen Auslauföffnung und Fördergurt

Die Verhältnisse an einem Punkt direkt auf dem Fördergurt (Punkt G) sind im Bild 8.2 dargestellt. Im linken Teil des Bildes (Lageplan) sind die auf den Gurt (gekennzeichnet mit G) wirkende Normalspannung  $\sigma_g$  und Schubspannung  $\tau_g$  eingetragen.  $\sigma_g$  und  $\tau_g$  sind entsprechend den Vereinbarungen im Abschnitt 2 in positiver Richtung eingetragen. Die Grenzlinie (gekennzeichnet mit SG) zwischen dem vom Gurt transportierten Schüttgut und dem von oben nachfließenden Schüttgut hat in Höhe des Fördergurtes die Neigung  $\gamma$  relativ zu diesem. Auf die Grenzlinie wirken die Spannungen  $\sigma_\gamma$  und  $\tau_\gamma$ . Im rechten Teil des Bildes 8.2 ist ein Mohrscher Spannungskreis in der  $\tau, \sigma$ -Ebene eingezeichnet. Es wird angenommen, daß sich das Schüttgut oberhalb des Gurtes im plastischen Zustand befindet, so daß der Spannungskreis den effektiven Fließort (EYL) tangiert.

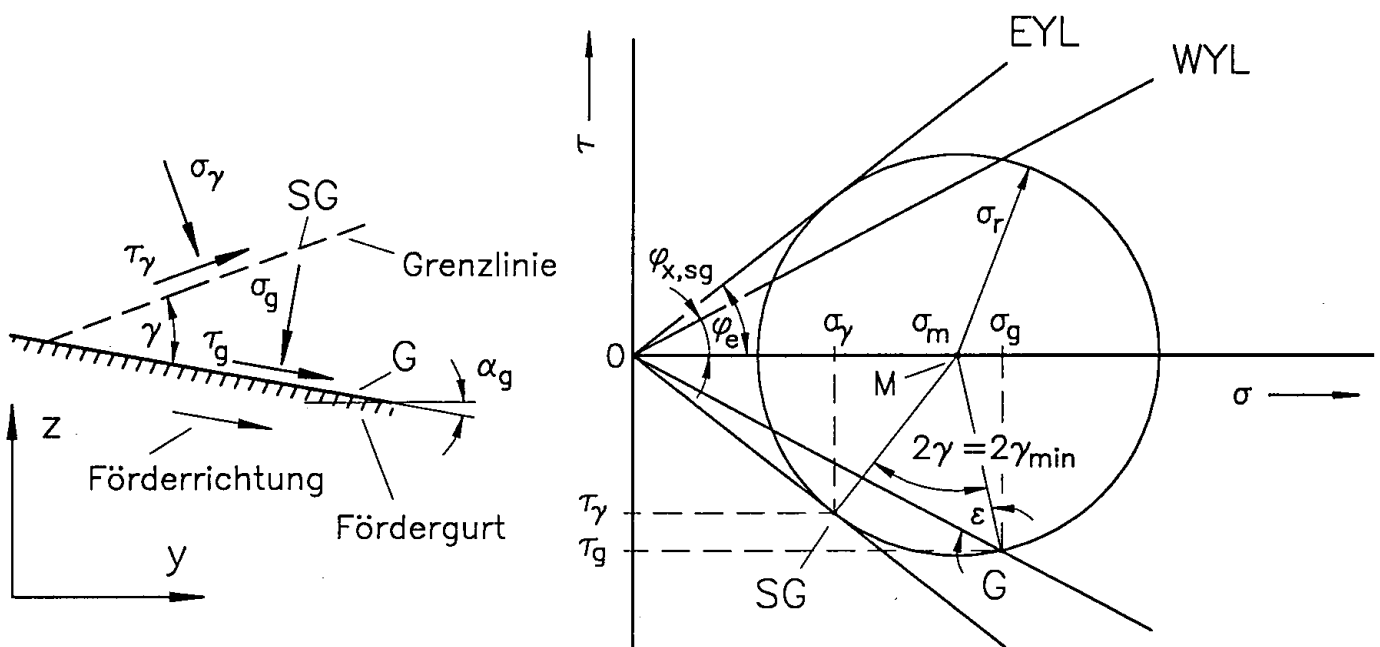


Bild 8.2: Spannungsverhältnisse am Fördergurt

Nimmt man an, daß das Schüttgut in der Grenzfläche SG gesichert wird, so werden die dort wirkenden Spannungen durch den Tangentialpunkt des Spannungskreises mit dem effektiven Fließort repräsentiert. Die Spannungen am Gurt (G) findet man auf dem Mohrkreis um den Winkel  $2\gamma$  entgegen dem Uhrzeigersinn zum Punkt SG gedreht. Da der Gurt das Schüttgut nach rechts transportiert, haben die tatsächlich wirkenden Schubspannungen die umgekehrte Richtung als die eingezeichneten Schubspannungen  $\tau_g$  und  $\tau_\gamma$ , so daß beide Schubspannungen negativ sind und somit unterhalb der  $\sigma$ -Achse eingezeichnet werden müssen. Der Winkel  $\gamma$  wurde gerade so gewählt, daß der Punkt G gleichzeitig ein Schnittpunkt des Spannungskreises mit dem Wandfließort (WYL) ist. Größere Winkel  $\gamma$  (stärkere Neigungen der Grenzlinie gegenüber dem Gurt) würden dazu führen, daß der Punkt G unterhalb des Wandfließortes

liegt (unterhalb heißt hier: "in Richtung betragsmäßig kleinerer Schubspannungen"), und bei kleineren Winkeln  $\gamma$  würde der Punkt G oberhalb des Wandfließortes liegen. Da aber der Wandfließort die maximal vom Gurt zu übertragenden Schubspannungen markiert, sind Punkte G oberhalb des Wandfließortes nicht möglich: Das Gurt könnte in diesem Fall die notwendige Schubspannung nicht übertragen und würde unter dem Schüttgut durchrutschen. Diesen Zusammenhang kann man sich leicht verdeutlichen, wenn man sich eine sehr kleine Neigung  $\gamma$  (z.B.  $1^\circ$ ) vorstellt: In diesem Fall müßte entlang einer fast parallel zum Fördergurt verlaufenden Fläche die innere Reibung des Schüttgutes überwunden werden; wenn die Reibung zwischen Schüttgut und Fördergurt ( $\varphi_{x,sg}$ ) aber kleiner ist als die innere Reibung des Schüttgutes ( $\varphi_e$ ), kann der Fördergurt die erforderliche Schubspannung nicht übertragen.

Der im Bild 8.2 eingezeichnete Winkel  $\gamma$  ist damit der minimal mögliche Winkel  $\gamma$ , der bei den vorgegebenen Reibungsverhältnissen ( $\varphi_e, \varphi_{x,sg}$ ) physikalisch möglich ist. Dieser minimale Winkel  $\gamma$  wird mit  $\gamma_{\min}$  bezeichnet. Der Zusammenhang zwischen  $\gamma_{\min}$  und den Reibungswinkeln läßt sich aus dem Spannungskreis herleiten. Als Hilfsgrößen werden der Winkel  $\epsilon$  und die Spannungen  $\sigma_m$  (Mittelpunkt des Spannungskreises) und  $\sigma_r$  (Radius des Spannungskreises) benutzt. Es gilt:

Sinussatz:

$$\sigma_r / \sin \varphi_{x,sg} = \sigma_m / \sin \epsilon \quad (8.1)$$

Und:

$$\sigma_r / \sigma_m = \sin \varphi_e \quad (8.2)$$

Aus Glg.(8.1) und (8.2) folgt:

$$\sin \epsilon = \sin \varphi_{x,sg} / \sin \varphi_e \quad (8.3)$$

Summe der Winkel am Dreieck OMG:

$$180^\circ = \varphi_{x,sg} + \epsilon + 2\gamma_{\min} + 90^\circ - \varphi_e \quad (8.4)$$

Glg.(8.4) mit (8.3):

$$\gamma_{\min} = 0.5 \left[ 90^\circ + \varphi_e - \varphi_x - \arcsin \{ \sin \varphi_{x,sg} / \sin \varphi_e \} \right] \quad (8.5)$$

Die Ergebnisse der Glg.(8.5) sind im Bild 8.3 in einem  $\varphi_{x,sg}, \varphi_e$ -Diagramm aufgetragen. Aus dem Diagramm läßt sich für jedes Wertepaar  $(\varphi_{x,sg}, \varphi_e)$  der dazugehörige  $\gamma_{min}$ -Wert ermitteln. Man erkennt an dem Diagramm, daß sehr flache Grenzlinien (kleine  $\gamma$ ) nur möglich sind, wenn der Reibungswinkel Schüttgut/Gurt  $\varphi_{x,sg}$  nicht viel kleiner ist als der effektive Reibungswinkel  $\varphi_e$ , der hier zur Charakterisierung der inneren Reibung des Schüttgutes benutzt wird. Es ist darauf hinzuweisen, daß der Winkel  $\gamma_{min}$  nicht die tatsächliche Neigung der Grenzlinie angibt, sondern die physikalisch mögliche untere Grenze der Neigung.

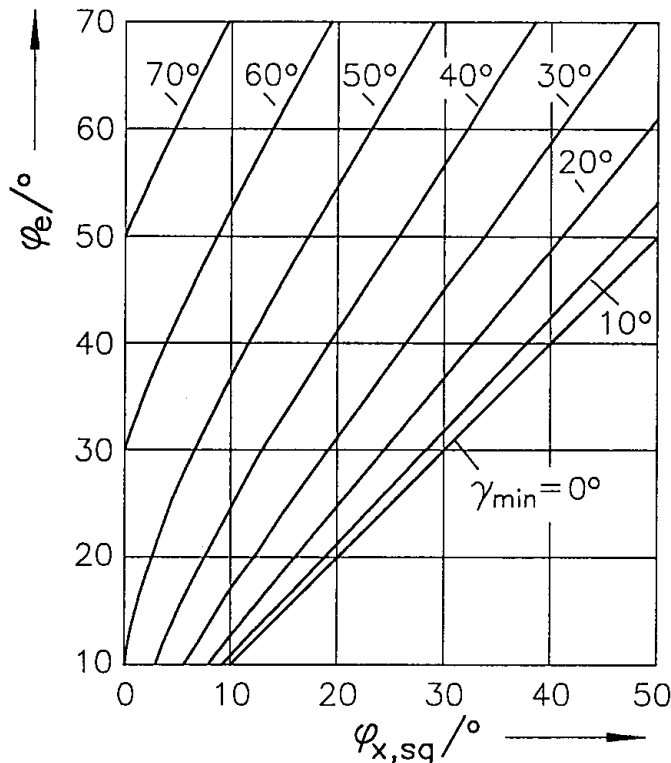


Bild 8.3:  $\gamma_{min}$  in Abhängigkeit von den Reibungswinkeln  $\varphi_{x,sg}$  und  $\varphi_e$

Bis jetzt wurde nur das Schüttgut direkt am Fördergurt betrachtet. Wird vom Fördergurt eine endlich hohe Schüttgutschicht transportiert, so ergeben sich in verschiedenen Höhen dieser Schicht unterschiedliche Spannungen (z.B. durch die Gewichtskraft des Schüttgutes steigt die Vertikalspannung nach unten an). Zunächst wird der Punkt PG (Bild 8.1) unter der Voraussetzung, daß keine Schürzen eingesetzt sind, betrachtet. Die Spannungsverhältnisse am Gurt (G) und über dem Gurt (PG) zeigt Bild 8.4. Die Grenzlinie zwischen der bewegten Schüttgutschicht und dem vertikal nach unten fließenden Schüttgut hat in Höhe der wie der Fördergurt um  $\alpha_g$  zur Horizontalen geneigten Ebene PG die Neigung  $\gamma$  zu dieser. Da sich an den Seiten der vom Gurtförderer transportierten Schüttgutschicht keine Schürzen befinden, die eine Schubspannung auf das Schüttgut übertragen könnten, ist die in der Ebene PG wirkende Schubspannung  $\tau_{pg}$  gleich groß der direkt auf den Fördergurt wirkenden

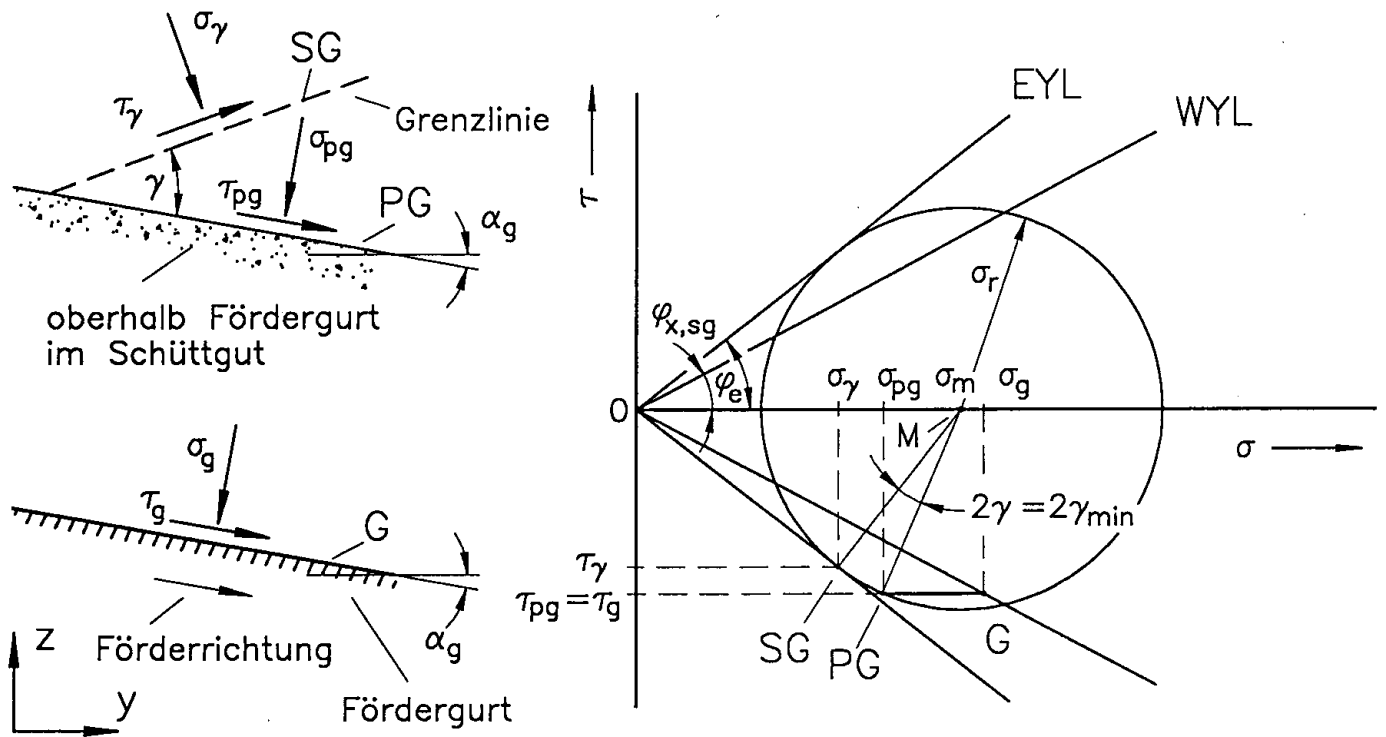


Bild 8.4: Verhältnisse im Schüttgut oberhalb des Fördergurtes

Schubspannung  $\tau_g$ . Die Normalspannung  $\sigma_g$  am Gurt ist dagegen größer als die Normalspannung  $\sigma_{pg}$  in der Ebene PG, da das Gewicht des Schüttgutes zwischen den Ebenen PG und G zusätzlich vom Gurt getragen werden muß.

Im  $\tau, \sigma$ -Diagramm sind die Spannungen in den betrachteten Ebenen durch die Punkte G, PG und SG gekennzeichnet. Der Punkt PG ist gegenüber SG um den Winkel  $2\gamma$  entgegen dem Uhrzeigersinn gedreht. Vom Punkt PG führt eine Verbindungslinie parallel zur  $\sigma$ -Achse (konstante Schubspannung  $\tau_{pg} = \tau_g$ ) zum Punkt G, der die gleiche Schubspannung wie Punkt PG, aber eine größere Normalspannung als dieser aufweist (Die Verbindungslinie dient lediglich dazu, die Spannungsdifferenzen zwischen den Punkten G und PG bildlich darzustellen). Der Abstand der Punkte PG und G im  $\tau, \sigma$ -Diagramm (und damit die Spannungsdifferenz  $\sigma_g - \sigma_{pg}$ ) ist proportional zum Abstand zwischen den Ebenen G und PG in (vertikaler)  $z$ -Richtung. Der Punkt G ist im Bild 8.4 so eingezeichnet, daß er auf dem Wandfließort liegt, d.h. das Wandfließkriterium wird auf der Gurtoberfläche gerade erfüllt. Damit ist im Bild 8.4 wie im Bild 8.2 ein Grenzfall dargestellt: Der eingezeichnete Winkel  $\gamma$  ist gleich dem minimalen Neigungswinkel  $\gamma_{min}$  zwischen den betrachteten Ebenen PG und SG. Kleinere Winkel  $\gamma$  würden dazu führen, daß G oberhalb des Wandfließortes liegt (oberhalb heißt hier: "bei betragsmäßig größeren Schubspannungen"). Dieser Zustand wäre physikalisch nicht möglich, da vom Fördergurt eine entsprechende Schubspannung nicht aufgebracht werden kann (Begründung wie bei Bild 8.2). Winkel  $\gamma > \gamma_{min}$  ergäben dagegen Punkte unterhalb des Wandfließortes, d.h. der Wandreibungswinkel am Gurt wird nicht voll mobilisiert.

Wäre der Abstand zwischen den Ebenen G und PG kleiner, wäre auch die Spannungsdifferenz ( $\sigma_g - \sigma_{pg}$ ) kleiner, und G würde bei dem eingezeichneten Winkel  $\gamma$  oberhalb des Wandfließortes liegen (bei betragsmäßig größeren Schubspannungen), was physikalisch nicht möglich ist. Das heißt, für jede Spannungsdifferenz ( $\sigma_g - \sigma_{pg}$ ) und damit für jeden Abstand  $z$  der beiden Ebenen G und PG läßt sich ein Winkel  $\gamma = \gamma_{\min}$  finden, bei dem auf dem Fördergurt das Wandfließkriterium gerade erfüllt wird. Die minimal mögliche Neigung der Grenzlinie im Schüttgut ist daher vom Abstand zum Gurt abhängig. Um so größer der Abstand zwischen den Ebenen G und PG ist, um so größer ist die Differenz der Normalspannungen ( $\sigma_g - \sigma_{pg}$ ) und um so kleiner wird  $\gamma_{\min}$ . Läßt man den Abstand in  $z$ -Richtung zwischen den Ebenen PG und G gegen Null gehen, liegen die Punkte PG und G aufeinander und man erhält die gleichen Verhältnisse wie im Bild 8.2.

Der Zusammenhang zwischen  $\gamma_{\min}$ , den Reibungswinkeln und dem Abstand in  $z$ -Richtung läßt sich aus dem Spannungskreis herleiten. Als Hilfsgrößen werden wieder die Spannungen  $\sigma_m$  (Mittelpunkt des Spannungskreises) und  $\sigma_r$  (Radius des Spannungskreises) benutzt. Es gilt neben Glg.(8.2) und der Voraussetzung  $\tau_g = \tau_{pg}$ :

$$\sigma_{pg} = \sigma_m + \sigma_r \sin(2\gamma_{\min} - \varphi_e) \quad (8.6)$$

$$\sigma_g = \tau_g / \tan \varphi_{x,sg} \quad (8.7)$$

$$\tau_{pg} = \sigma_r \cos(2\gamma_{\min} - \varphi_e) \quad (8.8)$$

Die Normalspannung  $\sigma_g$ , die normal auf den Fördergurt wirkt, errechnet sich aus der Vertikalspannung  $\sigma_{vg}$  (parallel zur  $z$ -Richtung wirkend) unter Vernachlässigung der Schubspannungen und der Horizontalspannung ( $y$ -Richtung):

$$\sigma_g = \sigma_{vg} \cos \alpha_g \quad (8.9)$$

Da die Neigung des Austragorgans  $\alpha_g$  in der Regel klein ist, wird die folgende Vereinfachung benutzt:

$$\sigma_g \approx \sigma_{vg} \quad (8.9.a)$$

An der Auslauföffnung des Silos wirkt die Vertikalspannung  $\sigma_{va}$ . Beträgt der Abstand in  $z$ -Richtung zwischen der Auslauföffnung und dem Fördergurt an der betrachteten Stelle  $h_z$ , so ergibt sich für die Vertikalspannung am Gurt  $\sigma_g$  (hydrostatischer Spannungsanstieg):

$$\sigma_g = \sigma_{va} + \rho_b g h_z \quad (8.10)$$

Die Vertikalspannung  $\sigma_{vpg}$  in der Ebene PG ist analog:

$$\sigma_{vpg} = \sigma_{va} + \rho_b g (h_z - z) = \sigma_{vg} - \rho_b g z \quad (8.11)$$

Entsprechend der Vereinfachung von Glg.(8.9) ist die Normalspannung in der Ebene PG etwa gleich der Vertikalspannung  $\sigma_{vpg}$ :

$$\sigma_{pg} \approx \sigma_{vpg} = \sigma_{va} + \rho_b g (h_z - z) = \sigma_{vg} - \rho_b g z \quad (8.11.a)$$

Nach Einsetzen der Glgn.(8.2) und (8.6) bis (8.11) und Eliminieren der Spannungen  $\sigma_g$ ,  $\sigma_{pg}$ ,  $\sigma_r$ ,  $\sigma_m$ ,  $\tau_g$  und  $\tau_{pg}$  erhält man nach einigen Umformungen eine Beziehung zwischen der Koordinate  $z$  und dem Winkel  $\gamma_{\min}$ :

$$\frac{\rho_b g z}{\sigma_{va} + \rho_b g h_z} = 1 - \frac{\tan\varphi_{x,sg}}{\sin\varphi_e \cos(2\gamma_{\min} - \varphi_e)} - \tan(2\gamma_{\min} - \varphi_e) \cdot \tan\varphi_{x,sg} \quad (8.12)$$

Nach Erweitern der linken Seite mit  $1/(g \rho_b b)$  und  $b/h_z$  ( $b$ : Auslaufschlitzbreite) und Einführen der dimensionslosen Spannung an der Auslauföffnung

$$S_{va} = \frac{\sigma_{va}}{g \rho_b b} \quad (8.13)$$

folgt:

$$\frac{z/h_z}{S_{va} b/h_z + 1} = 1 - \frac{\tan\varphi_{x,sg}}{\sin\varphi_e \cos(2\gamma_{\min} - \varphi_e)} - \tan(2\gamma_{\min} - \varphi_e) \cdot \tan\varphi_{x,sg} \quad (8.14)$$

$\gamma_{\min}$  hängt nicht nur von den Schüttguteigenschaften und dem Abstand  $z$  ab, sondern auch von der an der Auslauföffnung wirkenden Vertikalspannung  $\sigma_{va}$  bzw. (dimensionslos)  $S_{va}$ . Im Bild 8.5 ist  $\gamma_{\min}$  für konstante Werte  $S_{va} = 1$ ,  $\varphi_e = 40^\circ$  und  $h_z/b = 1$  und unterschiedliche Reibungswinkel am Fördergurt  $\varphi_{x,sg}$  aufgetragen. Für  $z/h_z = 0$  (Gurtoberfläche) ergeben sich jeweils die Werte, die sich auch aus dem Diagramm im Bild 8.3 ablesen lassen, d.h. für  $z=0$  liefert Glg.(8.14) identische Ergebnisse für  $\gamma_{\min}$  wie Glg.(8.5). Für zunehmende  $z/h_z$ , also mit zunehmendem Abstand vom Gurt, verringern sich die  $\gamma_{\min}$  bis auf  $\gamma_{\min} = 0^\circ$ , d.h. mit hinreichendem Abstand vom Fördergurt kann die Grenzlinie einen beliebigen flachen Verlauf

einnehmen. Der zum Erreichen von  $\gamma_{\min} = 0^\circ$  notwendige Abstand ist um so geringer, um so größer der Reibungswinkel zwischen Schüttgut und Gurt  $\varphi_{x,sg}$  ist. Für den Fall  $\varphi_{x,sg} = \varphi_e$  wird der Winkel  $\gamma_{\min} = 0^\circ$  schon in Höhe des Fördergurtes erreicht. Im Bild 8.5 sind die Kurven für  $\gamma_{\min}$  auch für Werte  $z/h_z > 1$  dargestellt, um die prinzipielle Ähnlichkeit der Verläufe zu zeigen. Der Abstand zwischen Gurt und Auslauföffnung beträgt  $h_z$ , so daß sich die Auslauföffnung im Bild 8.5 bei  $z/h_z = 1$  befindet (strichpunktierte Linie  $z/h_z = 1$  im Bild 8.5). Da die Grenzlinie immer unterhalb  $z/h_z = 1$  verläuft (Voraussetzung, daß die Unterkante des Schiebers wie im Bild 8.1 immer unterhalb oder auf gleicher Höhe der Trichterunterkante ist), können mit den Reibungswinkeln  $\varphi_{x,sg} = 10^\circ$  und  $\varphi_{x,sg} = 20^\circ$  für die im Bild 8.5 vorgegebenen Parameter nur Winkel  $\gamma_{\min} > 0^\circ$  erreicht werden. Das bedeutet, daß es nicht möglich ist, mit einem zu glatten Gurt (kleiner Reibungswinkel  $\varphi_{x,sg}$ ) unter einem langgestreckten Auslaufschlitz (Bild 8.6) einen Schüttgutaustrag vom hinteren Ende des Austragschlitzes zu realisieren, da dafür bei den vorgegebenen Verhältnissen ein sehr kleiner Neigungswinkel  $\gamma$  zwischen Gurt und Grenzlinie, also eine sehr flache Grenzlinie, notwendig wäre.

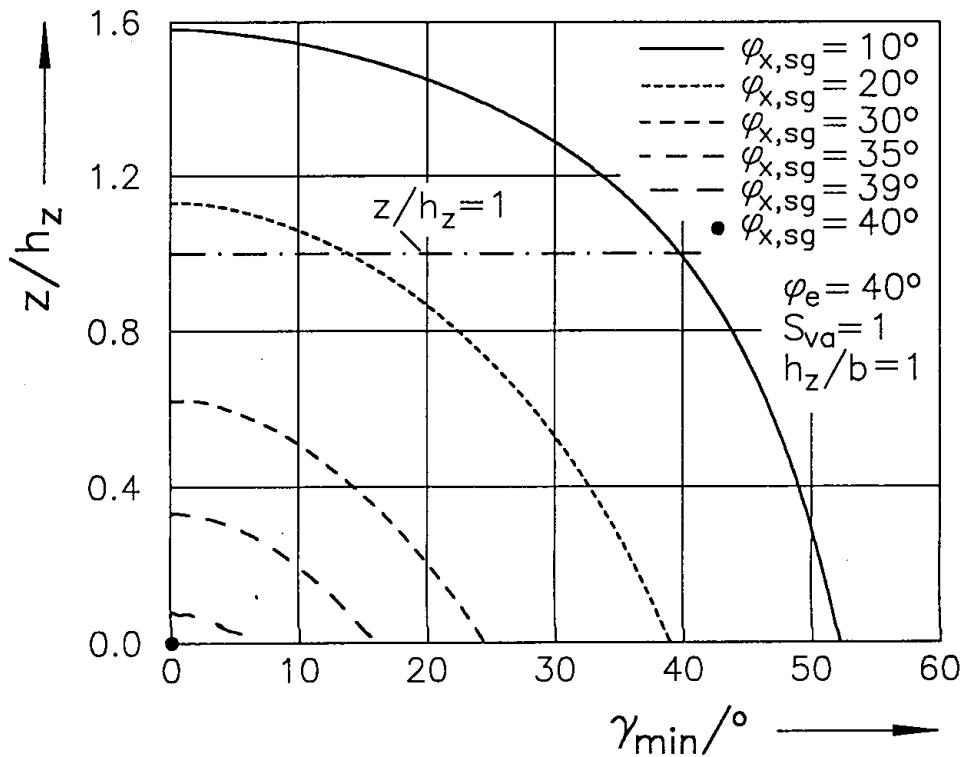


Bild 8.5: Winkel  $\gamma_{\min}$  in Abhängigkeit vom Abstand vom Fördergurt  $z/h_z$  bei unterschiedlichen Reibungswinkeln am Fördergurt  $\varphi_{x,sg}$



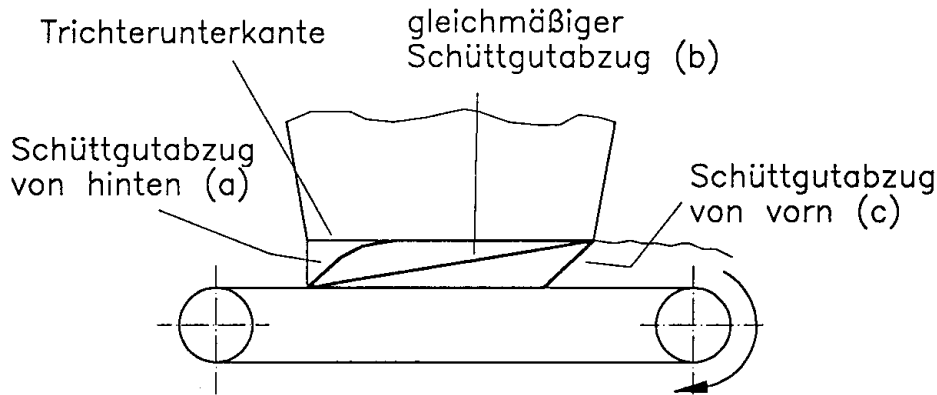


Bild 8.6: Mögliche Grenzlinien unter einem langgestreckten Auslaufschlitz

In den Bildern 8.7 und 8.8 wurde die dimensionslose Vertikalspannung  $S_{va}$  an der Auslauföffnung von 0.5 bis 5 variiert. Die Reibungsverhältnisse wurden mit  $\varphi_e = 40^\circ$  und  $\varphi_{x,sg} = 30^\circ$  und der Abstand zwischen Auslauföffnung und Fördergurt mit  $h_z/b = 1$  bzw.  $h_z/b = 0.25$  vorgegeben.  $S_{va} = 0.5$  entspricht der Größenordnung der Vertikalspannung im Entleerungszustand bei einem keilförmigen Trichter, und Werte  $S_{va} = 5$  werden im Füllzustand erreicht. Die Werte  $\gamma_{min}$  in den Bildern 8.7 und 8.8 werden mit zunehmender Vertikalspannung  $S_{va}$  größer, d.h. während für  $S_{va} = 0.5$  unterhalb der Auslauföffnung Werte  $\gamma_{min} = 0^\circ$  möglich sind, ist dieses bei  $S_{va} = 5$  nicht möglich. Aus diesen Ergebnissen folgt, daß die Art des Schüttgutabzugs von der Vertikalspannung am Auslaufschlitz abhängig ist: Während sich bei kleiner Vertikalspannung ( $S_{va} = 0.5$ , entspricht dem Entleerungszustand) Winkel  $\gamma$  gegen  $0^\circ$  ausbilden können, was notwendig ist, wenn der Schüttgutabzug vom hinteren Ende des Auslaufschlitzes oder gleichmäßig erfolgen soll (s. Bild 8.6, Grenzlinien a und b), ist dieses unter der großen Vertikalspannung  $S_{va} = 5$  (entsprechend dem Füllzustand) nicht möglich. Bei letzterem kann der Schüttgutabzug aufgrund der größeren Winkel  $\gamma$  nur im vorderen Bereich des Auslaufschlitzes erfolgen (Bild 8.6, Grenzlinie c). Damit ist es vorstellbar, daß sich bei den Randbedingungen entsprechend den Bildern 8.7 und 8.8 bei dem ersten Schüttgutabzug nach dem Füllen zunächst Schüttgut aus dem vorderen Silobereich abgezogen wird, indem sich eine Grenzlinie wie im Bild 8.6, Grenzlinie c, ausbildet. Eine anderer Verlauf der Grenzlinie ist nicht möglich, da die Berechnungen gezeigt haben, daß es entweder zum Gleiten des Schüttgutes auf dem Gurt kommt, oder daß sich eine Grenzlinie im Schüttgut mit der errechneten Mindeststeilheit  $\gamma$  ausbildet. Durch den Schüttgutaustrag im vorderen Silobereich sinkt die Vertikalspannung dort ab, so daß aufgrund der jetzt kleineren Vertikalspannung dort flachere Grenzlinien (kleinere  $\gamma$ ) möglich sind. Dadurch bewegt sich der ansteigende Abschnitt der Grenzlinie nach hinten, bis sich über der gesamten Auslaufschlitzlänge der Entleerungszustand (z.B. in Form der Grenzlinie a, Bild 8.6) eingestellt hat. Diese beispielhafte Erläuterung gilt nur für Randbedingungen, die zu einem gleichmäßigen Schüttgutabzug bzw. zu einem Schüttgutabzug vor allem von hinten führen, aber sie macht deutlich, wie sehr die Vertikalspannung die Vorgänge am Fördergurt beeinflusst.

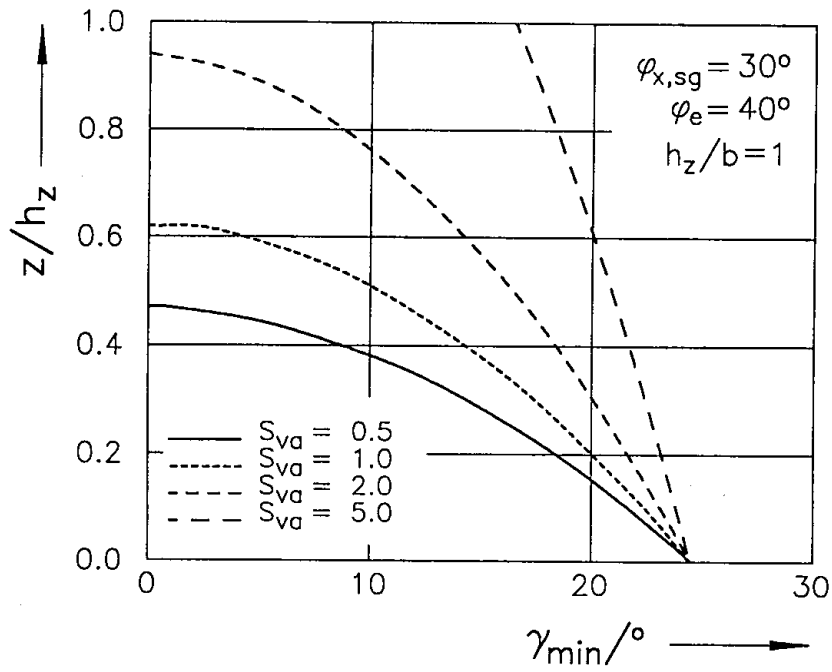


Bild 8.7: Winkel  $\gamma_{\min}$  in Abhängigkeit vom Abstand vom Fördergurt  $z/h_z$  bei unterschiedlichen Vertikalspannungen  $S_{va}$  ( $h_z/b = 1$ )

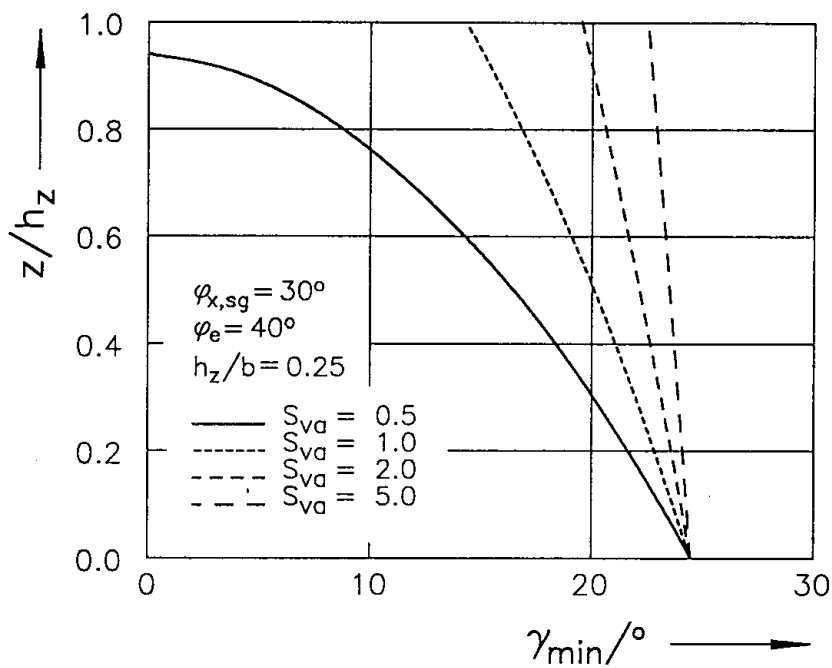


Bild 8.8: Winkel  $\gamma_{\min}$  in Abhängigkeit vom Abstand vom Fördergurt  $z/h_z$  bei unterschiedlichen Vertikalspannungen  $S_{va}$  ( $h_z/b = 0.25$ )

Der Einfluß des Abstandes  $h_z$  zwischen Auslauföffnung und Fördergurt beeinflusst den Verlauf des Winkels  $\gamma_{\min}$  von der Höhe  $z$  derart, daß bei gleichen absoluten Abständen  $z$  vom Fördergurt kleinere Winkel  $\gamma$  möglich sind, wenn auch  $h_z$  kleiner ist. Im Fall  $S_{va} = 0.5$  (Bilder 8.7 und 8.8) erreicht man  $\gamma_{\min} = 0^\circ$  bei  $z/h_z = 0.47$  ( $h_z/b = 1$ ) bzw. bei  $z/h_z = 0.94$  ( $h_z/b = 0.25$ ), d.h.  $z/b = z/h_z \cdot h_z/b = 0.47$  (bei  $h_z/b = 1$ ) bzw.  $z/b = 0.235$  (bei  $h_z/b = 0.25$ ). Aus diesem Ergebnis ist zu schließen, daß ein kleiner Winkel  $\gamma$  um so näher am Gurt erreicht werden kann, um so kleiner der Abstand  $h_z$  zwischen Auslauföffnung und Gurt ist. Allerdings kann der Abstand  $h_z$  dabei nicht beliebig verringert werden. Bild 8.9 zeigt die Werte von  $\gamma_{\min}$  in Abhängigkeit vom dimensionslosen Abstand  $z/h_z$  für unterschiedliche Verhältnisse  $h_z/b$  (übrige Parameter wie Bild 8.8). Für die vorgegebenen Randbedingungen wird  $\gamma_{\min} = 0$  im Bereich unterhalb der Auslauföffnung  $z/h_z < 1$  nur für  $h_z/b \geq 0.5$  erreicht, d.h. der Abstand  $h_z$  darf nicht beliebig verringert werden, wenn  $\gamma_{\min} = 0^\circ$  erreicht werden soll. Bezieht man  $z$  auf die Auslaufschlitzbreite  $b$ , so folgt wieder wie beim Vergleich der Bilder 8.7 und 8.8, daß sich der kleinste Quotient  $z/b$  für  $\gamma_{\min} = 0^\circ$  bei dem kleinsten der betrachteten Verhältnisse  $h_z/b$ , die unter der Auslauföffnung  $\gamma_{\min} = 0^\circ$  erreichen, einstellt.

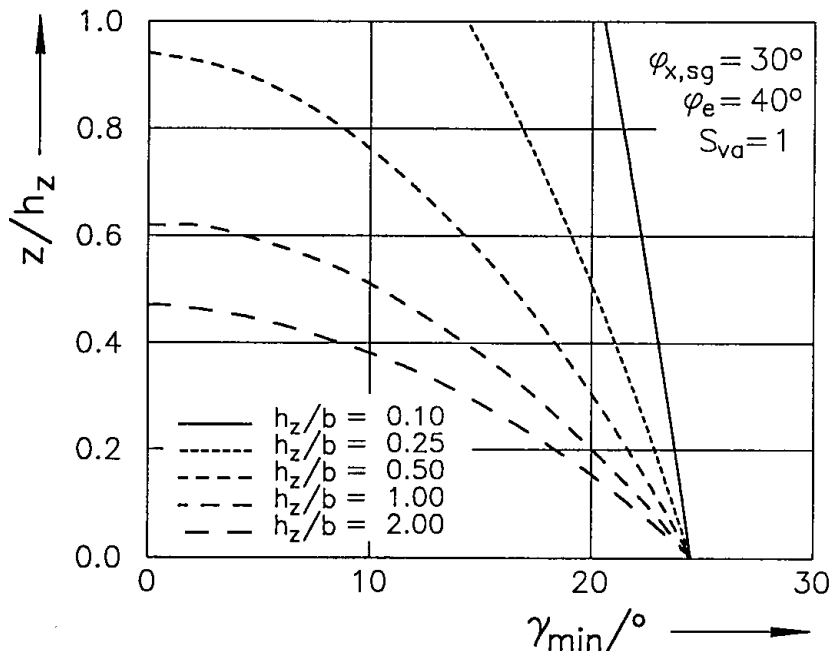


Bild 8.9: Winkel  $\gamma_{\min}$  in Abhängigkeit vom Abstand vom Fördergurt  $z/h_z$  bei unterschiedlichen Abständen zwischen Fördergurt und Auslauföffnung  $h_z/b$  ( $S_{va}=1$ )

Der Verlauf des Winkels  $\gamma_{\min}$  mit zunehmendem Abstand  $z$  vom Fördergurt wurde bis hierher für den Fall betrachtet, daß zwischen der Unterkante des Trichters und dem Gurt ein freier Zwischenraum ohne seitliche Wände (Schürzen) ist, und daß die Schubspannung in allen Ebenen parallel zum Gurt gleich groß ist ( $\tau_g = \tau_{pg}$ , Bild 8.4). Wird das Schüttgut unterhalb

der Trichterunterkante seitlich von Schürzen (gestrichelt im Bild 8.1 dargestellt) umgeben, werden zwischen den Schürzen und dem Schüttgut Schubspannungen übertragen, so daß die Annahme  $\tau_g = \tau_{pg}$  nicht mehr gilt. Vielmehr muß vom Gurt die Schubspannung, die die Schürzen auf die bewegte Schüttgutschicht entgegen der Bewegungsrichtung übertragen, zusätzlich aufgebracht werden. Damit gilt für den Fall, daß sich seitlich der bewegten Schüttgutschicht Schürzen befinden:  $\tau_g > \tau_{pg}$ .

Im Bild 8.10 sind die Verhältnisse am Mohrkreis für den Fall  $\tau_g > \tau_{pg}$  (exakt formuliert heißt die Bedingung  $|\tau_g| > |\tau_{pg}|$ ) aufgetragen. Betrachtet wird die zum Gurt parallele Ebene PG. Die Grenzlinie zwischen der bewegten Schüttgutschicht und dem vertikal nach unten fließenden Schüttgut hat in Höhe der Ebene PG die Neigung  $\gamma$  zu dieser. Wegen der von den Schürzen übertragenen Schubspannung ist im Unterschied zur der Betrachtung ohne Schürzen (Bild 8.4) die in der Ebene PG wirkende Schubspannung  $\tau_{pg}$  kleiner als die direkt auf den Fördergurt wirkende Schubspannung  $\tau_g$ . Die Normalspannung  $\sigma_g$  am Gurt kann sowohl größer als auch kleiner als die Normalspannung  $\sigma_{pg}$  in der Ebene PG sein, da die Vertikalspannung innerhalb der Schürzen sowohl zunehmen (bei kleinen Vertikalspannungen an der Trichterunterkante) als auch abnehmen kann (bei großen Vertikalspannungen an der Trichterunterkante). Dieser Effekt, der von den Schüttguteigenschaften, den Reibungsverhältnissen an der Schürzenwand und der Vertikalspannung an der Oberkante der Schürzen abhängt, wurde am Ende von Abschnitt 5 bereits ausführlich beschrieben. Da im vorliegenden Abschnitt vor allem der Entleerungszustand behandelt wird, bei dem die Vertikalspannungen an der Trichterunterkante klein sind, und da die Schürzen nur eine begrenzte Höhe haben, wird für die folgende Betrachtung angenommen, daß die Vertikalspannung im Bereich der Schürzen von oben nach unten linear (hydrostatisch) ansteigt. Die Vertikalspannung am Fördergurt ergibt sich demnach wie bei der Betrachtung der Verhältnisse ohne Schürzen aus der Vertikalspannung in der Ebene PG und dem Eigengewicht des Schüttgutes zwischen den Ebenen PG und G, das zusätzlich vom Gurt getragen werden muß.

Im  $\tau, \sigma$ -Diagramm sind die Spannungen in den betrachteten Ebenen durch die Punkte G; PG und SG gekennzeichnet. Der Punkt PG ist gegenüber SG um den Winkel  $2\gamma$  entgegen dem Uhrzeigersinn gedreht. Vom Punkt PG führt eine Verbindungslinie zum Punkt G, der eine größere Schubspannung  $|\tau_g| > |\tau_{pg}|$  und eine größere Normalspannung  $\sigma_g > \sigma_{pg}$  als der Punkt PG aufweist (Die Verbindungslinie dient hier nur der bildlichen Darstellung der Spannungsdifferenzen zwischen P und PG). Der Abstand der Punkte PG und G in  $\sigma$ -Richtung (und damit die Spannungsdifferenz  $\sigma_g - \sigma_{pg}$ ) ist proportional zum Abstand zwischen den Ebenen G und PG in (vertikaler)  $z$ -Richtung. Die Differenz  $(\tau_{pg} - \tau_g)$  ist die Schubspannung, die zwischen den Ebenen G und PG von der Schürzenwand aufgenommen wurde. Der Betrag der Differenz  $(\tau_g - \tau_{pg})$  ist vom Reibungswinkel  $\varphi_{x,sw}$  an der Schürzenwand abhängig: Ist

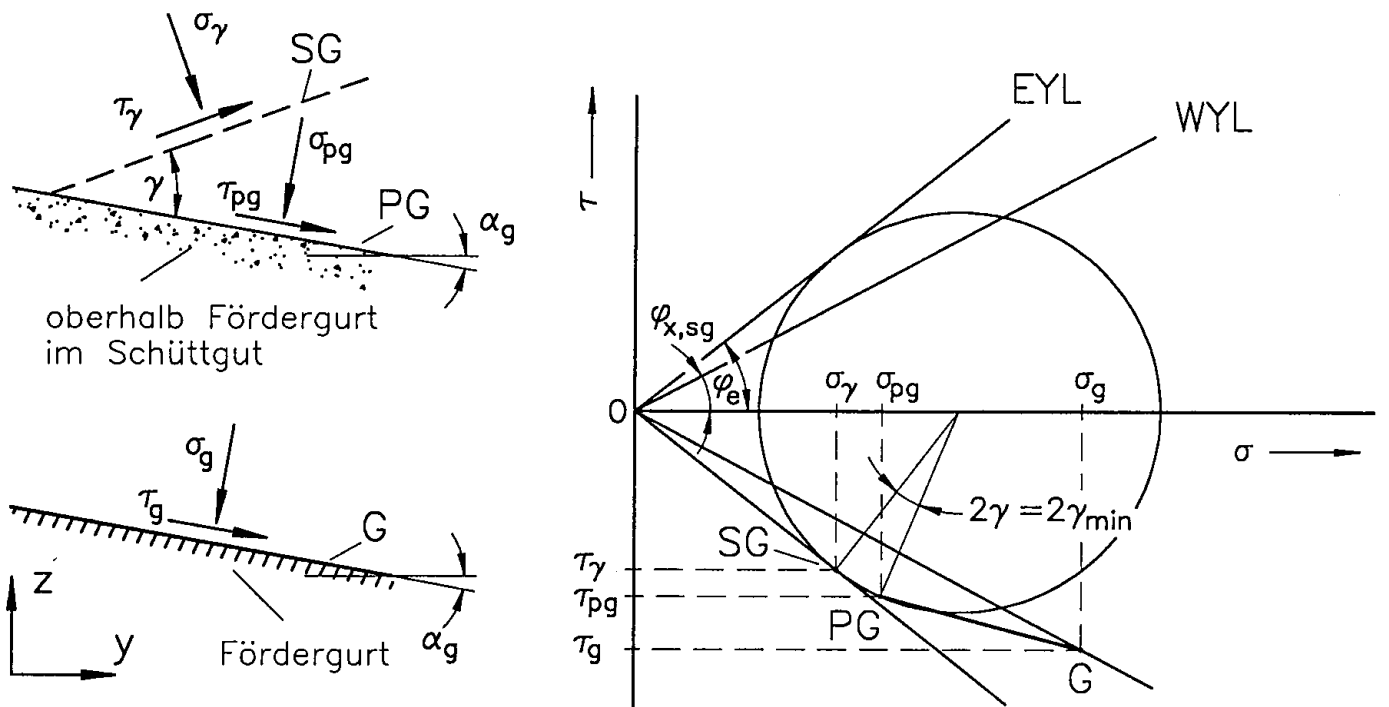


Bild 8.10: Verhältnisse im Schüttgut oberhalb des Fördergurtes bei Verwendung von Schürzen mit kleinem Wandreibungswinkel  $\varphi_{x,sw}$

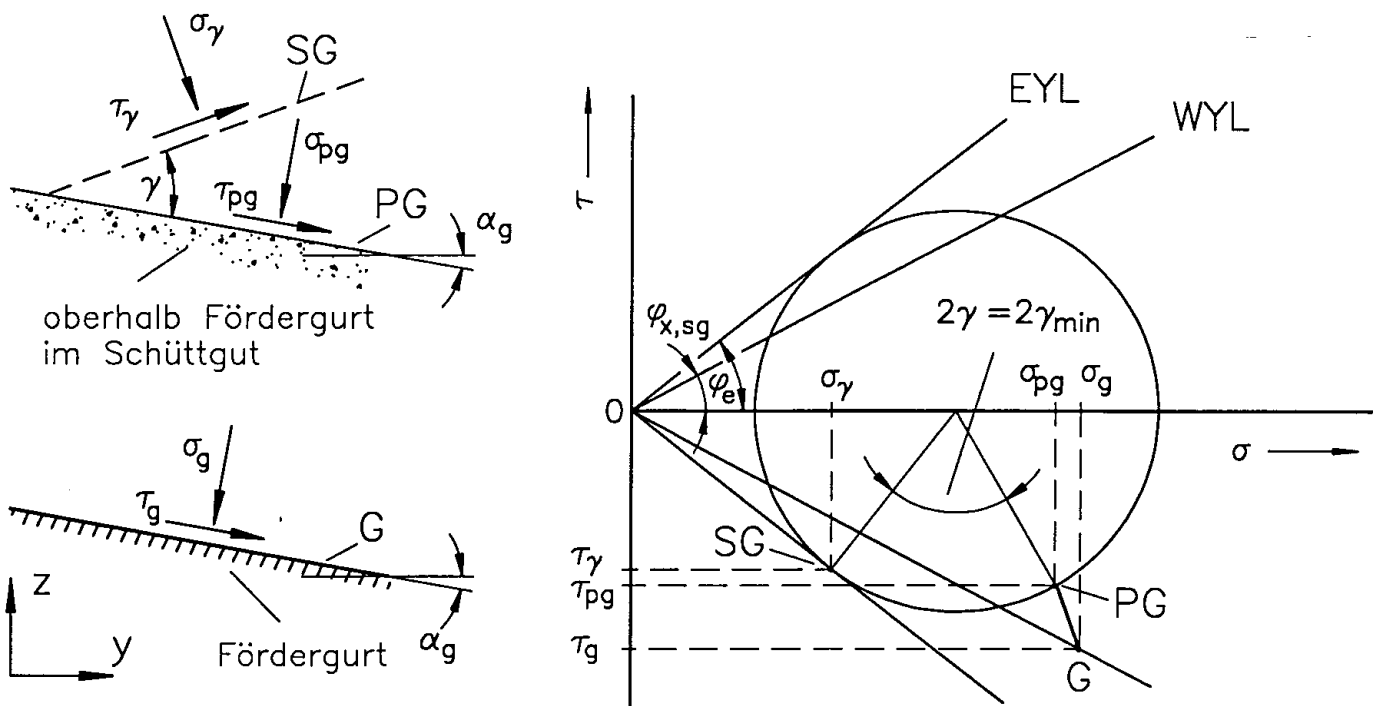


Bild 8.11: Verhältnisse im Schüttgut oberhalb des Fördergurtes bei Verwendung von Schürzen mit großem Wandreibungswinkel  $\varphi_{x,sw}$

$\varphi_{x,sw}$  gleich Null, verläuft die Verbindungslinie von PG nach G parallel zur  $\sigma$ -Achse (Das ist der Fall ohne Schürzen, Bild 8.4). Um so größer die Reibung an den Schürzenwänden ist, um so größer wird der Betrag der Schubspannungsdifferenz ( $\tau_g - \tau_{pg}$ ) und um so steiler verläuft die Verbindungslinie von PG nach G. Die Spannungsverhältnisse, die sich bei einem großem Reibungswinkel  $\varphi_{x,sw}$  einstellen, sind im Bild 8.11 dargestellt. Auch hier ist der Fall  $\gamma = \gamma_{\min}$  eingezeichnet. Wegen der im Verhältnis zur Normalspannungsdifferenz ( $\sigma_g - \sigma_{pg}$ ) betragsmäßig größeren Schubspannungsdifferenz ( $\tau_g - \tau_{pg}$ ) ergibt sich ein größerer Winkel  $\gamma_{\min}$  als im Bild 8.10.

Die Punkte G sind in den Bildern 8.10 und 8.11 so eingezeichnet, daß sie auf dem Wandfließort liegen, d.h. das Wandfließkriterium wird auf der Gurtoberfläche gerade erfüllt. Damit sind in den Bildern 8.10 und 8.11 wie in den Bildern 8.2 und 8.4 Grenzfälle dargestellt: Die eingezeichneten Winkel  $\gamma$  sind gleich den minimalen Neigungswinkeln  $\gamma_{\min}$  zwischen den betrachteten Ebenen PG und SG für die jeweiligen Geometrie- und Reibungsverhältnisse. Kleinere Winkel  $\gamma$  würden dazu führen, daß G oberhalb des Wandfließortes liegt (oberhalb heißt hier: "bei betragsmäßig größeren Schubspannungen"), was physikalisch nicht möglich ist (Begründung wie bei Bild 8.2). Winkel  $\gamma > \gamma_{\min}$  ergäben dagegen Punkte unterhalb des Wandfließortes, d.h. der Wandreibungswinkel am Gurt wird nicht voll mobilisiert.

Wäre der Abstand zwischen den Ebenen G und PG im Bild 8.10 kleiner, wären auch die Spannungsdifferenzen ( $\sigma_g - \sigma_{pg}$ ) und ( $\tau_g - \tau_{pg}$ ) kleiner, und G würde bei dem eingezeichneten Winkel  $\gamma$  oberhalb des Wandfließortes liegen (bei betragsmäßig größeren Schubspannungen). Dieser Zustand wäre physikalisch nicht möglich. Daher läßt sich für jedes Paar der Spannungsdifferenzen ( $\sigma_g - \sigma_{pg}$ ) und ( $\tau_g - \tau_{pg}$ ) und damit für jeden Abstand  $z$  der beiden Ebenen G und PG ein Winkel  $\gamma = \gamma_{\min}$  finden, bei dem auf dem Fördergurt das Wandfließkriterium gerade erfüllt wird. Die minimal mögliche Neigung der Grenzlinie im Schüttgut ist vom Abstand zum Gurt abhängig. Um so größer der Abstand zwischen den Ebenen G und PG ist, um so größer ist die Differenz der Normalspannungen ( $\sigma_g - \sigma_{pg}$ ) und um so kleiner wird  $\gamma_{\min}$ .

Im Bild 8.11 ergeben sich die umgekehrten Verhältnisse. Da der Punkt PG unterhalb des Wandfließortes liegt (in Richtung betragsmäßig kleinerer Schubspannungen), würde hier im Gegensatz zu Bild 8.10 eine Vergrößerung des Abstandes zwischen den Ebenen G und PG (und damit eine Vergrößerung der Spannungsdifferenzen ( $\sigma_g - \sigma_{pg}$ ) und ( $\tau_g - \tau_{pg}$ )) zu einem Punkt G oberhalb des Wandfließortes führen (oberhalb heißt hier: "bei betragsmäßig größeren Schubspannungen"), der physikalisch nicht möglich ist. Das heißt, daß für größere Abstände der Ebenen G und PG auch größere Winkel  $\gamma_{\min}$  ergeben: Die Abhängigkeit der minimal möglichen Neigung der Grenzlinie im Schüttgut ist daher in diesem Fall derart, daß der Winkel  $\gamma_{\min}$  mit dem Abstand zwischen den Ebenen G und PG größer wird.

Der Zusammenhang zwischen  $\gamma_{\min}$ , den Reibungswinkeln an Gurt und Schürzen, dem inneren Reibungswinkel und dem Abstand in  $z$ -Richtung läßt sich aus dem Spannungskreis herleiten. Als Hilfsgrößen werden wieder die Spannungen  $\sigma_m$  (Mittelpunkt des Spannungskreises) und  $\sigma_r$  (Radius des Spannungskreises) benutzt. Neben den Gln.(8.2), (8.6) bis (8.11) ist eine Beziehung zwischen den Schubspannungen  $\tau_{pg}$  und  $\tau_g$  erforderlich. Dazu wird die Schüttgutschicht zwischen den Ebenen G und PG betrachtet (Bild 8.12). An der Schüttgutschicht der Höhe  $z$  und der Breite  $b$  greifen die Schubspannungen  $\tau_g$  (Unterseite) und  $\tau_{pg}$  (Oberseite) an. Weiterhin wirken auf die Schüttgutschicht an den Seiten die Schubspannungen  $\tau_{sw}$ . Setzt man die Schubspannungen ins Gleichgewicht, folgt:

$$b \tau_{pg} = b \tau_g - 2 z \tau_{sw} \quad (8.15)$$

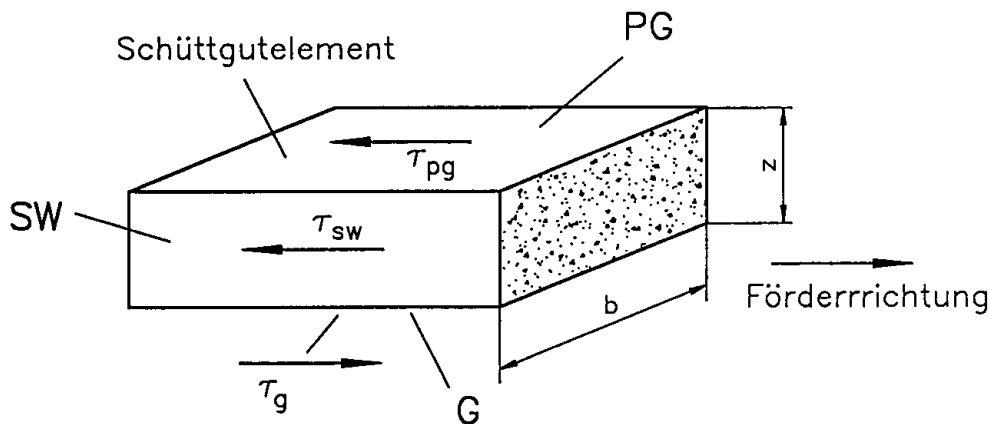


Bild 8.12: Schubspannungen an der Schüttgutschicht zwischen den Ebenen G und PG

Die mittlere Normalspannung auf die Schürzenwand  $\sigma_{sw}$  ist das Produkt aus dem Horizontal-lastverhältnis  $\lambda$  (Annahme, daß das Horizontallastverhältnis auch die hier beschriebenen Vorgänge beschreibt) und der mittleren Vertikalspannung im Bereich zwischen G und PG, die entsprechend Gln.(8.11.a) berechnet wird:

$$\begin{aligned} \sigma_{sw} &= \lambda (\sigma_{pg} + \sigma_g) / 2 \\ &= \lambda (\sigma_g - \frac{1}{2} \rho_b g z) \\ &= \lambda (\sigma_{va} + \rho_b g h_z - \frac{1}{2} \rho_b g z) \end{aligned} \quad (8.16)$$

Die Schubspannung an der Schürzenwand ist:

$$\tau_{sw} = \sigma_{sw} \tan \varphi_{x,sw} \quad (8.17)$$

Mit (8.15) bis (8.17) folgt für die Schubspannung in der Ebene PG:

$$\tau_{pg} = \tau_g - 2 \lambda \tan \varphi_{x,sw} \frac{z}{b} \left[ \sigma_g - \frac{1}{2} \rho_b g z \right] \quad (8.18)$$

Nach Einsetzen der Glgn.(8.2), (8.6) bis (8.11) und (8.18) und Eliminieren der Spannungen  $\sigma_g$ ,  $\sigma_{pg}$ ,  $\sigma_r$ ,  $\sigma_m$ ,  $\tau_g$  und  $\tau_{pg}$  erhält man nach einigen Umformungen eine quadratische Gleichung für den dimensionslosen Term  $z/h_z$ , die folgende Lösung hat:

$$\left[ \frac{z}{h_z} \right]_{1,2} = -\frac{C}{2B} \pm \sqrt{\frac{C^2}{4B^2} + \frac{D}{B}} \quad (8.19)$$

mit den Abkürzungen A, B, C und D und  $S_{va}$  nach Glg.(8.13):

$$A = \frac{\sin \varphi_e \cos(2\gamma_{\min} - \varphi_e)}{\tan \varphi_{x,sg}} - 1 - \sin \varphi_e \sin(2\gamma_{\min} - \varphi_e) \quad (8.20)$$

$$B = \frac{h_z}{b} \frac{\lambda \tan \varphi_{x,sw}}{\tan \varphi_{x,sg}} \quad (8.21)$$

$$C = 1 + \frac{A}{1 + \sin \varphi_e \sin(2\gamma_{\min} - \varphi_e)} - 2 \frac{(S_{va} + h_z/b) \lambda \tan \varphi_{x,sw}}{\tan \varphi_{x,sg}} \quad (8.22)$$

$$D = \frac{(S_{va} b/h_z + 1) A}{1 + \sin \varphi_e \sin(2\gamma_{\min} - \varphi_e)} \quad (8.23)$$

Das Vorzeichen der Wurzel in Glg.(8.19) ist dann positiv, wenn der Punkt PG oberhalb des Wandfließortes (bei betragsmäßig größeren Schubspannungen) liegt (Bild 8.10), und negativ, wenn PG unterhalb des Wandfließortes liegt (Bild 8.11).  $\gamma_{\min}$  hängt nach Glg.(8.19) nun zusätzlich von dem Reibungswinkel  $\varphi_{x,sw}$  zwischen Schüttgut und Schürzen ab. Der Einfluß des Reibungswinkels  $\varphi_{x,sw}$  wird aus Bild 8.13 deutlich. Für die Parameterkombination  $\varphi_e = 40^\circ$ ,  $\varphi_{x,sg} = 30^\circ$ ,  $S_{va} = 1$  und  $h_z/b = 1$  wurde  $\gamma_{\min}$  für unterschiedliche Reibungswinkel  $\varphi_{x,sw}$  von  $1^\circ$  bis  $40^\circ$  bestimmt. Alle Kurven haben bei  $z/h_z = 0$  den gleichen Wert  $\gamma_{\min}$ , der sich aus dem Diagramm in Bild 8.3 für die Gurtoberfläche ergibt. Für  $\varphi_{x,sw} = 1^\circ$ , also fast reibungsfreie Schürzenoberflächen, ergibt sich etwa der für die gleichen Parameter ohne Schürzen ( $\varphi_{x,sw} = 0^\circ$ ) berechnete Verlauf, wie er im Bild 8.5 dargestellt ist. Mit zunehmender Reibung an den Schürzen (zunehmendem  $\varphi_{x,sw}$ ) bewegen sich die Kurvenverläufe in Richtung größerer  $\gamma_{\min}$  und  $z/h_z$ . Die Ursache dafür ist, daß mit wachsendem  $\varphi_{x,sw}$  ein



zunehmender Anteil der vom Fördergurt aufzubringenden Schubspannung zur Überwindung der Reibung an den Schürzen benötigt wird, so daß in den Ebenen PG ( $z/h_z > 0$ ) nur ein Teil der vom Fördergurt aufgebrauchten Schubspannung  $\tau_{pg}$  zur Verfügung steht und daher der minimal mögliche Winkel  $\gamma_{min}$  zwischen der Grenzlinie und der Ebene PG größer wird. Bei  $\varphi_{x,sw} = 30^\circ$  und  $\varphi_{x,sw} = 40^\circ$  steigt  $\gamma_{min}$  sogar mit wachsendem Abstand von der Gurtoberfläche an. Letzteres entspricht den im Bild 8.11 am Spannungskreis gezeigten Verhältnissen: mit zunehmendem Abstand vom Gurtförderer wird die mögliche Neigung  $\gamma$  der Grenzlinie immer größer. Der angestrebte gleichmäßige Schüttgutaustrag aus einem langgestreckten Auslaufschlitz, der einen kleinen Winkel  $\gamma$  erfordert, wird daher bei zu großem Reibungswinkel  $\varphi_{x,sw}$  zwischen Schürzenwand und Schüttgut unmöglich.

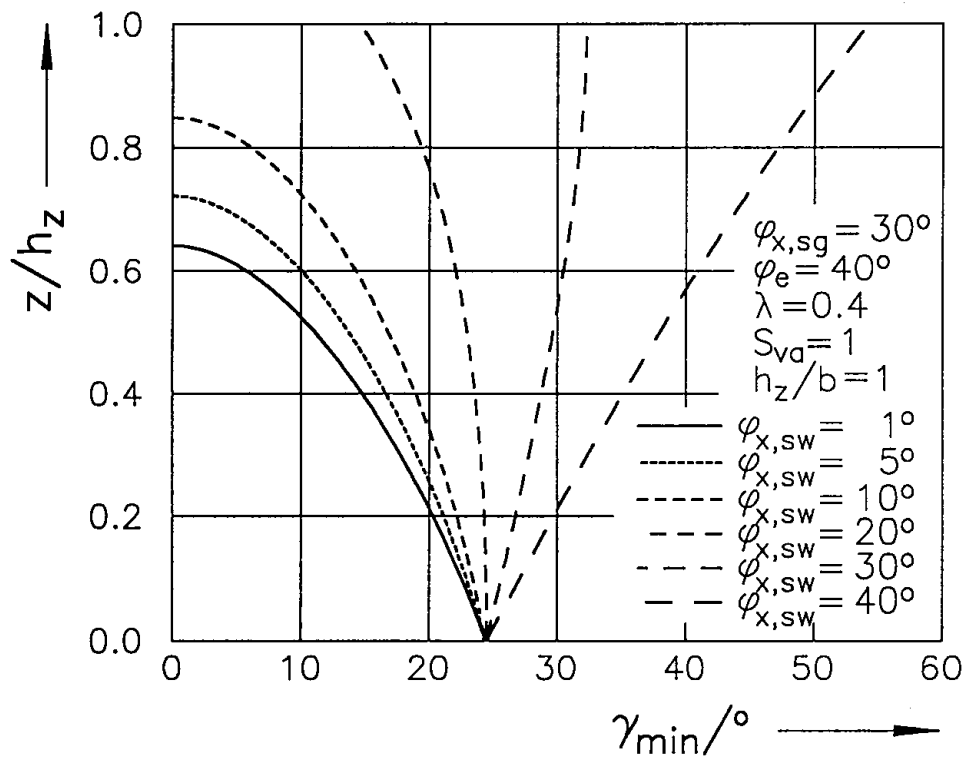


Bild 8.13: Winkel  $\gamma_{min}$  in Abhängigkeit vom Abstand vom Fördergurt  $z/h_z$  bei unterschiedlichen Reibungswinkeln an den Schürzenwänden  $\varphi_{x,sw}$

Einen ähnlichen Effekt wie die Reibung an den Schürzenwänden hat die innere Reibung des Schüttgutes, die mit Hilfe des effektiven Reibungswinkels  $\varphi_e$  beschrieben wird (Bild 8.14). Mit zunehmendem effektiven Reibungswinkel  $\varphi_e$  werden die Winkel  $\gamma_{min}$  zunehmend größer. Bei den im Bild 8.14 verwendeten Parametern sind Winkel  $\gamma = 0^\circ$  unterhalb der Trichterunterkante nur für  $\varphi_e$  kleiner als etwa  $36^\circ$  möglich. Das heißt, ein gleichmäßiger Schüttgutaustrag oder ein Schüttgutaustrag aus dem hinteren Silobereich kann nicht für beliebig große  $\varphi_e$  erreicht werden.

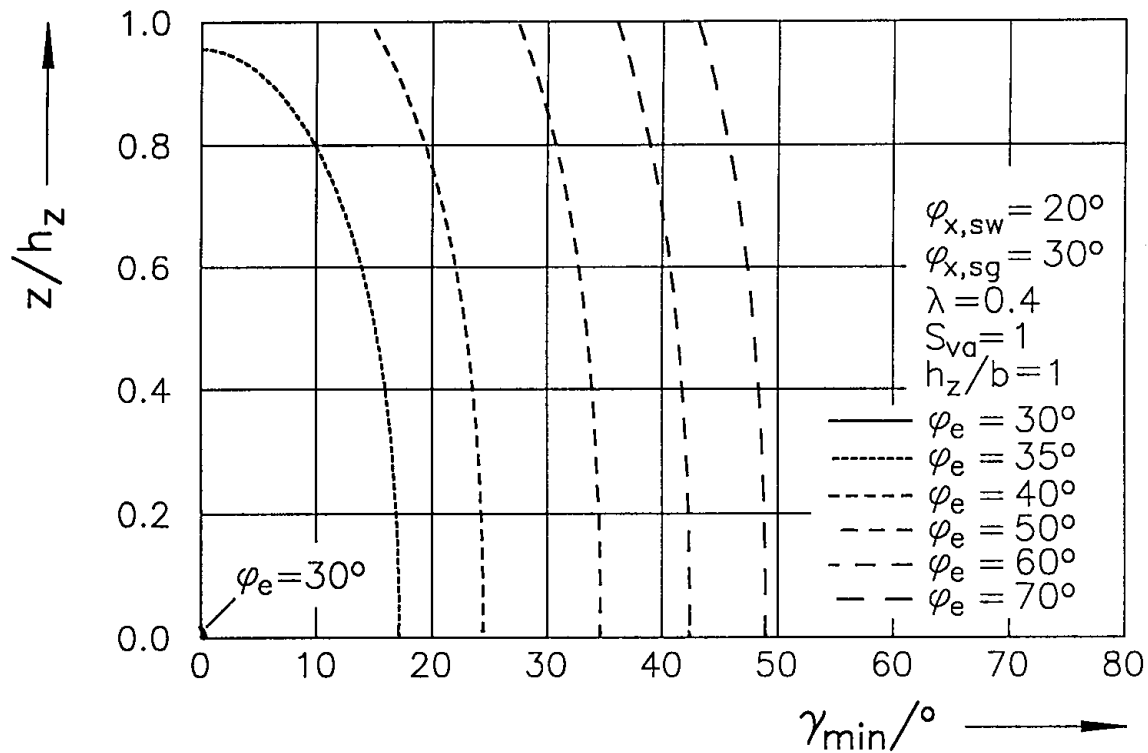


Bild 8.14 Winkel  $\gamma_{\min}$  in Abhängigkeit vom Abstand vom Fördergurt  $z/h_z$  bei unterschiedlichen effektiven Reibungswinkeln  $\varphi_e$

## 8.2 Theoretisches Modell zur Beschreibung der Lage der Grenzlinie

Mit den Betrachtungen im vorangegangenen Abschnitt wurde der Einfluß der Schüttguteigenschaften und der Geometrie im Übergangsbereich zwischen Trichter und Austragorgan anhand der Verhältnisse am Spannungskreis erläutert. Damit können einzelne Parameter in ihrer Auswirkung an einzelnen Punkten unter der Auslauföffnung beurteilt werden. Um auch zu Aussagen hinsichtlich des Austragverhaltens über der gesamten Auslauföffnung zu kommen, wird in diesem Abschnitt ein einfaches Modell hergeleitet.

Das Modell baut auf den Berechnungen von Rademacher [24] auf, die im Abschnitt 3.4 kurz erläutert wurden. Betrachtet wird die Schüttgutschicht unterhalb der Grenzlinie. Da die Grenzlinie unterschiedliche Verläufe aufweisen kann (s. Ergebnisse im Abschnitt 8.1), wird sie in vereinfachter Form durch drei Bereiche dargestellt (Bild 8.15). Im Bereich A (Länge  $l_A$ ) findet kein Schüttgutaustrag statt: der Gurt rutscht unter dem Schüttgut durch. Im Bereich B (Länge  $l_B$ ) steigt die Grenzlinie geradlinig bis zur Unterkante des Trichters an (Neigung der Grenzlinie zum Fördergurt  $\gamma$ ), und im Bereich C (Länge  $l_C$ ) verläuft sie horizontal, d.h. entlang der Trichterunterkante.

Die Längen der drei

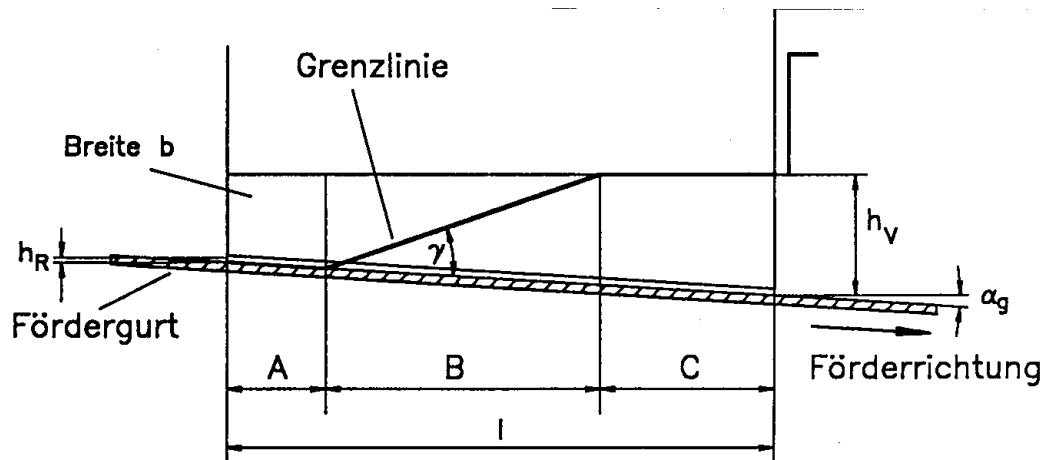


Bild 8.15: Unterteilung der Grenzlinie in drei Abschnitte

Abschnitte  $l_A$ ,  $l_B$  und  $l_C$  lassen sich beliebig variieren, so daß z.B. ein Schüttgutaustrag nur aus dem hinteren Silobereich durch  $l_A = 0$  und  $l_C > l_B$  dargestellt wird.

Für jeden der drei Bereiche wird ein Kräftegleichgewicht aufgestellt, um die Kraft  $F_h$  zu berechnen, die der Fördergurt in dem jeweiligen Abschnitt aufbringen muß. Um zu berechnen, welcher der möglichen Verläufe der Grenzlinie sich tatsächlich einstellt, wird das aus der Bodenmechanik [81] bekannte "Prinzip der kleinsten Sicherheit" herangezogen. Dieses Prinzip besagt, daß sich in einem belasteten Boden eine Gleitfläche in der Form ausbildet, die zu der geringsten Tragfähigkeit des Bodens führt. Übertragen auf die Verhältnisse am Fördergurt bedeutet dieses Prinzip, daß sich die Grenzlinie im Schüttgut derart ausbildet, daß sich die kleinstmögliche Abzugskraft  $F_h$  ergibt. Bei der Berechnung des Verlaufs der Grenzlinie werden also die Längen  $l_A$ ,  $l_B$  und  $l_C$  bestimmt, die zur geringsten Abzugskraft  $F_h$  führen.

Dem Modell werden neben der Voraussetzung, daß sich die Grenzlinie durch drei geradlinige Abschnitte beschreiben läßt, die folgenden Annahmen zugrundegelegt:

- konstante Vertikalspannung  $\sigma_{va}$  an der Trichterunterkante
- konstante Schüttgutdichte  $\rho_b$
- hydrostatischer Anstieg der Vertikalspannung nach unten im Bereich der Schürzen
- gleiche Verhältnisse über der Breite des Auslaufschlitzes
- Die Horizontalspannung im Bereich der Schürzen hängt mit der mittleren Vertikalspannung über  $\lambda$  gemäß Tabelle 4.5 zusammen:  $\sigma_h = \lambda \sigma_v$ .

Im Bild 8.16 sind die Verhältnisse am Gurtförderer dargestellt. Der Fördergurt ist um den Winkel  $\alpha_g$  zur Horizontalen geneigt und muß die Kraft  $F_h$  in Bewegungsrichtung des Gurtes aufbringen, um die Reibungskräfte an der Grenzlinie zu überwinden. Im Bereich A wirkt die

Resultierende  $R_A$  auf die Grenzlinie, die dort identisch mit der Gurtoberfläche ist.  $R_A$  ist um den Reibungswinkel  $\varphi_{x,sg}$  zur Normalen auf den Gurt geneigt. In den Bereichen B und C muß die innere Reibung des Schüttgutes überwunden werden, so daß die Resultierenden  $R_B$  und  $R_C$  um  $\varphi_e$  zur Normalen der Grenzlinie geneigt sind. In den Bereichen B und C wirken weiterhin die Wandreibungskräfte  $F_{swB}$  und  $F_{swC}$  an den Schürzenwänden entgegen der Bewegungsrichtung des Schüttgutes. Das Kräftegleichgewicht in Förderrichtung ergibt:

$$F_h = R_A \sin \varphi_{x,sg} + R_B \sin(\varphi_e - \gamma) + R_C \sin(\varphi_e - \alpha_g) + F_{swB} + F_{swC} \quad (8.24)$$

Der Neigungswinkel  $\gamma$  der Grenzlinie im Bereich B zur Gurtoberfläche ergibt sich nach Bild 8.16 zu:

$$\gamma = \alpha_g + \arctan \left[ \frac{h_{Rg} + l_A \tan \alpha_g}{l_B} \right] \quad (8.25)$$

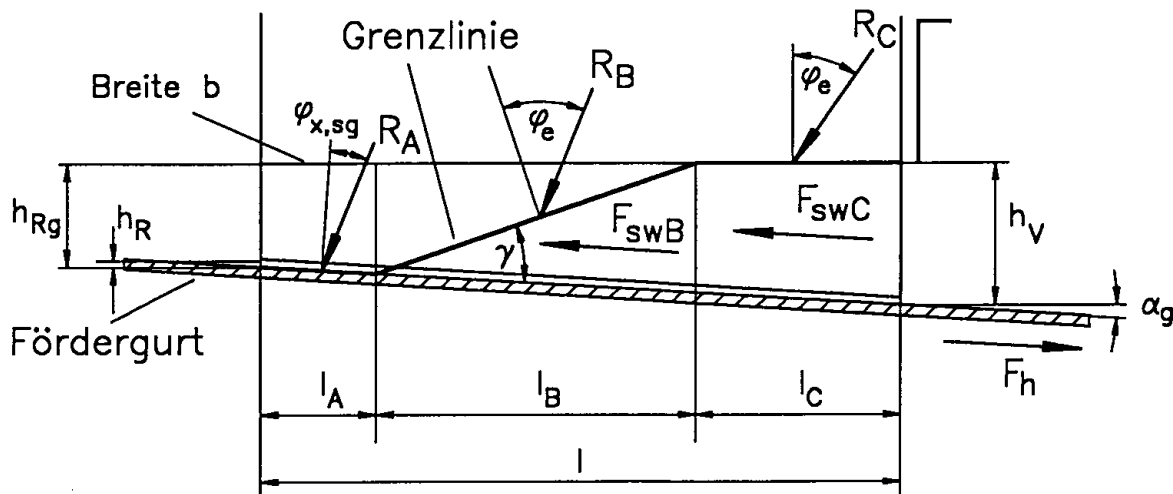


Bild 8.16: Kräfte an der bewegten Schüttgutschicht

Die Resultierenden  $R_A$ ,  $R_B$  und  $R_C$  folgen vereinfacht aus der Vertikalspannung  $\sigma_{vg}$ , den Längen der einzelnen Bereiche und den Richtungen der Resultierenden.

$$R_A = \sigma_{vg} l_A b \frac{\cos \alpha_g}{\cos \varphi_{x,sg}} \quad (8.26)$$

mit

$\sigma_{vg}$ : Vertikalspannung am Fördergurt.

$$\sigma_{vg} = \sigma_{va} + g \rho_b \left\{ h_{Rg} + \frac{1}{2} l_A \tan \alpha_g \right\} \quad (8.27)$$

$$R_B = \sigma_{vm} l_B b \frac{\cos(\gamma - \alpha_g)}{\cos(\varphi_e - \gamma + \alpha_g)} \quad (8.28)$$

mit

$\sigma_{vm}$ : mittlere Vertikalspannung im Bereich B.

$$\sigma_{vm} = \sigma_{va} + g \rho_b \left\{ h_{Rg} + \left( l_A + \frac{1}{2} l_B \right) \tan \alpha_g \right\} / 2 \quad (8.29)$$

$$R_C = \sigma_{va} l_C b / \cos \varphi_e \quad (8.30)$$

Die Reibungskraft an beiden Schürzenwänden (Reibungswinkel  $\varphi_{x,sw}$ ) ist:

$$F_{swB} = 2 \sigma_{hB} A_{swB} \tan \varphi_{x,sw} \quad (8.31)$$

mit

$A_{swB}$ : Seitenfläche der bewegten Schüttgutschicht im Bereich B (Dreiecksfläche)

$$A_{swB} = l_B \left\{ h_{Rg} + (l_A + l_B) \tan \alpha_g \right\} / 2 \quad (8.32)$$

$\sigma_{hB}$ : mittlere Horizontalspannung auf die Schürzenwand der bewegten Schüttgutschicht im Bereich B, berechnet für den Schwerpunkt der Seitenfläche  $A_{swB}$ . Es wird angenommen, daß die Horizontalspannung in der Schürze  $\sigma_h$  über das Horizontalspannungsverhältnis  $\lambda$  mit der Vertikalspannung zusammenhängt:

$$\sigma_{hB} = \lambda \left[ \sigma_{va} + g \rho_b \frac{2}{3} \left\{ h_{Rg} + \left( l_A + \frac{2}{3} l_B \right) \tan \alpha_g \right\} \right] \quad (8.33)$$

Zur Berechnung der Reibungskraft an den Schürzenwänden im Bereich C wird die bewegte Schüttgutschicht in zwei Abschnitte mit den Seitenflächen  $A_{swCo}$  und  $A_{swCu}$  aufgeteilt (Bild 8.17). Die Reibungskraft  $F_{swCo}$  im oberen Bereich (an beiden Schürzenwänden) ist:

$$F_{swCo} = 2 \sigma_{hCo} A_{swCo} \tan \varphi_{x,sw} \quad (8.34)$$

mit

$A_{swCo}$ : Seitenfläche der bewegten Schüttgutschicht im oberen Teil von Bereich C (s. Bild 8.17, Rechteckfläche)

$$A_{swCo} = l_C \{h_{Rg} + (l_A + l_B) \tan \alpha_g\} \quad (8.35)$$

$\sigma_{hCo}$ : mittlere Horizontalspannung auf die Schürzenwand der bewegten Schüttgutschicht im oberen Teil von Bereich C, berechnet für den Mittelpunkt der Seitenfläche  $A_{swCo}$ :

$$\sigma_{hCo} = \lambda \left[ \sigma_{va} + g \rho_b \{h_{Rg} + (l_A + l_B) \tan \alpha_g\} / 2 \right] \quad (8.36)$$

Die Reibungskraft  $F_{swCu}$  im unteren Bereich C (an beiden Schürzenwänden) ist:

$$F_{swCu} = 2 \sigma_{hCu} A_{swCu} \tan \varphi_{x,sw} \quad (8.37)$$

mit

$A_{swCu}$ : Seitenfläche der bewegten Schüttgutschicht im unteren Teil von Bereich C (s. Bild 8.17, Dreiecksfläche)

$$A_{swCu} = \frac{1}{2} l_C^2 \tan \alpha_g \quad (8.38)$$

$\sigma_{hCu}$ : mittlere Horizontalspannung auf die Schürzenwand der bewegten Schüttgutschicht im unteren Teil von Bereich C, berechnet für den Schwerpunkt der Seitenfläche  $A_{swCu}$ :

$$\sigma_{hCu} = \lambda \left[ \sigma_{va} + g \rho_b \left\{ h_{Rg} + (l_A + l_B + \frac{1}{2} \frac{2}{3} l_C) \tan \alpha_g \right\} / 2 \right] \quad (8.39)$$

Die gesamte Reibungskraft  $F_{swC}$  an den Schürzenwänden im Bereich C ist:

$$F_{swC} = F_{swCo} + F_{swCu} \quad (8.40)$$

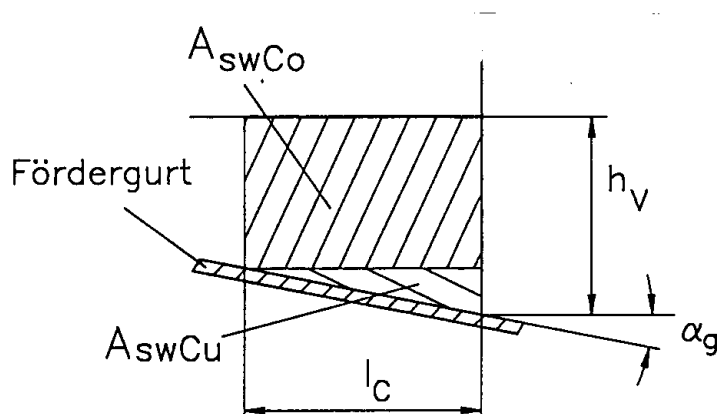


Bild 8.17: Aufteilung der Schüttgutschicht im Bereich C

Damit sind alle Kräfte auf der rechten Seite von Glg.(8.24) bekannt und die Abzugskraft kann für beliebige Kombinationen der Längen  $l_A$ ,  $l_B$  und  $l_C$  berechnet werden. Zu diesem Zweck wurde ein Rechenprogramm erstellt, das für eine gegebene Auslaufgeometrie und vorgegebene Schüttguteigenschaften die Abzugskraft  $F_h$  für unterschiedliche Verläufe der Grenzlinie berechnet und denjenigen Verlauf findet, der die niedrigste Abzugskraft ergibt. Nach dem "Prinzip der kleinsten Sicherheit" ist dieser Verlauf derjenige, der sich tatsächlich einstellen wird. Weiterhin liefert die Berechnung die Größe der Abzugskraft genauer als die im Abschnitt 7.3 angegebene Gleichung, die die maximal vom Fördergurt übertragbare Kraft angibt.

Im Bild 8.18 sind Linien konstanter Abzugskraft  $F_h$  dargestellt. Die Abzugskraft  $F_h$  wurde durch Division durch den Term  $(g\rho_b b l^2)$  dimensionslos gemacht. Auf den Achsen sind die Längen  $l_A$  und  $l_B$  der Abschnitte A und B bezogen auf die Auslaufschlitzlänge  $l$  aufgetragen. Damit sind in dem Diagramm unterhalb der gestrichelten Diagonalen mögliche Kombinationen der Längen der Bereiche A und B gezeigt; die Länge des Bereiches C ergibt sich aus:

$$l_C/l = 1 - l_A/l - l_B/l \quad (8.41)$$

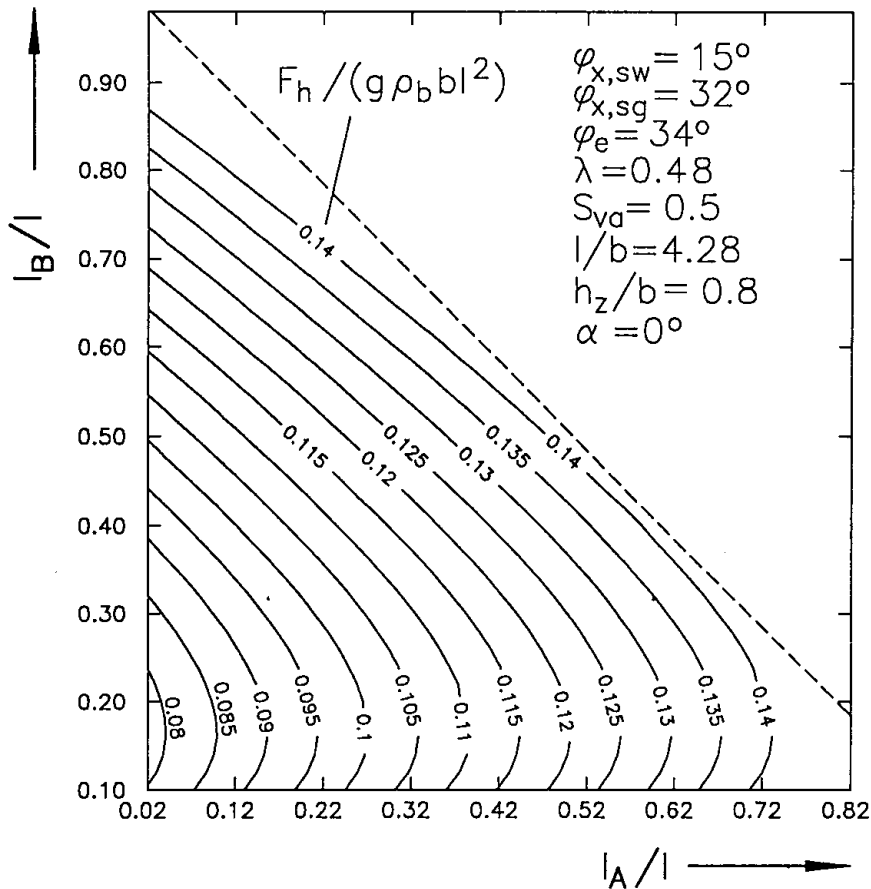


Bild 8.18: Abzugskraft  $F_h$  in Abhängigkeit der Längen  $l_A$  und  $l_B$  (Entleerungszustand)

Die geringste Abzugskraft ergibt sich aus dem Diagramm etwa für  $l_A/l \rightarrow 0$ ,  $l_B/l \approx 0.16$  (und damit  $l_C/l \approx 0.84$ ). Die für die Berechnung von Bild 8.18 gewählten Parameter entsprechen der im Bild 7.21 (Schüttgut: grober Kalkstein, KSG) für die Wandmaterialien VA/SP gemessenen Kurve: Der Schüttgutaustrag findet sowohl nach den Messungen als auch nach der Rechnung vor allem im hinteren Silobereich statt ( $l_A/l \rightarrow 0$ ;  $l_C \gg 0$ ). Zum Vergleich sind im Bild 8.19 die für die Verhältnisse von Bild 7.21 gemessenen und berechneten Verläufe (Kombinationen SP/VA und VA/SP) der Grenzlinien eingezeichnet. Im Bild 8.20 sind die entsprechenden Kurven für die Messungen mit Kunststoffpellets (PP) dargestellt. Die Tendenz der Verläufe wird von dem Modell qualitativ richtig beschrieben, d.h. es kann vorhergesagt werden, ob das Schüttgut vorn oder hinten ausgetragen wird. Der genaue Verlauf der Grenzlinie wird dagegen zum Teil nur unzureichend beschrieben (z.B. Bild 8.19, Kombination

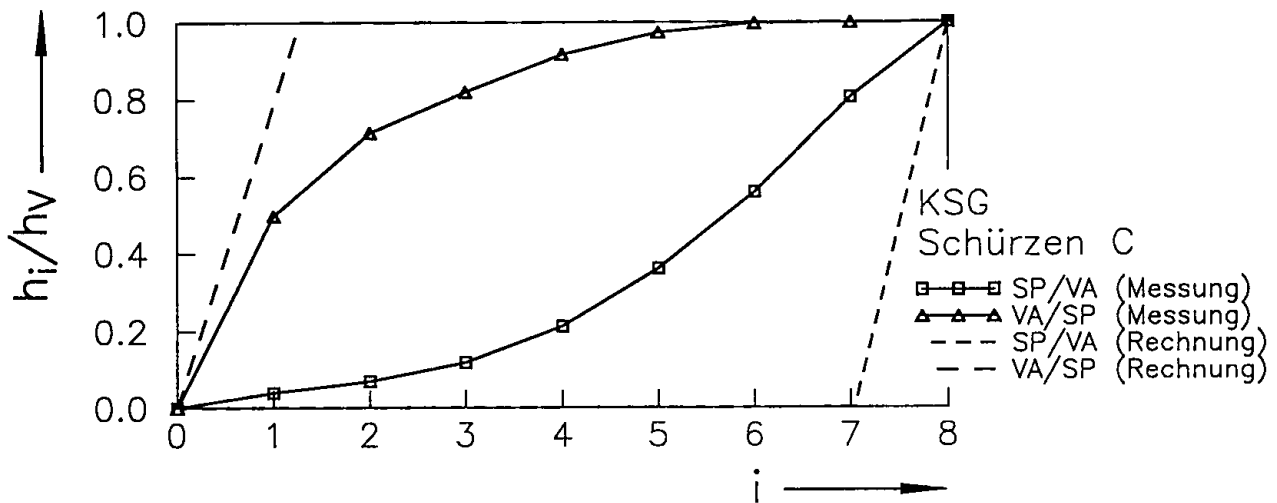


Bild 8.19: Gemessene und berechnete Grenzlinien (KSG, Parameter wie Bild 7.21)

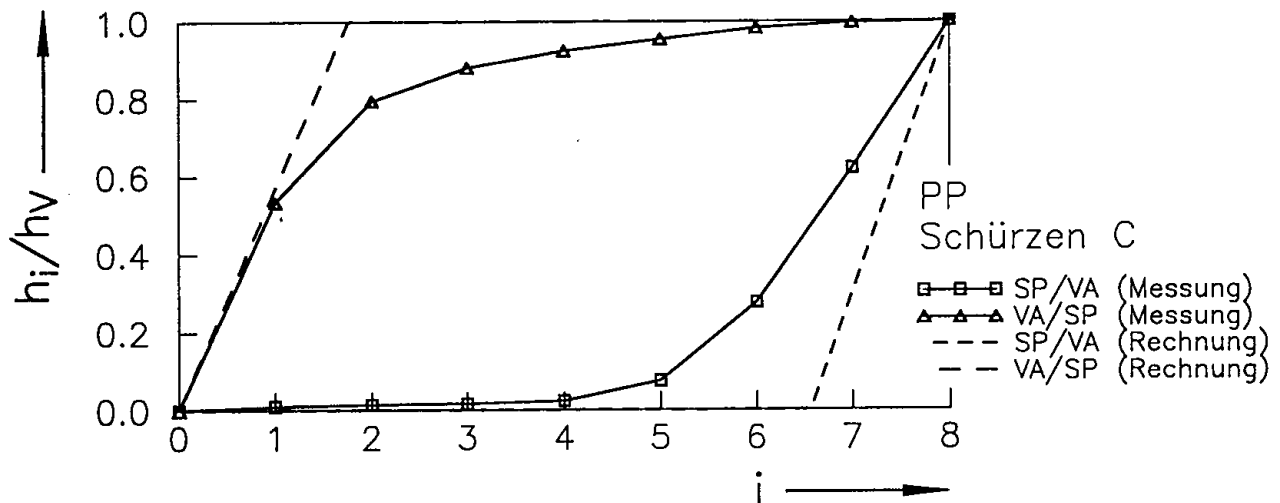


Bild 8.20: Gemessene und berechnete Grenzlinien (PP, Parameter wie Bild 7.22)



SP/VA). Weitere Vergleiche zwischen berechneten und gemessenen Werten zeigten, daß die Aussagesicherheit bezüglich des Ortes, wo das Schüttgut ausgetragen wird, schlechter wird, um so ähnlicher die Reibungswinkel an Gurt und Schürze sind (z.B. Kombinationen VA/VA und SP/SP). Für diese Kombinationen wurden auch bei den im Abschnitt 7.4.2 beschriebenen Messungen zum Teil gegenläufige Tendenzen festgestellt.

Da das "Prinzip der kleinsten Sicherheit" die Vorgänge im Auslaufbereich tendenziell beschreiben kann, wurde mit dem Modell qualitativ der Einfluß einzelner Parameter auf das Austragverhalten untersucht. Im Bild 8.21 ist die Abzugskraft  $F_h$  wie im Bild 8.18 dimensionslos aufgetragen. Im Unterschied zu Bild 8.18 wurde die dimensionslose Auflast  $S_{va} = \sigma_{va}/(g\rho_b b)$  gleich 5 gesetzt, was größenordnungsmäßig den Spannungen im Füllzustand entspricht, während Bild 8.18 mit  $S_{va} = 0.5$  die Verhältnisse im Entleerungszustand beschreibt. Die Kurven konstanter Abzugskraft haben im Bild 8.21 einen anderen Verlauf als im Bild 8.18, und die minimale Abzugskraft ergibt sich etwa für  $l_A/l = 0.64$  und  $l_B/l = 0.36$  ( $l_C/l = 0$ ). Das bedeutet, daß der Schüttgutabzug direkt nach dem Füllzustand im vorderen Silobereich stattfindet und mit sinkender Vertikalspannung am Auslaufsclitz nach hinten wandert. Somit kann sich im gesamten Trichter der Spannungszustand des Entleerens einstellen, auch wenn das Austragorgan im Entleerungszustand nur Schüttgut von hinten abzieht. Dieses entspricht den Vermutungen, die im Abschnitt 8.1 (Erläuterung von Bild 8.7) angestellt wurden: Mit zunehmender Vertikalspannung am Auslaufsclitz wird  $\gamma_{min}$  größer, so daß für bestimmte Parameterkombinationen unterhalb des Auslaufsclitzes keine hinreichend kleinen Werte für  $\gamma$  erreicht werden können, die für einen Schüttgutaustrag von hinten notwendig wären.

Im Bild 8.13 (Abschnitt 8.1) wurde der Verlauf des Winkels  $\gamma_{min}$  bei unterschiedlichen Reibungswinkeln an der Schürze aufgezeichnet. Für die entsprechenden Parameterkombinationen wurden die Grenzlinien berechnet, wobei ein Auslaufsclitz mit  $l/b = 4$  vorausgesetzt wurde (Bild 8.22). Im Bild 8.22 ergibt sich für die Reibungswinkel  $\varphi_{x,sw} \leq 20^\circ$  ein Schüttgutabzug aus dem hinteren Silobereich, für größere Reibungswinkel aus dem vorderen Silobereich. Dieses Ergebnis deckt sich bis auf das Ergebnis für  $\varphi_{x,sw} = 20^\circ$  mit den im Abschnitt 8.1 angestellten Vermutungen: Ein Schüttgutaustrag von hinten ist nur möglich, wenn die Reibung an den Schürzen gering genug ist und sich ein Winkel  $\gamma = 0^\circ$  im Bereich der Schürzen einstellen kann. Die unterschiedliche Aussage für  $\varphi_{x,sw} = 20^\circ$  dürfte zum einen auf die vereinfachenden Annahmen für das Modell (z.B. Verlauf der Grenzlinie zusammengesetzt aus Geradenabschnitten) zurückzuführen sein, zum anderen darauf, daß mit dem Modell die Verhältnisse im gesamten Auslaufbereich betrachtet werden, während die Berechnungen am Spannungskreis im Abschnitt 8.1 sich nur auf eine Stelle unterhalb des Auslaufsclitzes beziehen. Ähnliche Resultate wie bei der Variation des Reibungswinkels  $\varphi_{x,sw}$  erhält man bei Variation des

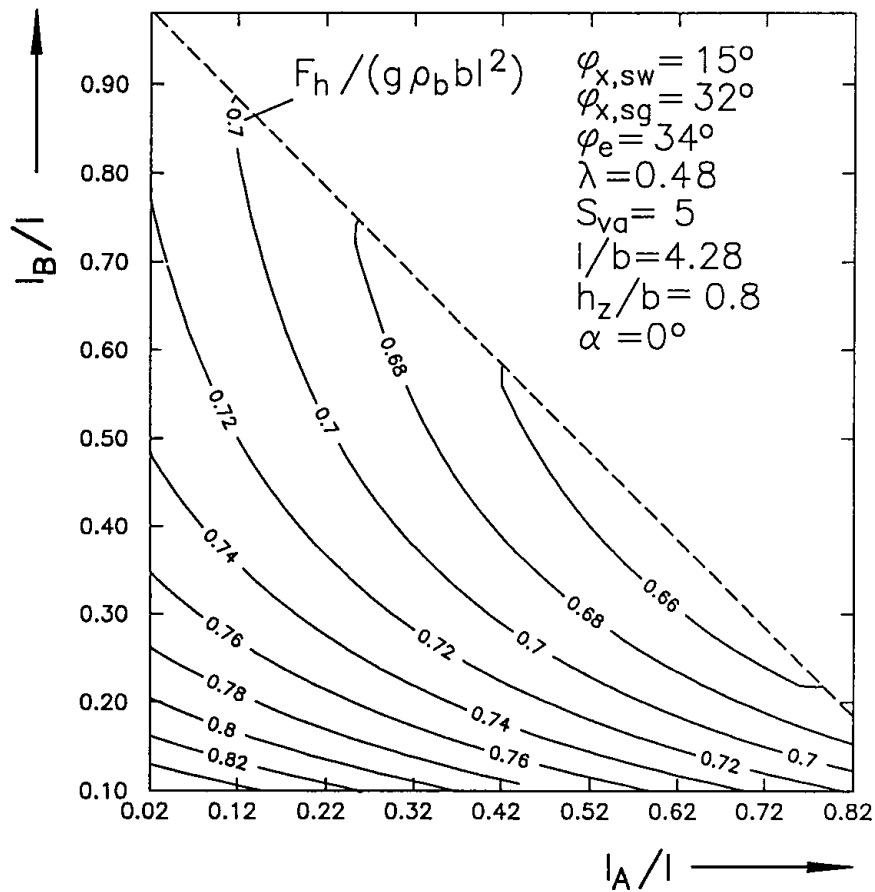


Bild 8.21: Abzugskraft  $F_h$  in Abhängigkeit der Längen  $l_A$  und  $l_B$  (Füllzustand)

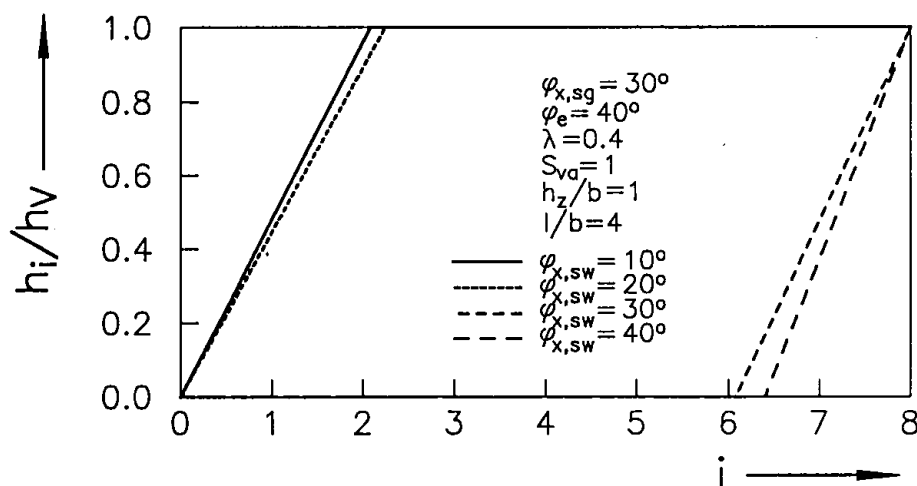


Bild 8.22: Grenzlinien bei unterschiedlichen Reibungswinkeln an den Schürzenwänden  $\varphi_{x,sw}$  ( $h_v = h_z$ )

Verhältnisses  $\sigma_h/\sigma_v$  (Horizontalspannung/Vertikalspannung), das genau wie der Tangens des Reibungswinkels  $\varphi_{x,sw}$  linear in die Berechnung der Reibungskräfte an den Schürzen eingeht (Gln.(8.34) bis (8.39)). Für die Berechnungen wurde  $\sigma_h/\sigma_v$  gleich dem Horizontallastverhältnis  $\lambda$  für einachsige Verdichtung gemäß Tabelle 4.5 gesetzt, jedoch läßt sich das tatsächlich wirkende Horizontallastverhältnis durch die Formgebung der Schürzen beeinflussen: Nimmt der Abstand der Schürzen voneinander in Förderrichtung zu, so wird sich ein eher kleinerer Wert für  $\sigma_h/\sigma_v$  einstellen, während eine Konvergenz in Förderrichtung zu einer Zunahme des Verhältnisses  $\sigma_h/\sigma_v$  führt (diesen Effekt betrachtete auch Rademacher [24]).

Im Bild 8.23 sind die Grenzlinien dargestellt, die sich für unterschiedliche effektive Reibungswinkel  $\varphi_e$  einstellen. Die gewählten Parameter gleichen denen im Bild 8.14 (Abschnitt 8.1, S.163). Während das Schüttgut bei kleinen effektiven Reibungswinkeln  $\varphi_e$  (im Fall der hier vorgegebenen übrigen Parameter) aus dem hinteren Silobereich ausgetragen wird, findet bei großen Werten für  $\varphi_e$  der Schüttgutaustrag im vorderen Silobereich statt: Der Fördergurt ist bei großen  $\varphi_e$  nicht in der Lage, die erforderliche Schubspannung aufzubringen, um das Schüttgut über der gesamten Auslaufschlitzlänge  $l$  in sich zu scheren, so daß das Schüttgut im hinteren Silobereich auf dem Fördergurt rutscht. Das entsprechende Ergebnis zeigte Bild 8.14 im Abschnitt 8.1: Bei großen effektiven Reibungswinkeln  $\varphi_e$  wird bei diesem Beispiel der Wert  $\gamma_{\min} = 0^\circ$  unterhalb der Auslauföffnung nicht erreicht. Der Bereich der Winkel  $\varphi_e$ , bei denen  $\gamma_{\min} = 0^\circ$  erreicht wird, ist im Bild 8.14 etwa  $\varphi_e < 36^\circ$ , während sich entsprechend der Lage der Grenzlinie bis zu Werten von etwa  $\varphi_e = 41^\circ$  ein Schüttgutaustrag von hinten ergab. Der Unterschied dürfte in den Vereinfachungen zur Berechnung der Grenzlinie liegen.

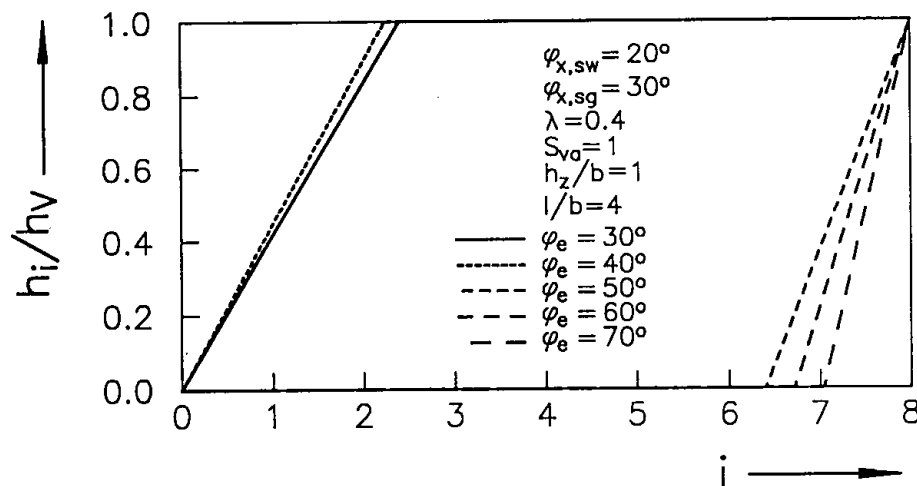


Bild 8.23: Grenzlinien bei unterschiedlichen effektiven Reibungswinkeln  $\varphi_e$  ( $h_v = h_z$ )

Sowohl im Bild 8.22 als auch im Bild 8.23 fällt auf, daß der Austrag je nach Wahl von  $\varphi_e$  bzw.  $\varphi_{x,sw}$  entweder nur hinten oder nur vorn stattfindet. Ab einem bestimmten Wert  $\varphi_e$  bzw.  $\varphi_{x,sw}$  "springt" der geneigte Bereich der Grenzlinie von hinten nach vorn. In der Nähe der "Sprungstellen" kann schon eine geringe Veränderung eines Parameters das Austragverhalten stark verändern.

Neben dem Verlauf der Grenzlinie liefert das Modell die notwendige Abzugskraft  $F_h$ . Im Abschnitt 7.3 (S.128 ff.) wurde die maximal mögliche Abzugskraft mit Hilfe des Reibungswinkels  $\varphi_{x,sg}$  berechnet. Nach dem "Prinzip der kleinsten Sicherheit" bildet sich die Grenzlinie derart aus, daß sich die kleinste Abzugskraft  $F_h$  ergibt, d.h. wenn eine geringere Abzugskraft ausreicht, um das Schüttgut unter einer Grenzlinie im Schüttgut zu bewegen, als es der voll mobilisierten Reibungskraft auf dem Fördergurt entspricht, so ist die tatsächliche Abzugskraft kleiner als die im Abschnitt 7.3 berechnete Maximalkraft. Die Messungen der Abzugskraft (Abschnitt 7.3) bestätigen diesen Sachverhalt: Die gemessenen Abzugskräfte sind ausnahmslos kleiner oder gleich der maximalen Abzugskraft.

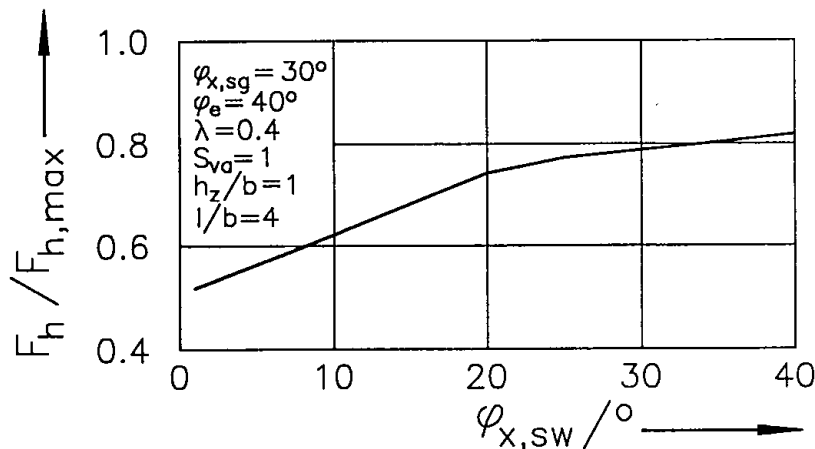


Bild 8.24: Bezogene Abzugskraft  $F_h / F_{h,max}$  in Abhängigkeit vom Reibungswinkel an den Schürzenwänden  $\varphi_{x,sw}$

Die Abzugskraft läßt sich wie die zu erwartende Grenzlinie mit den angegebenen Gleichungen berechnen. An dieser Stelle soll nur an zwei Beispielen gezeigt werden, wie die Abzugskraft von den übrigen Parametern abhängt. In den Bildern 8.24 und 8.25 sind die Abzugskräfte  $F_h$  bezogen auf die maximal möglichen Abzugskräfte  $F_{h,max}$  (berechnet nach Glg.(7.4)) dargestellt. Für Bild 8.24 wurden die Parameter von Bild 8.22 zugrundegelegt, d.h. der Wandreibungswinkel an der Schürzenwand wurde variiert, und im Bild 8.25 wurde entsprechend Bild 8.23 der effektive Reibungswinkel variiert. Die Abzugskraft steigt sowohl mit zunehmendem  $\varphi_{x,sw}$  als auch mit zunehmendem  $\varphi_e$  an. Gleichzeitig wird das Schüttgut entsprechend den

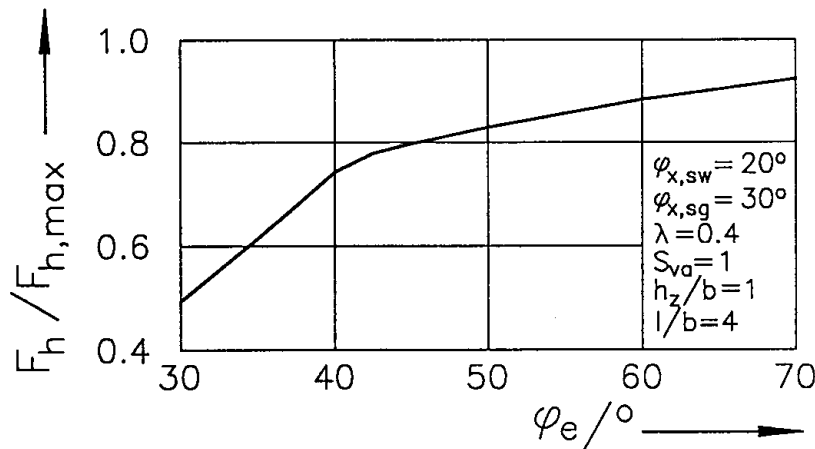


Bild 8.25: Bezogene Abzugskraft  $F_h / F_{h,max}$  in Abhängigkeit vom effektiven Reibungswinkel  $\varphi_e$

Bildern 8.22 und 8.23 zunehmend aus dem vorderen Silobereich ausgetragen, d.h. das Schüttgut gleitet über eine zunehmende Länge  $l_A$  auf dem Fördergurt, so daß man den Verhältnissen, die zur Berechnung von  $F_{max}$  vorausgesetzt wurden (Glg.(7.4)), immer näher kommt: Das Verhältnis  $F_h / F_{h,max}$  nähert sich dem Wert 1. Bei kleinen Reibungswinkeln an der Schürze  $\varphi_{x,sw}$  und/oder kleinen effektiven Reibungswinkeln  $\varphi_e$  ist es für das Schüttgut leichter, eine Grenzlinie im Schüttgut auszubilden, zumal da mit zunehmendem Abstand vom Gurt im Entleerungszustand die Vertikalspannung abnimmt und somit auch die zu überwindende Schubspannung kleiner wird.

### 8.3 Diskussion der Ergebnisse und Folgerungen

Die Betrachtungen am Spannungskreis (Abschnitt 8.1) und die Modellierung des Austragverhaltens nach dem "Prinzip der kleinsten Sicherheit" (Abschnitt 8.2) geben Aufschluß über die Mechanismen im Bereich zwischen Auslauföffnung und Fördergurt. Mit Hilfe der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuche konnte gezeigt werden, daß die Modelle die Verhältnisse in den meisten Fällen zumindestens qualitativ beschreiben. Dabei ist die Zuverlässigkeit der Vorhersage für die Fälle am größten, die auch im Versuch zu sehr eindeutigen Verhältnissen führen, z.B. ein rauher Fördergurt und glatte Schürzenwände. Probleme bereitet die Beschreibung von Zuständen, die auch im Versuch keine eindeutigen Ergebnisse lieferten, z.B. führten ähnliche Reibungsverhältnisse an Gurt und Schürze bei den untersuchten Schüttgütern mal zu einem Austrag von hinten und mal zu einem Austrag von vorn. Offensichtlich ist die Lage der Grenzlinie in diesen Fällen sehr empfindlich gegen kleine Änderungen der übrigen Parameter bzw. gegen ungenaue und vereinfachende Annahmen bei der Berechnung.

Der Vergleich der berechneten und gemessenen Grenzlinien zeigt weiterhin, daß die gemessenen Verläufe "runder" verlaufen als die berechneten, was zum einen an der Annahme der drei geradlinigen Abschnitte A, B und C (Bild 8.15) liegt, zum anderen dürften sich die tatsächlichen Verhältnisse unterhalb des Auslaufschlitzes über der Auslaufschlitzbreite  $b$  ändern, so daß es zu weniger scharf abgegrenzten Bereichen kommt. Die Messung der Vertikalspannung  $\sigma_v$  am Auslaufschlitz beim Entleeren (Bild 7.6, S.119) hat gezeigt, daß die Vertikalspannung in den Bereichen, wo Schüttgut ausgetragen wird, kleiner ist als in den Bereichen, wo kein Schüttgut ausgetragen wird. Wie in den Abschnitten 8.1 und 8.2 gezeigt wurde, hat die Vertikalspannung einen deutlichen Einfluß auf die Lage der Grenzlinie. Daher ist davon auszugehen, daß die Annahme der gleichmäßig verteilten Vertikalspannung ebenfalls zu Ungenauigkeiten führt. Das gleiche gilt für die Annahme der hydrostatischen Zunahme der Vertikalspannung im Bereich der Schürzen, die z.B. bei rauhen Schürzenwänden nicht erfüllt sein dürfte.

Es stellt sich die Frage, inwieweit die Beziehungen angewandt werden können, um den Bereich unterhalb der Auslauföffnung hinsichtlich eines möglichst gleichmäßigen Schüttgutaustrags zu dimensionieren. Bei der Bewertung der Versuchsergebnisse am Ende von Abschnitt 7.4.2 wurde bereits darauf hingewiesen, daß ein gleichmäßiger Schüttgutaustrag am besten ausgehend von einer Geometrie zu realisieren ist, die zu einem Abzug vor allem von hinten führt. Diese Geometrie ist anschließend so zu modifizieren, daß sichergestellt wird, daß über der gesamten Auslaufschlitzlänge Schüttgut entnommen wird, z.B. durch mehrere Schichthöhenbegrenzer mit in Förderrichtung zunehmendem Abstand zur Fördergurt, Anschlägen der Schürzenunterkanten, Neigen des Gurtes in Förderrichtung oder durch unterschiedliche Rauigkeiten der Schürzenwände. Die Berechnung der Abzugskraft ist mit den im Abschnitt 8.2 gegebenen Gleichungen ebenfalls genauer möglich als mit Glg.(7.4), die lediglich die maximal mögliche Abzugskraft angibt.

Die den Berechnungen zugrundeliegenden Parameter beeinflussen sich in ihren Auswirkungen zum Teil gegenseitig, so daß es nicht möglich ist, für alle Parameter allgemeingültige Aussagen hinsichtlich ihrer Auswirkung auf das Austragverhalten zu machen. Tabelle 8.1 zeigt zusammenfassend die tendenziellen Auswirkungen der verschiedenen untersuchten Parameter.

Parameter:	Zunahme bewirkt:	Abnahme bewirkt:
$\varphi_{x,sw}, \lambda$	eher Schüttgutaustrag von vorn	eher Schüttgutaustrag von hinten
$\varphi_{x,sg}$	eher Schüttgutaustrag von hinten	eher Schüttgutaustrag von vorn
$h_z/b$	nicht eindeutig*	nicht eindeutig*
$\varphi_e$	eher Schüttgutaustrag von vorn	eher Schüttgutaustrag von hinten
$S_{va}$	in vielen Fällen eher Schüttgutaustrag von vorn	in vielen Fällen eher Schüttgutaustrag von hinten

Tab. 8.1: Auswirkungen verschiedener Parameter auf das Austragverhalten (Auslauf: Schürzen mit Unterkante parallel zum Fördergurt)

\* Gegenüber kleinen Verhältnissen  $h_z/b$ , die zu einem ungleichmäßigen Schüttgutaustrag führen, kann eine Vergrößerung von  $h_z/b$  einen gleichmäßigeren Schüttgutaustrag bewirken.

## 9 Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden experimentelle Untersuchungen der Spannungszustände im Silo beim Füllen und Entleeren durchgeführt. Dabei stand zum einen die Frage nach der Wechselwirkung zwischen Silo und Austragorgan im Vordergrund, zum anderen wurde der Einfluß der Kompressibilität eines Schüttgütes untersucht.

Mit Hilfe eines Versuchssilos im Technikumsmaßstab und eines kleineren Modellsilos (jeweils keilförmiger Trichter) wurden die Spannungen im Füllzustand gemessen, wobei neben dem Schüttgut und der Silogeometrie die Steifigkeit der Aufhängung des Austragorgans variiert wurde. Die Ergebnisse und Vergleiche mit Berechnungsverfahren zeigten, daß sich der Füllzustand bei den verwendeten kohäsionslosen, inkompressiblen Schüttgütern (Kunststoffpellets, Kalkstein) und steif aufgehängtem Austragorgan mit dem von Motzkus [11] hergeleiteten Ansatz recht gut beschreiben läßt. Zur Modellierung der Vorgänge bei der Lagerung eines kohäsiven und kompressiblen Schüttgutes (Kalksteinmehl), das bereits während des Füllvorganges durch die Verdichtung aufgrund der mit der Füllhöhe zunehmenden Spannungen im Silo eine Abwärtsbewegung im Trichter erfährt, wurde ein physikalisches Modell erarbeitet, das die Verformung des Schüttgutes im Trichter berücksichtigt. Anhand des Modells konnten die Vorgänge im Trichter erläutert werden, wobei auch der Einfluß einer nachgiebigen Aufhängung des Austragorgans beschrieben werden kann. Das Modell erlaubt die quantitative Berechnung der Spannungen im Füllzustand für ein kompressibles Schüttgut.

Die Messungen beim Entleeren des Versuchssilos zeigten den Einfluß der Auslaufgeometrie auf das Fließprofil bzw. die Geschwindigkeitsverteilung im Silo. Die unterschiedlichen Geschwindigkeiten des Schüttgutes führen zu ungleichmäßigen Spannungsverteilungen. Am Beispiel des kompressiblen Schüttgutes konnte gezeigt werden, daß sich die Verhältnisse im Trichter (Spannungen, Geschwindigkeiten) während des Entleerens über relativ große Zeiträume ändern können, während sich bei den kohäsionslosen Schüttgütern sofort nach dem Beginn des Entleerens stationäre Verhältnisse ausbilden. Die Berechnung der Abzugskraft des Gurtförderers konnte für den Entleerungszustand anhand einer einfachen Betrachtung der Reibungsverhältnisse am Fördergurt durchgeführt werden, womit eine Obergrenze für die Abzugskraft angegeben wurde.



Mit Hilfe des kleineren Modellsilos wurden Messungen mit den kohäsionslosen Schüttgütern durchgeführt, um den Einfluß der Reibungsverhältnisse am Fördergurt und an unter dem Trichterauslauf angebrachten Schürzen, der Schüttguteigenschaften sowie der Auslaufgeometrie zu untersuchen. Die Messungen gaben Hinweise darauf, wie das Austragverhalten (gleichmäßiger/ungleichmäßiger Schüttgutabzug) von diesen Parametern bestimmt wird. Mit Hilfe von theoretischen Betrachtungen der Verhältnisse im Auslaufbereich am Mohrschen Spannungskreis konnten Aussagen über die Auswirkungen einzelner Parameter (Reibung Schüttgut/Fördergurt und Schüttgut/Schürzenwand, innere Reibung des Schüttgutes, Schürzengeometrie) hinsichtlich der Möglichkeit eines gleichmäßigen Schüttgutaustrages gemacht werden. Ein Modell zur Beschreibung des Austragverhaltens, das auf dem Kräftegleichgewicht an einer Schüttgutschicht oberhalb des Fördergurtes basiert, erlaubt eine grobe qualitative Vorhersage des Abzugverhaltens und gibt Auskunft über die erforderliche Abzugskraft des Austragorgans.

## 10 Formelverzeichnis

A	[m]	Fläche des Auslauföffnung
A	[-]	Hilfsgröße
$A_M$	[m]	Mantelfläche
$A_S$	[m]	Stirnfläche
b	[m]	Auslaufschlitzbreite
B	[-]	Hilfsgröße
B	[m]	Breite eines rechteckigen Siloschaftes (quer zur Förderrichtung)
$b_s$	[m]	Breite einer Schüttgutschicht
C	[-]	Hilfsgröße
$c_a$	[N/m]	Federsteifigkeit der Aufhängung des Austragorgans
$c_s$	[N/m]	Federsteifigkeit der Aufhängung des Silos
d	[m]	Durchmesser
D	[-]	Hilfsgröße
F	[N]	Kraft
$F_h$	[N]	Abzugskraft
$F_{va}$	[N]	Vertikalkraft an der Auslauföffnung
$F_{vg}$	[N]	Vertikalkraft am Austragorgan
g	[m/s <sup>2</sup> ]	Erdbeschleunigung
h	[m]	Höhe
$h_s$	[m]	Höhe einer Schüttgutschicht
$h_s$	[m]	Schürzenhöhe
$h_z$	[m]	Höhe in z-Richtung
$h_0$	[m]	Höhe des Trichters inkl. gedachter Trichterspitze
K	[-]	Verhältnis der Wandnormalspannung im Trichter zur mittleren Vertikalspannung; $K = \sigma_w / \sigma_v$
l	[m]	Länge des Auslaufschlitzes
$l_S$	[m]	Silolänge in Förderrichtung
m	[-]	Geometrie-Parameter: $m = 0$ : keilförmiger Trichter; $m = 1$ : axialsymmetrischer Trichter
n	[-]	Parameter zur Berechnung der Spannungen im Trichter
p	[Pa]	Druck
Q	[m <sup>3</sup> /s]	Volumenstrom
$Q_i$	[m <sup>3</sup> /s]	Teilvolumenstrom
$Q_m$	[kg/s]	Massenstrom
$Q_V$	[m <sup>3</sup> /s]	Volumenstrom unter der Trichtervorderwand
r	[m]	Radius, Deformationsradius

R	[N]	resultierende Kraft
s	[-]	Standardabweichung
S	[-]	dimensionslose Spannung
$S_{va}$	[-]	dimensionslose Spannung am Trichterauslauf
t	[m]	Tiefe
t	[s]	Zeit
T	[-]	dimensionslose Zeit
U	[m]	Umfang
V	[m <sup>3</sup> ]	Volumen
$v_i$	[-]	bezogenes Volumen
$V_i$	[m <sup>3</sup> ]	Teilvolumen
$V_{tr}$	[m <sup>3</sup> ]	Trichtervolumen
X	[-]	Hilfsgröße
Y	[-]	Hilfsgröße
$x_{50}$	[m]	Medianwert der $Q_3$ -Verteilung
z	[m]	Koordinate in vertikaler Richtung
$\Delta z_a$	[m]	Absenkung des Austragorgans gegenüber dem Silo
$\Delta z_{ac}$	[m]	Absenkung des Austragorgans gegenüber dem Silo, die keine weitere Verringerung der Vertikalspannung bewirkt
$\Delta z_p$	[m]	Absenkung des Austragorgans gegenüber der Umgebung
$\Delta z_s$	[m]	Absenkung des Silos gegenüber der Umgebung
$\alpha$	[°]	Winkel, Verformungswinkel
$\alpha_B$	[°]	Böschungswinkel
$\alpha_g$	[°]	Neigung des Austragorgans zur Horizontalen
$\beta$	[°]	Winkel
$\gamma$	[°]	Winkel zwischen Grenzlinie und Gurtoberfläche
$\epsilon$	[-]	Dehnung
$\epsilon$	[°]	Hilfswinkel
$\vartheta$	[°]	Hilfswinkel nach Motzkus
$\Theta$	[°]	Trichterneigungswinkel, gemessen gegen die Vertikale
$\Theta_F$	[°]	Grenzwinkel der Trichterneigung nach Motzkus
$\Theta_G$	[°]	Grenzwinkel der Trichterneigung für die Anwendung der Glgn. von Walters
$\Theta_J$	[°]	Grenzwinkel der Trichterneigung nach Wilms
$\lambda$	[-]	Horizontallastverhältnis bei einachsiger Verdichtung
$\lambda_F$	[-]	Spannungsverhältnis bei Motzkus

$\lambda_i$	[-]	Verhältnis der Horizontalspannung an der Trichterwand zur mittleren Vertikalspannung
$\lambda_{iF}$	[-]	Spannungsverhältnis bei Motzkus
$\lambda_S$	[-]	Horizontallastverhältnis an der Trichterstirnwand
$\lambda_o$	[-]	Ruhedruckbeiwert der Bodenmechanik
$\mu$	[-]	Reibungskoeffizient
$\mu_F$	[-]	Spannungsverhältnis bei Motzkus
$\mu_{iF}$	[-]	Spannungsverhältnis bei Motzkus
$\rho_b$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Schüttgutdichte
$\Delta\rho$	[kgm <sup>-3</sup> Pa <sup>-1</sup> ]	Parameter zur Beschreibung der Dichteänderung in Abhängigkeit von der Verdichtungsspannung
$\sigma$	[Pa]	Spannung
$\sigma_c$	[Pa]	Schüttgutfestigkeit (Druckfestigkeit)
$\sigma_g$	[Pa]	Normalspannung am Fördergurt
$\sigma_h$	[Pa]	Horizontalspannung
$\sigma_{hS}$	[Pa]	Horizontalspannung an der Trichterstirnwand
$\sigma_m$	[Pa]	Mittlere Spannung eines Mohrschen Spannungskreises
$\sigma_r$	[Pa]	Radius eines Mohrschen Spannungskreises
$\sigma_v$	[Pa]	mittlere Vertikalspannung
$\sigma_{va}$	[Pa]	mittlere Vertikalspannung an der Trichterunterkante (Trichterauslauföffnung)
$\sigma_{ve}$	[Pa]	Endwert der Vertikalspannung in einem unendlich hohen Vertikalteil
$\sigma_{vg}$	[Pa]	mittlere Vertikalspannung am Austragorgan
$\sigma_{vs}$	[Pa]	mittlere Vertikalspannung an der Schürzenunterkante
$\sigma_{v0}$	[Pa]	mittlere Vertikalspannung an der Unterkante des Siloschaftes
$\sigma_w$	[Pa]	Wandnormalspannung
$\sigma_{wa}$	[Pa]	Wandnormalspannung an der Trichterunterkante
$\sigma_{w0}$	[Pa]	Wandnormalspannung an der Unterkante des Siloschaftes
$\sigma_o$	[Pa]	Parameter zur Beschreibung der Dichteänderung in Abhängigkeit von der Verdichtungsspannung
$\sigma_1$	[Pa]	größte Hauptspannung
$\sigma_2$	[Pa]	kleinste Hauptspannung
$\tau$	[Pa]	Schubspannung
$\tau_g$	[Pa]	Schubspannung am Fördergurt
$\tau_{wS}$	[Pa]	Schubspannung an der Trichterstirnwand
$\varphi_e$	[°]	effektiver Reibungswinkel

$\varphi_x$	[°]	Wandreibungswinkel
$\varphi_{x,sg}$	[°]	Reibungswinkel Schüttgut/Fördergurt
$\varphi_{x,sw}$	[°]	Reibungswinkel Schüttgut/Schürzenwand

## Indices:

be	beginnendes Entleeren
e	Entleeren
g	Fördergurt
h	horizontal
i	innen
max	maximal
min	minimal
o	oben
pg	kennzeichnet Ebene parallel zum Fördergurt
R	an der Silorückwand
sw	Schürzenwand
u	unten
v	vertikal
V	an der Silovorderwand
w	an der Wand
x	x-Richtung
y	y-Richtung
z	z-Richtung

## 11 Glossar

Beginnendes Entleeren	erster Schüttgutabzug nach dem Füllen eines Silos; führt den Füllzustand über in den Entleerungszustand, d.h. beim beginnenden Entleeren erfolgt der Umschlag vom aktiven zum passiven Spannungszustand.
Entleeren	Bezeichnet den Vorgang des Austragens von Schüttgut aus dem Silo.
Entleerungszustand	Spannungszustand, der sich im Trichter eines Massenflußsilos einstellt, nachdem wenigstens einmal Schüttgut abgezogen wurde. Andere Bezeichnung: passiver Spannungszustand.
Füllen	Bezeichnet den Vorgang des Einfüllens von Schüttgut in den Silo.
Füllzustand	Spannungszustand im Trichter eines Silos unmittelbar nach dem Füllen (vor dem ersten Schüttgutabzug). Andere Bezeichnung: aktiver Spannungszustand.
Grenzlinie	Theoretischer Verlauf der Fläche, entlang der im Bereich zwischen Trichterunterkante und Fördergurt die Bewegungs- umlenkung des Schüttgutes von vertikal nach horizontal (bzw. in Bewegungsrichtung des Gurtes) stattfindet.
Ideale Grenzlinie	Verlauf der Grenzlinie bei völlig gleichmäßigem Schüttgutaustrag über der Auslaufschlitzlänge; die ideale Grenzlinie hat einen geradlinigen Verlauf beginnend am Fördergurt unter der Rückwand des Trichters bis hin zur Unterkante des Schiebers an der Vorderwand des Trichters.

## 12 Literaturverzeichnis

- [1] Janssen, H.A.                   Getreidedruck in Silozellen, Z. Ver. Dt. Ing. 39 (1895), S. 1045–1049
- [2] Koenen, M.                    Berechnung des Seiten- und Bodendrucks in Silozellen, Centralblatt der Bauverwaltung 16 (1896), S. 446–449
- [3] Jenike, A.W.                  Gravity flow of bulk solids, Bulletin No 108, Utah Eng. Exp. Station, Univ. of Utah, Salt Lake City, 1961
- [4] Jenike, A.W.                  Storage and flow of solids, Bulletin No 123, Utah Eng. Exp. Station, Univ. of Utah, Salt Lake City, 1970
- [5] Walker, D.M.                  An approximate theory for pressures and arching in hoppers, Chem. Eng. Sci. 21 (1966), S. 975–997
- [6] Walker, D.M.                  A basis for bunker design, Powder Technology 1 (1967), S. 228–236
- [7] Walters, J.K.                  A theoretical analysis of stresses in silos with vertical walls, Chem. Eng. Sci. 28 (1973), S. 13–21
- [8] Walters, J.K.                  A theoretical analysis of stresses in axially-symmetric hoppers and bunkers, Chem. Eng. Sci. 28 (1973), S. 779–789
- [9] Enstad, G.G.                  A novel theory on the arching and doming in mass flow hoppers, Dissertation, Chr. Michelsen Inst., Bergen, Norwegen (1981)
- [10] Benink, E.J.                  Flow and stress analysis of cohesionless bulk materials in silos related to codes, Dissertation, Universität Twente, Enschede, Niederlande (1989)
- [11] Motzkus, U.                  Belastung von Siloböden und Auslauftrichtern durch körnige Schüttgüter, Dissertation, TU Braunschweig (1974)
- [12] Wilms, H.                    Spannungsberechnung in Silos mit der Charakteristikenmethode, Dissertation, TU Braunschweig (1983)
- [13] Häußler, U.                  Geschwindigkeits- und Spannungsfelder beim Entleeren von Silozellen, Dissertation, Universität Karlsruhe (1984)
- [14] Rombach, G.,  
Eibl, J.                        Consistent modelling of filling and discharging processes in silos, Preprints "Silos – Forschung und Praxis", Karlsruhe (1988), S. 1 – 15

- [15] Kruyt, N.P. On constitutive Relations for cohesionless granular materials, Preprints "Silos – Forschung und Praxis", Karlsruhe (1988), S. 71 – 81
- [16] DIN 1055, Teil 6 Lasten in Silozellen, Deutsche Norm, 1987
- [17] AS 3774–1990 Loads on bulk solids containers, Australian Standard, 1987
- [18] BMHB Draft code of practice for the design of silos, bins, bunkers and hoppers, British Material Handling Board (1985)
- [19] Hager, M. Untersuchungen zur Befüllung und zum Gutaustrag von Bunkern mit Abzugsbändern, Dissertation, Technische Hochschule Hannover (1965)
- [20] Geißler, D. Untersuchung zum Schüttgutaustrag aus einem Bunker mittels Schneckenförderer, Dissertation TU Dresden (1973)
- [21] Schumacher, W. Zum Förderverhalten von Bunkerabzugsschnecken mit Vollblattwendeln, Dissertation, RWTH Aachen (1987)
- [22] Reisner, W., v.Eisenhart Rothe, M. Silos und Bunker für die Schüttgutspeicherung, Trans Tech Publications, Clausthal Zellerfeld (1971)
- [23] Schwedes, J. Fließverhalten von Schüttgütern in Bunkern, Verlag Chemie, Weinheim (1968)
- [24] Rademacher, F.J.C. Reclaim power and geometry of bin interfaces in belt and apron feeders, bulk solids handling 2 (1982) 2, S. 281–294
- [25] Frese, B. Druckverhältnisse in zylindrischen Silozellen, Dissertation, TU Braunschweig (1977)
- [26] Gladen, W. Numerische Untersuchung der Lasten in Silozellen beim exzentrischen Entleeren, Dissertation, Universität Karlsruhe (1985)
- [27] Eibl, J., Häußler, U. Silodrücke beim Füllen und Entleeren, Beton- und Stahlbetonbau 5 (1986), S. 136–138, und 7 (1986), S. 189–193
- [28] Hampe, E. Silos, Band 1 (Grundlagen), VEB Verlag für Bauwesen, Berlin 1987
- [29] McLean, A.G., Arnold, P.C., Bravin, B. Eccentric discharge silo wall loads, Proc. "Reliable Flow of Bulk Solids", August 1985, Bergen, Norwegen, EFCE Publ.Ser.No 49, S.194/209



- [30] Blackler, M.J.,  
Wood, J.G.M. Structural implications of mechanically assisted silo discharge, CHISA'90 Congress, Prag, CSFR, Aug.1990
- [31] Manjunath, K.S. Interactive roles of wall pressures and feeder loads in hopper/feeder-systems, Ph.D.-Thesis, Univ. of Newcastle, Australien (1986)
- [32] Manjunath, K.S.,  
Roberts, A.W. Wall pressure-feeder load interactions in mass flow hopper/feeder combinations, bulk solids handling 6 (1986) 4, S. 769-775 und 6 (1986) 5, S. 903-911
- [33] Neuber, H. Technische Mechanik, Zweiter Teil, Springer Verlag 1971
- [34] Schwedes, J. Scherverhalten leicht verdichteter, kohäsiver Schüttgüter, Dissertation, Universität Karlsruhe 1971
- [35] Schwedes, J. Fließverhalten von Schüttgütern in Bunkern, Chem.-Ing.-Techn. 48 (1976) 4, S. 294-300
- [36] Schwedes, J.  
Wilms, H. Fließigenschaften von Schüttgütern, in: Martens, P.: Silohandbuch, Wilhelm Ernst&Sohn Verlag, Berlin, 1988
- [37] Schwedes, J. Vergleichende Betrachtungen zum Einsatz von Schergeräten zur Messung von Schüttguteigenschaften, Proc. PARTEC, Nürnberg 1979, S. 278-300
- [38] Schwedes, J.  
Schulze, D. Measurement of flow properties of bulk solids, Powder Technol. 1 (1990), S. 59/68
- [39] Molerus, O: Schüttgutmechanik, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York Tokyo 1985
- [40] Wilms, H.  
Schwedes, J. Siloausläufe, in: Martens, P.: Silohandbuch, Wilhelm Ernst&Sohn Verlag, Berlin, 1988
- [41] Wilms, H.  
Schwedes, J. Reclaim power for coal bunkers, I.Chem.E.Symp. Series No 69 (1983), S. 333-343
- [42] Roberts, A.W. Modern concepts in the design and engineering of bulk solids handling systems, TUNRA Ltd., The Univ. of Newcastle, N.S.W., Australien
- [43] Arnold, P.C.,  
McLean, A.G.  
Roberts, A.W. Bulk solids: Storage, flow and handling TUNRA Ltd., The Univ. of Newcastle, N.S.W., Australien
- [44] Schwedes, J. Entwicklung der Schüttguttechnik seit 1974, Aufbereitungstechnik 23 (1982), S.403-410

- [45] Bridge, D.T.,  
Carson, J.W. How to design efficient screw and belt feeders for bulk solids, Powder and Bulk Solids 12th Annual Conf., Rosemont, IL, May 1987
- [46] Pieper, E.  
Wenzel, F. Druckverhältnisse in Silozellen, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin 1964
- [47] Martens, P. (Hrsg.) Silohandbuch, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin 1988
- [48] Wilms, H. Criteria for evaluation of silo design codes, bulk solids handling 11 (1991) 1, S. 55–59
- [49] Harder, J. Ermittlung der Fließeigenschaften kohäsiver Schüttgüter in einer Zweiaxialbox, Dissertation, TU Braunschweig (1986)
- [50] Lohnes, R.A.,  
Bokhoven, W.H. Experimental determination of  $K_0$  stress ratios in grain, Proc. 10th Annual Powder & Bulk Solids Conf., May 1985, Rosemont, IL, USA
- [51] Lohnes, R.A.,  
Zachary, L.W. Lateral stresses in silos: theoretical and experimental considerations, Vortrag während der CHISA'90, Prag, CSFR
- [52] Nothdurft, H. Schüttgutlasten in Silozellen mit Querschnittsverengungen, Dissertation, TU Braunschweig (1975)
- [53] Kézdi, A. Erddrucktheorien, Springer Verlag Berlin 1962
- [54] Jenike, A.W. Storage and flow of solids, Bulletin No 123, Utah Eng. Exp. Station, Univ. of Utah, Salt Lake City, 1964 (revised edition 1970)
- [55] ISO TC98/SC3/WG5: Loads due to bulk materials (Draft), Karlsruhe, Sept. 1990
- [56] Jenike, A.W. Load Assumptions and distributions in silo design, Conf. on construction of concrete silos, Oslo, Norwegen, Januar 1977
- [57] Jenike, A.W.,  
Johanson, J.R.,  
Carson, J.W. Bin loads – Part 2: Concepts, Journ. of Eng. for Industry, Trans. ASME, Series B, Vol.95, No 1, Feb. 1973, S.1–5
- [58] Nilsson, L. The effect of imperfections on the pressure in grain silos, bulk solids handling 6 (1986) 5, S. 899–901
- [59] Zachary, L.W.,  
Lohnes, R.A. A confined compression test for bulk solids, Proc. 13th Annual Powder & Bulk Solids Conf., May 1988, Rosemont, IL, USA

- [60] Nielsen, J.  
Kolymbas, D. Properties of granular media relevant for silo loads, Preprints "Silos – Forschung und Praxis", Karlsruhe (1988), S. 119 – 132
- [61] Van Zanten, D.C.,  
Mooij, A. Bunker Design, Part 2: Wall pressures in mass flow, Journ. of Eng. for Industry, Trans. ASME, Nov. 1977, S.814–818
- [62] McLean, A.G. Initial stress fields in converging channels, bulk solids handling 5 (1985) 2, S. 49–54
- [63] Wilms, H. Analysis of the active stress field in hoppers, Powder Technol. 42 (1985) 1, S. 15–25
- [64] Wilms, H. Spannungsberechnung in Silos mit der Charakteristikmethode, Aufbereitungstechnik 25 (1984) 11, S. 623/633
- [65] Egerer, B. Kritische Auslaufdurchmesser bei Massenflußbunkern für kohäsive Schüttgüter, Dissertation, Univ. Erlangen–Nürnberg (1982)
- [66] Arnold, P.C.,  
McLean, A.G. An analytical solution for the stress function at the wall of a converging channel, Powder Technol. 13 (1976), S. 255–260
- [67] Arnold, P.C.,  
McLean, A.G. Improved analytical flow factors for mass–flow hoppers, Powder Technol. 15 (1976), S. 279–281
- [68] Roberts, A.W.,  
Ooms, M.,  
Manjunath, K.S. Feeder load and power requirements in the controlled gravity flow of bulk solids from mass–flow bins, Trans. I.E. Aust., Mechanical Engineering, Vol. ME9, No 1, April 1984, S. 49–61
- [69] Kaminski, M. Der Zuckerdruck in Silos mit nachgiebiger Wand oder nachgiebigem Boden, Beton– und Stahlbetonbau 2 (1987), S. 43–47
- [70] Hager, M. Untersuchungen zur Befüllung und zum Gutaustrag von Bunkern mit Abzugsbändern, Stahl und Eisen 86 (1966) 8, S. 459/465
- [71] Rademacher, F.J.C. Gestaltung von Bunkerausläufen für den Schüttgutaustrag mit Abzugsbändern, Aufbereitungstechnik 9 (1978), S. 422–427
- [72] Johanson, J.R. Storage and Flow of Solids, Three Day Working Seminar Notes, Australian Mineral Found., Adelaide, July 1976 (Quelle nicht eingesehen, Angabe nach [32])

- [73] Bruff, W. Industrisiloer, Ingeniorforlaget A/S, 1974 (Quelle nicht eingesehen, Angabe nach [32])
- [74] Schulze, D.,  
Lyle, C.,  
Schwedens, J. Meßaufnehmer zur experimentellen Ermittlung von Spannungen im Grenzbereich Schüttgut/Wand  
Prep. Silos – Forschung und Praxis, Karlsruhe, Okt. 1988, S. 333/347
- [75] Schulze, D.,  
Lyle, C.,  
Schwedens, J. A New Load Cell for Measuring Normal and Shear Stresses, Chemical Engineering & Technology 12 (1989), S. 318/323
- [76] Schulze, D.,  
Lyle, C.,  
Schwedens, J. Entwicklung und Anwendung einer 5-Komponenten-Spannungsmesszelle, Chem.-Ing.-Tech. 61 (1989) 10 S. 844/845
- [77] Schulze, D.,  
Lyle, C. Die Entwicklung einer Fünfkomponenten-Spannungsmesszelle für Spannungsmessungen an Silos, Meßtechnische Briefe 24 (1988) 2, S. 33/37
- [78] Schulze, D.,  
Lyle, C. The Development of a Five-component Stress Measuring Cell for Stress Measurements on Silos  
Reports in Appl. Measurement 4 (1988) 2, S. 34/38
- [79] Runge, J.,  
Weißgüttel, U. Ein Beitrag zur Beschreibung der Verdichtbarkeit von Schüttgütern bei Normalspannungen bis 30kPa  
Aufbereitungstechnik 3 (1989), S.138/143
- [80] Weidner, J. Überprüfung und Verbesserung eines Stoffansatzes für ruhende und schnell fließende Schüttgüter,  
Preprints "Silos – Forschung und Praxis",  
Karlsruhe (1988), S. 83 – 97
- [81] Gudehus, G. Bodenmechanik, Ferdinand Enke Verlag,  
Stuttgart (1981)

Studien- und Diplomarbeiten, die im Rahmen des Forschungsvorhabens angefertigt wurden:

- Buhendwa, B.-M.                      Einfluß der Auslaufgeometrie auf das Austragverhalten und die Belastung eines Modellgurtförderers, Exp. Diplomarbeit, 1991
- Herbst, M.                              Auswertungen von Spannungsmessungen an einem Versuchssilo, Theor. Studienarbeit, 1989
- Himmen, H.-R.                        Konstruktion eines Versuchssilos, Konstruktiver Entwurf, 1987
- Lutsche, F.                             Vergleich von Meßwerten mit Theorien zur Spannungsberechnung in Silos, Theor. Diplomarbeit, 1990
- Nowak, M.                              Berechnung und Optimierung einer Spannungsmeßzelle, Konstruktiver Entwurf, 1987
- Strusch, J.                              Ansätze zur Berechnung der Spannungen in Silos, Theor. Studienarbeit, 1989

## Anhang A

### Berechnungsverfahren nach Walters

Anwendung des Berechnungsverfahrens für Trichterneigungen  $\Theta < \Theta_G$ :

$$\Theta_G = 90^\circ - \epsilon \quad (\text{A.1})$$

$$\epsilon = 0.5 \cdot \left[ 90^\circ + \varphi_x + \arccos \left\{ \frac{\sin \varphi_x}{\sin \varphi_e} \right\} \right] \quad (\text{A.2})$$

Der in die Differentialgleichung (3.14) einzusetzende Wert für den Parameter n ergibt sich aus:

$$n = (m+1) \left[ \frac{E D}{\tan \Theta} + D - 1 \right] \quad (\text{A.3})$$

mit:

n: Geometrie-Parameter (n=0: eben; n=1: axialsym.)

$$E = \frac{\sin \varphi_e \cdot \sin(2\Theta + 2\epsilon)}{1 - \sin \varphi_e \cdot \cos(2\Theta + 2\epsilon)} \quad (\text{A.4})$$

$$D = \frac{\cos \eta (1 + \sin^2 \varphi_e) + 2 \sqrt{(\sin^2 \varphi_e - \sin^2 \eta)}}{\cos \eta \{(1 + \sin^2 \varphi_e) + 2 y \sin \varphi_e\}} \quad (\text{A.5})$$

Der Parameter y hängt von der Geometrie ab. Für die ebene Geometrie (m=0) ergibt sich:

$$y = 0.5 \left[ \sqrt{(1 - \kappa)} + \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \cdot \arcsin \sqrt{\kappa} \right] \quad (\text{A.6.a})$$

Für die axialsymmetrische Geometrie (m=1) wird y:

$$y = \frac{2}{3\kappa} \left[ 1 - (1 - \kappa)^{3/2} \right] \quad (\text{A.6.b})$$

$$\kappa = \left[ \frac{\tan \eta}{\tan \varphi_e} \right]^2 \quad (\text{A.7})$$

$$\eta = \arctan \left[ \frac{\sin \varphi_e \cdot \sin(2\Theta + 2\epsilon)}{1 + \sin \varphi_e \cdot \cos(2\Theta + 2\epsilon)} \right] \quad (\text{A.8})$$

Der Zusammenhang zwischen der Wandnormalspannung  $\sigma_w$  und der mittleren Vertikalspannung  $\sigma_v$  ergibt sich aus:

$$\sigma_w = \frac{F \cdot D}{\tan \varphi_x} \sigma_v \quad (\text{A.9})$$

mit

$$F = \frac{\sin \varphi_e \cdot \sin(2\epsilon)}{1 - \sin \varphi_e \cdot \cos(2\Theta + 2\epsilon)} \quad (\text{A.10})$$

## Anhang B

## Anordnung der Spannungsmesszellen an den Silowänden

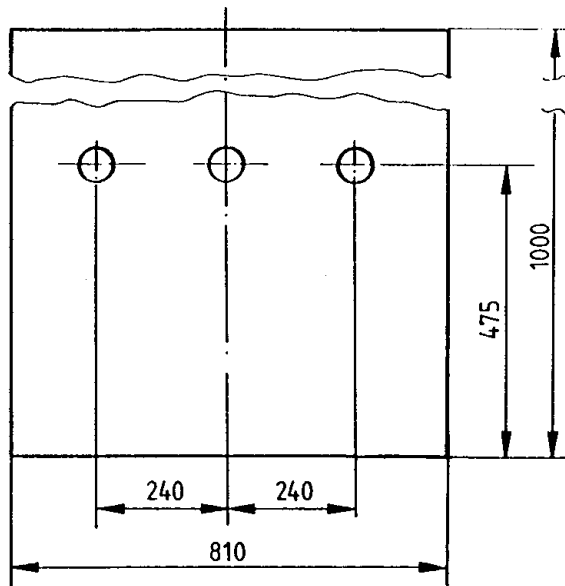
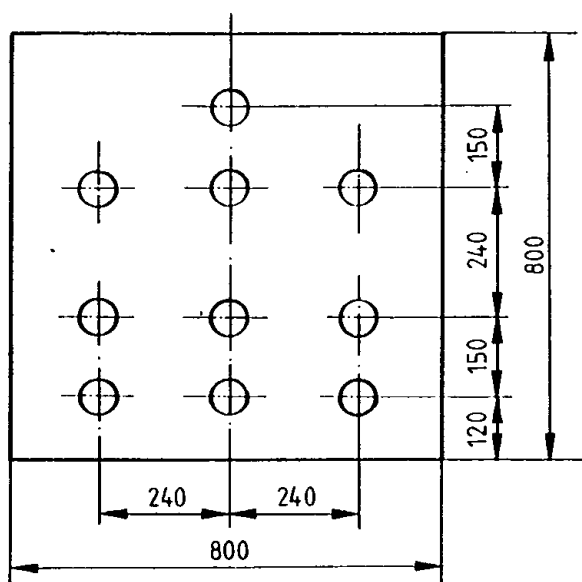


Bild B.1: Seitenwand des Schaftes (oberhalb Übergang zum Trichter)

Bild B.2: Trichterseitenwand ("kleine" Seitenwand für  $\Theta \geq 20^\circ$  bei  $b = 200$  mm)



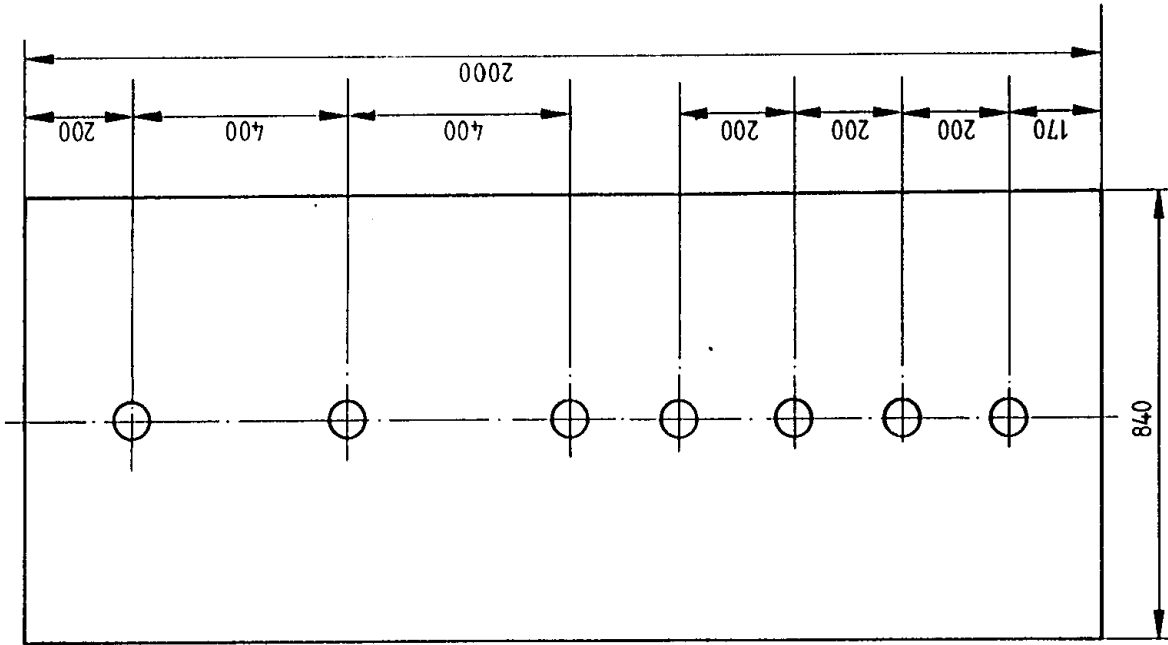


Bild B.4: Vorder- und Rückwand (direkt oberhalb Auslaufschlitz)

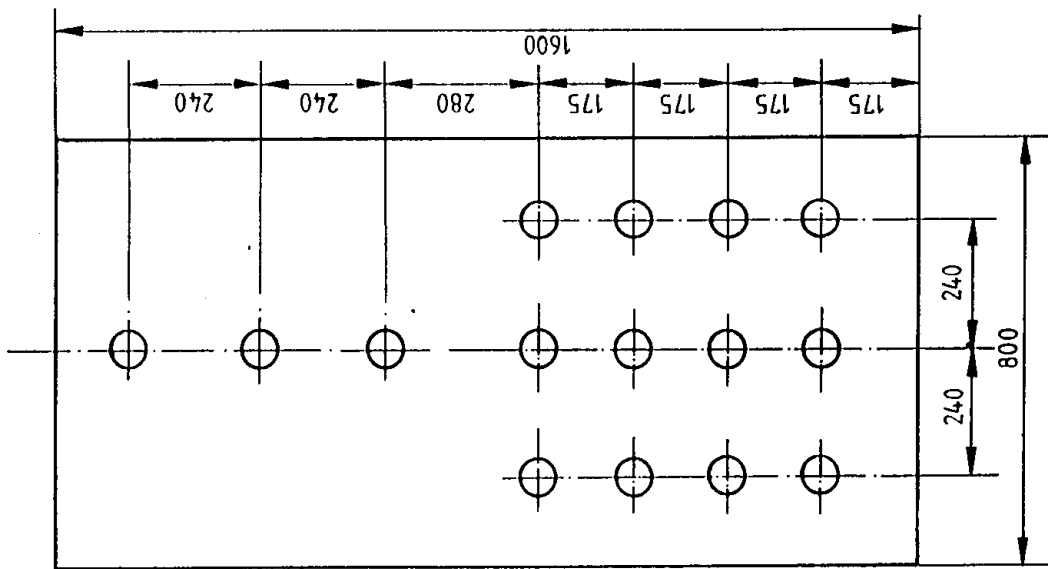
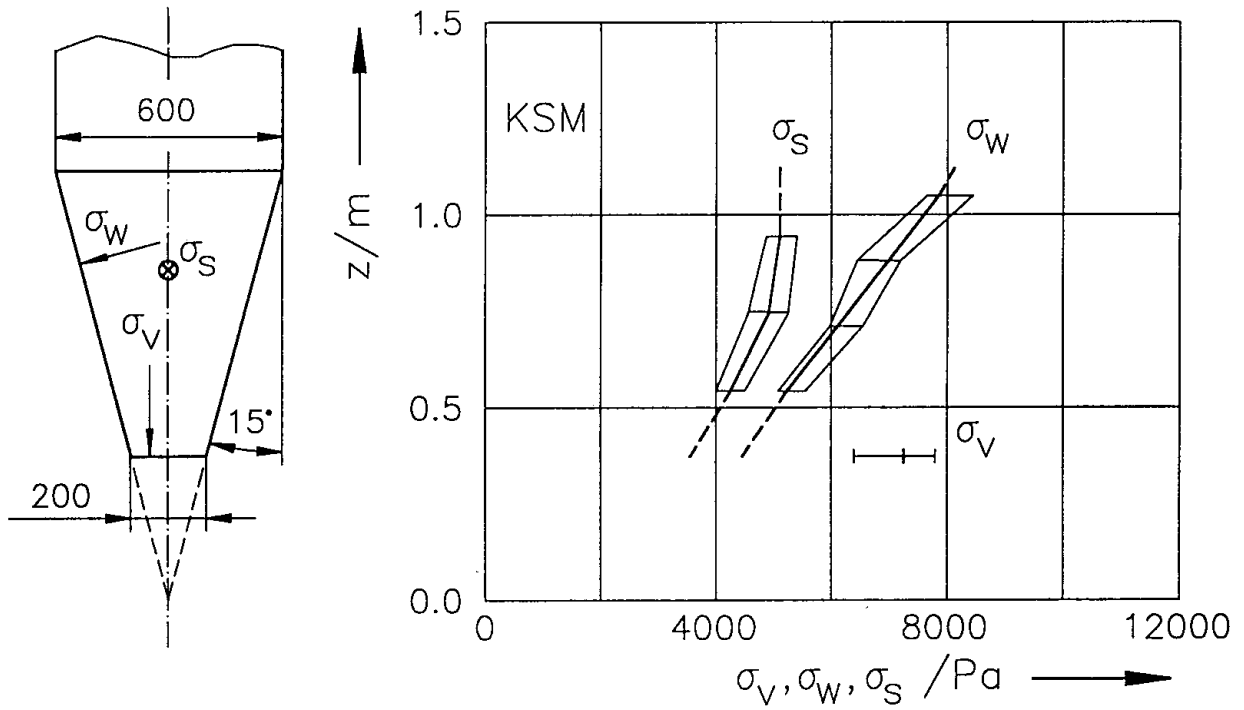
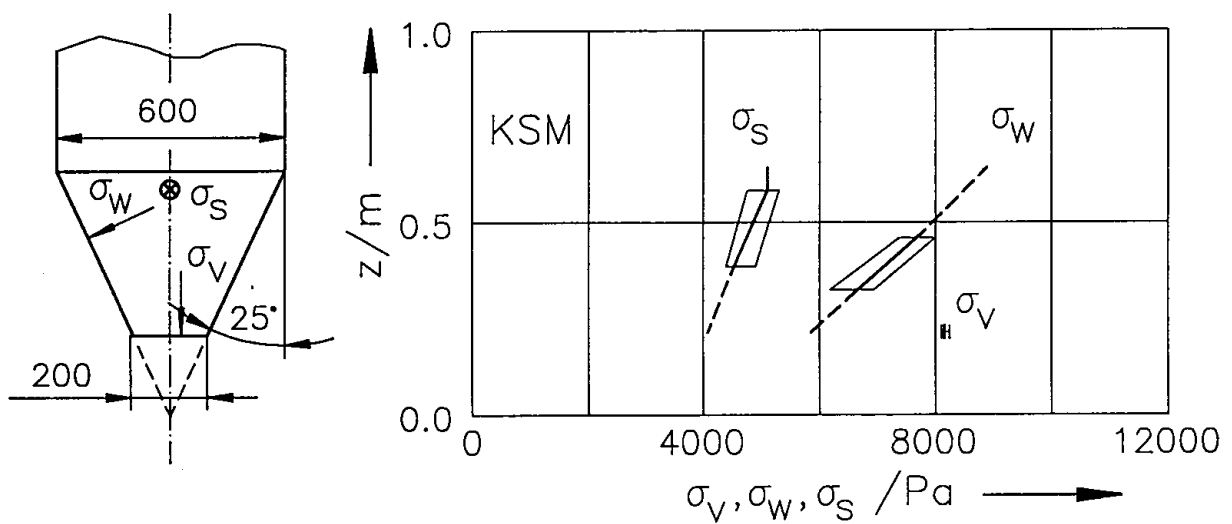


Bild B.3: Trichterseitenwand ("große" Seitenwand  
für  $\Theta < 20^\circ$  bei  $b = 200 \text{ mm}$ )

## Anhang C

## Spannungen im Füllzustand (Meßwerte)

Bild C.1: Trichterspannungen im Füllzustand (KSM,  $\Theta = 15^\circ$ )Bild C.2: Trichterspannungen im Füllzustand (KSM,  $\Theta = 25^\circ$ )

C.2

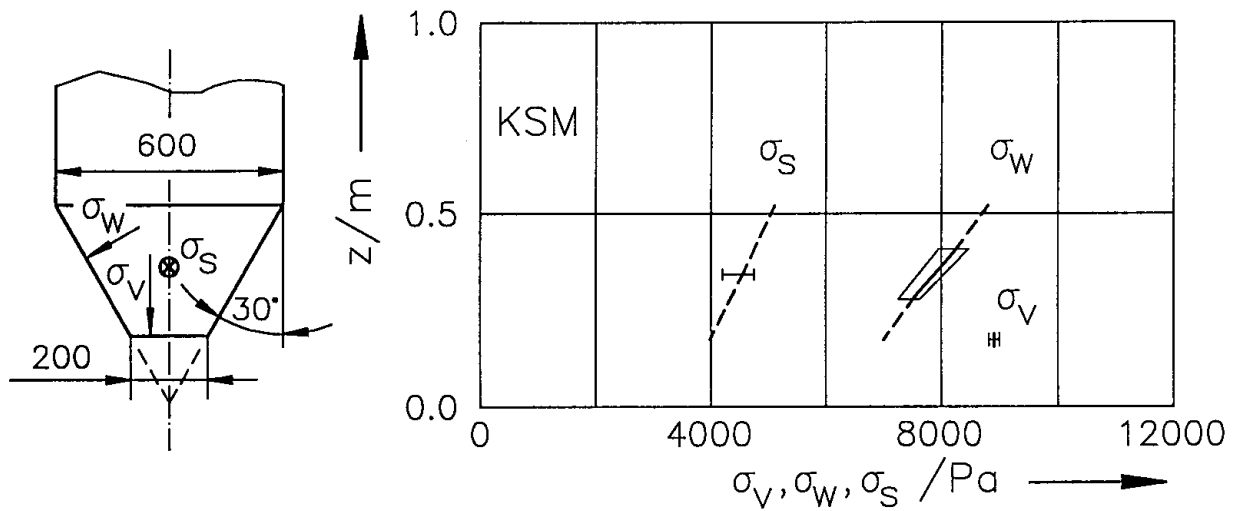


Bild C.3: Trichterspannungen im Füllzustand (KSM,  $\Theta = 30^\circ$ )

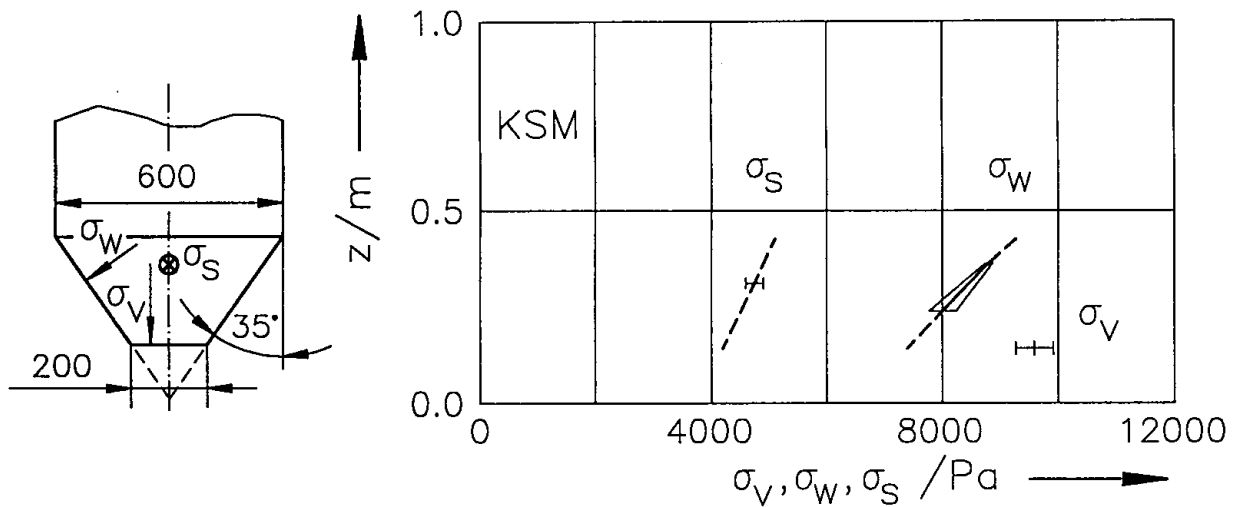


Bild C.4: Trichterspannungen im Füllzustand (KSM,  $\Theta = 35^\circ$ )

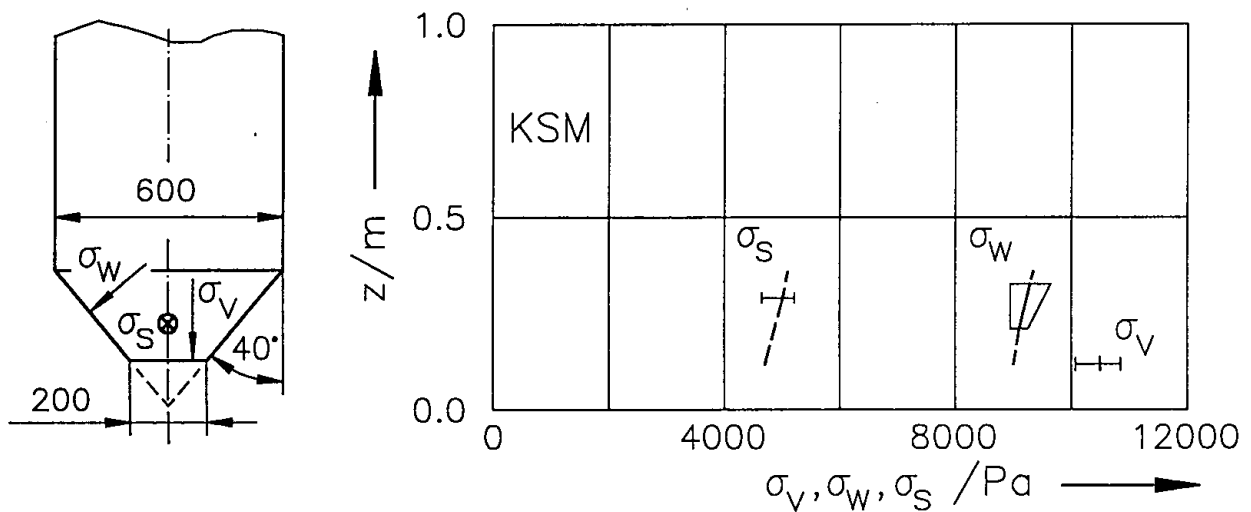
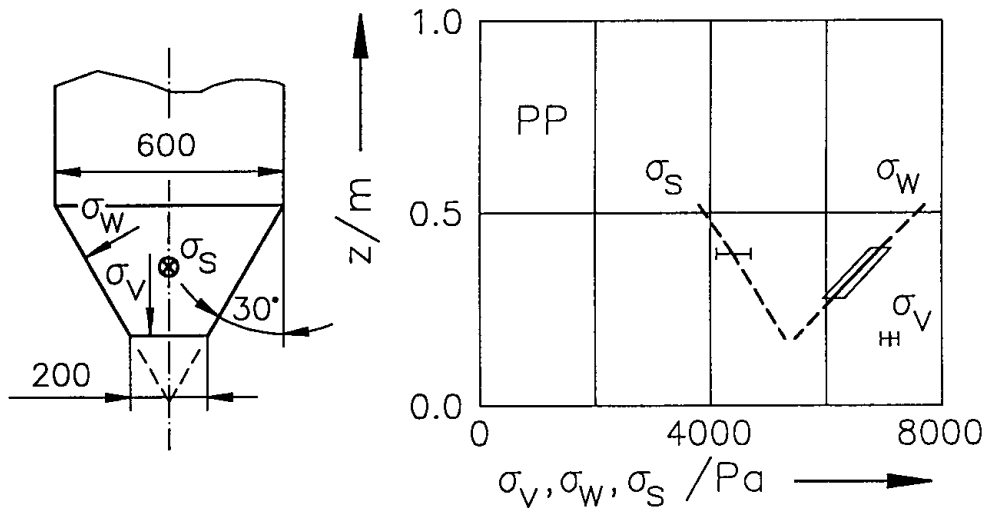
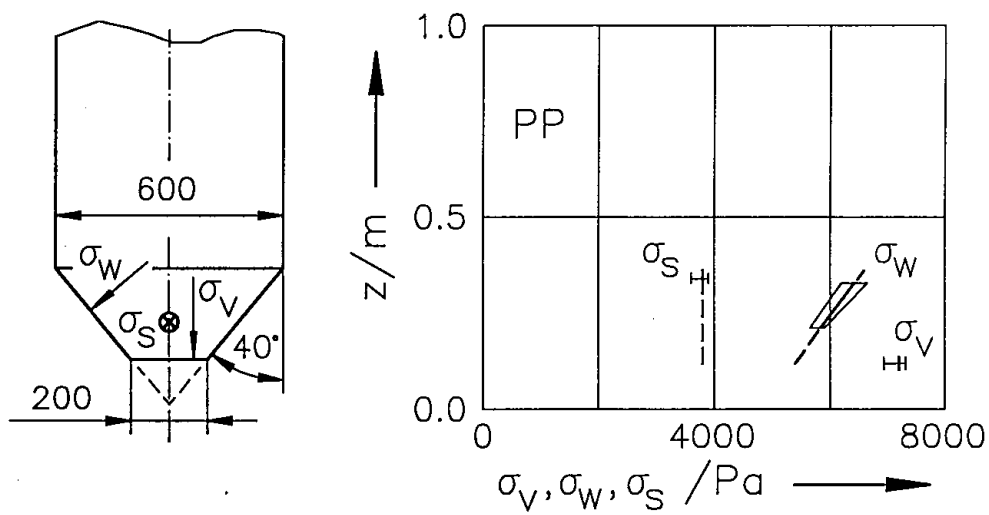


Bild C.5: Trichterspannungen im Füllzustand (KSM,  $\Theta = 40^\circ$ )

Bild C.6: Trichterspannungen im Füllzustand (PP,  $\Theta = 30^\circ$ )Bild C.7: Trichterspannungen im Füllzustand (PP,  $\Theta = 40^\circ$ )

Anhang D

Spannungen im Füllzustand (Vergleich mit Berechnungsverfahren)

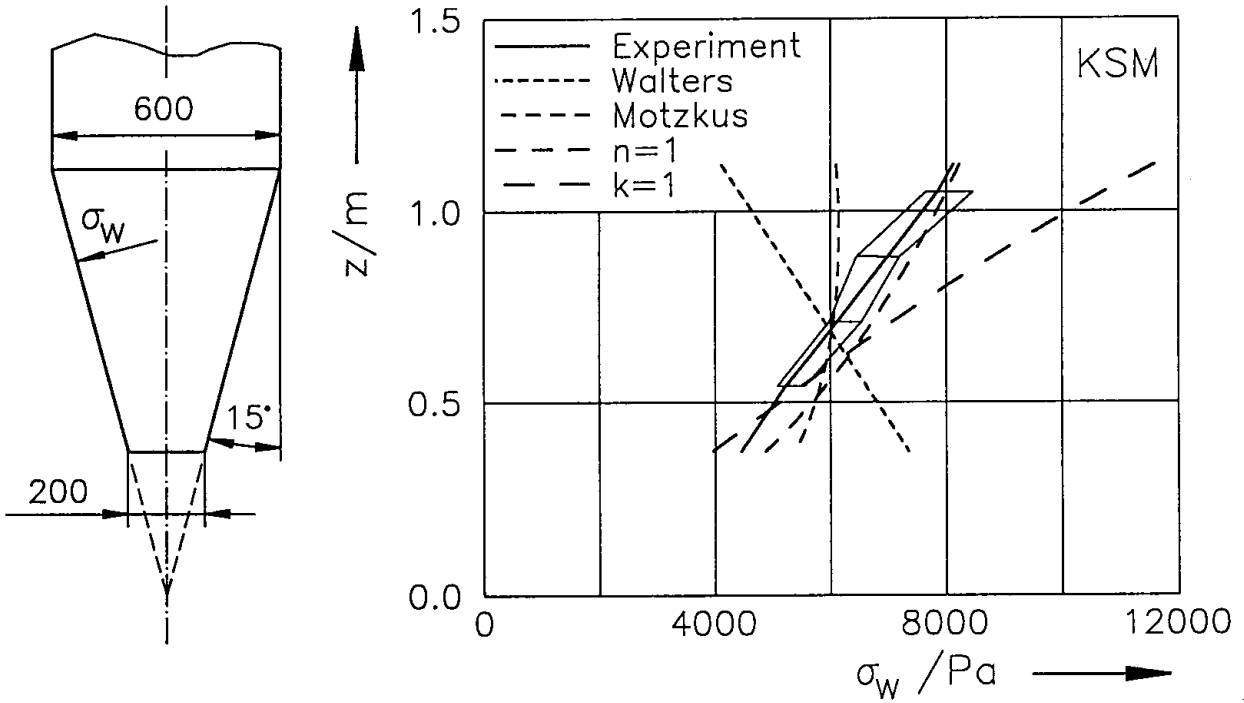


Bild D.1: Gemessene und berechnete Wandnormalspannungen im Trichter im Füllzustand (KSM,  $\Theta = 15^\circ$ )

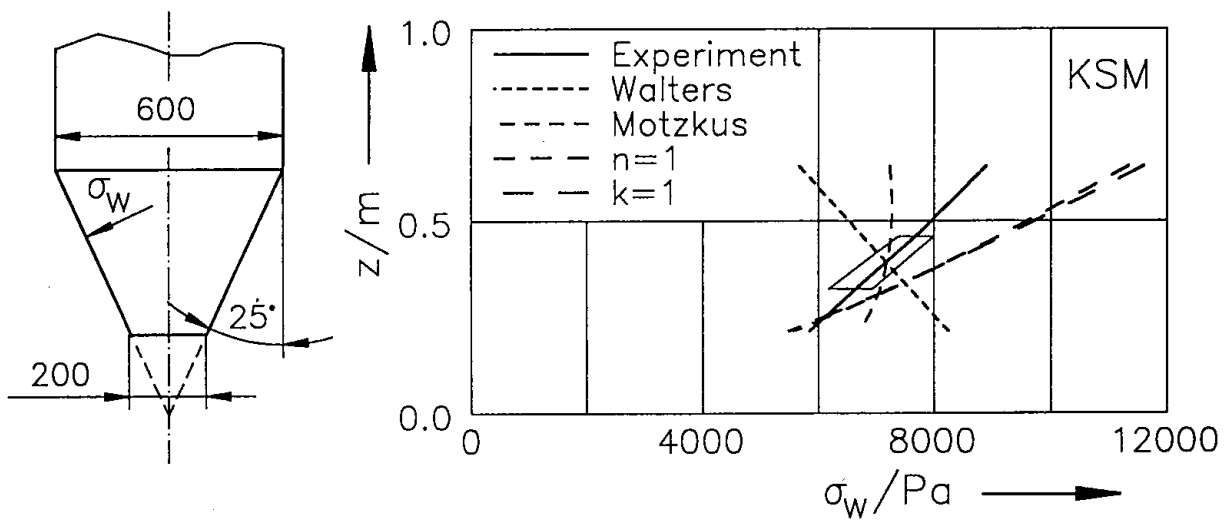


Bild D.2: Gemessene und berechnete Wandnormalspannungen im Trichter im Füllzustand (KSM,  $\Theta = 25^\circ$ )

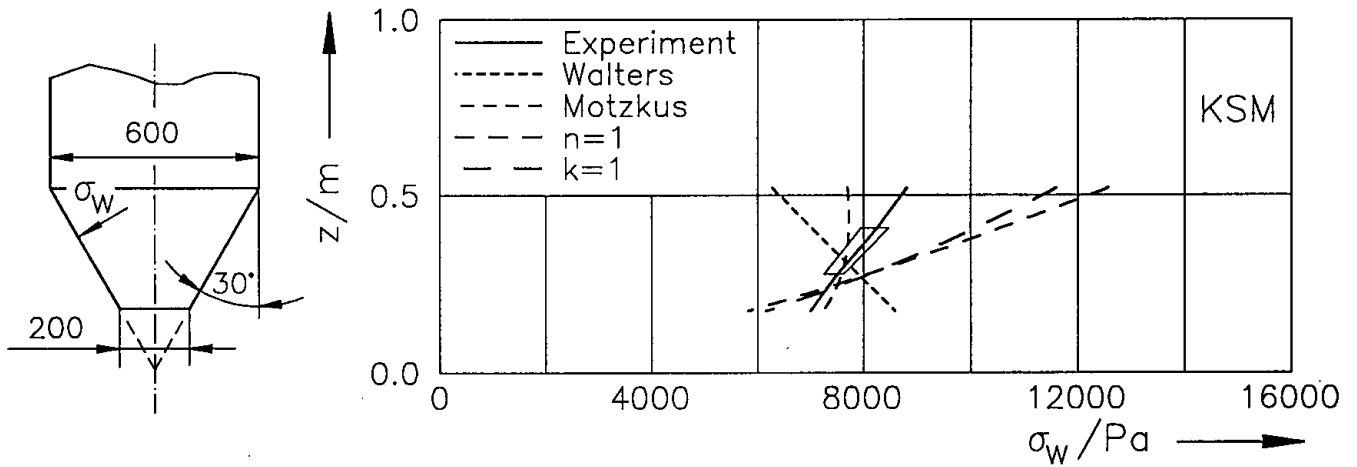


Bild D.3: Gemessene und berechnete Wandnormalspannungen im Trichter im Füllzustand (KSM,  $\Theta = 30^\circ$ )

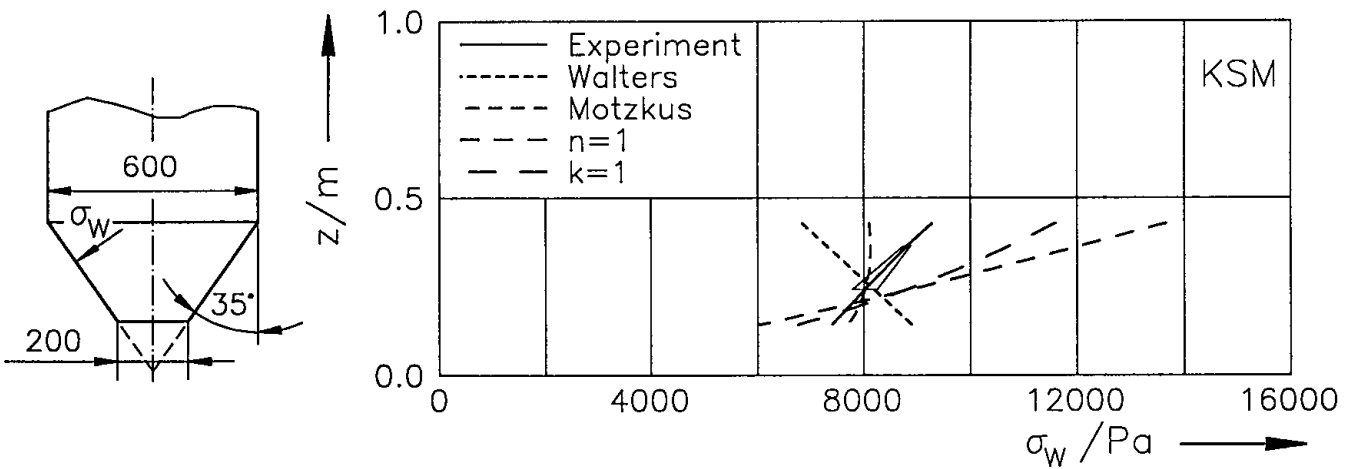


Bild D.4: Gemessene und berechnete Wandnormalspannungen im Trichter im Füllzustand (KSM,  $\Theta = 35^\circ$ )

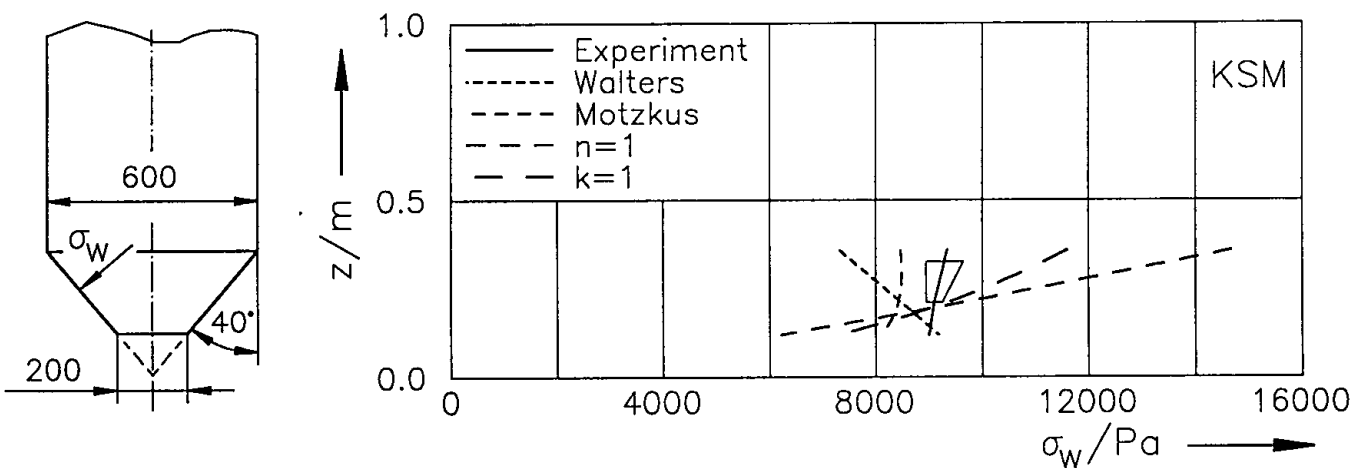


Bild D.5: Gemessene und berechnete Wandnormalspannungen im Trichter im Füllzustand (KSM,  $\Theta = 40^\circ$ )

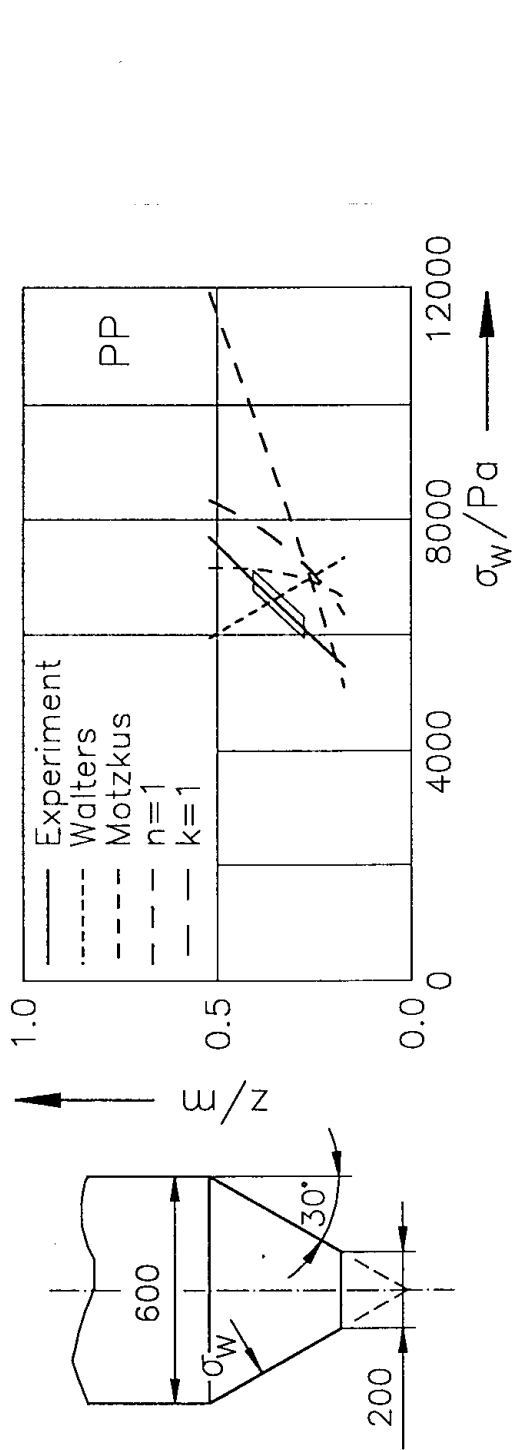


Bild D.6: Gemessene und berechnete Wandnormalspannungen im Trichter im Füllzustand (PP,  $\theta = 30^\circ$ )

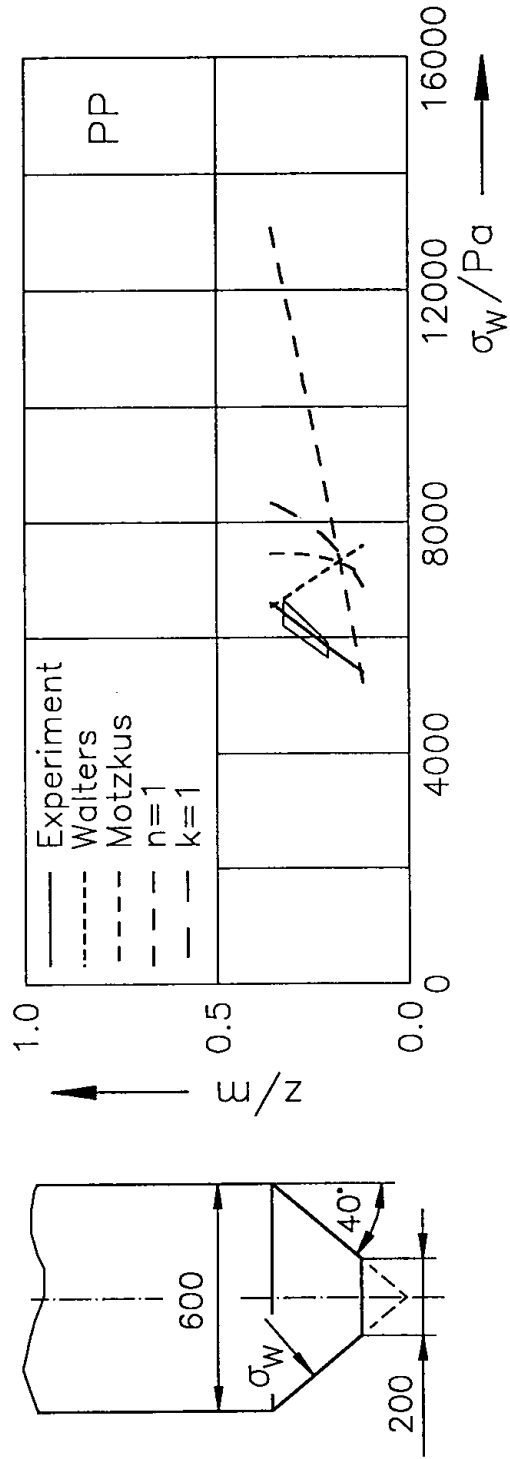


Bild D.7: Gemessene und berechnete Wandnormalspannungen im Trichter im Füllzustand (PP,  $\theta = 40^\circ$ )

## Anhang E

## Spannungen im Füllzustand (Vergleich mit Modell aus Abschnitt 6)

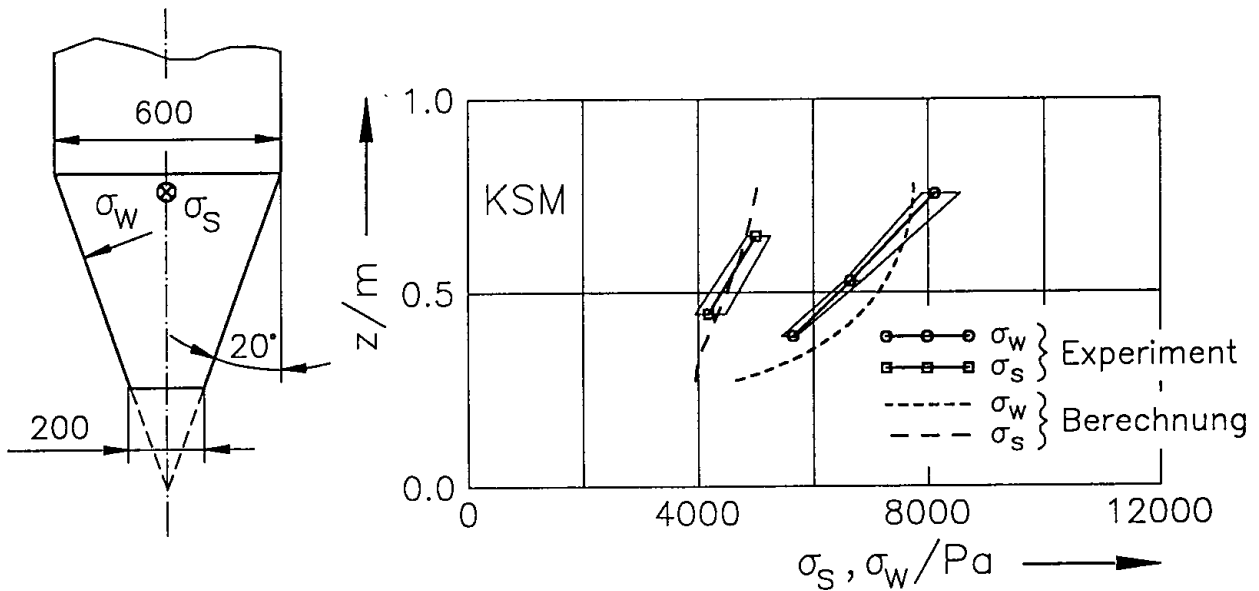


Bild E.1: Gemessene und mit Hilfe des Modells berechnete Trichterspannungen im Füllzustand (KSM,  $\Theta = 20^\circ$ )

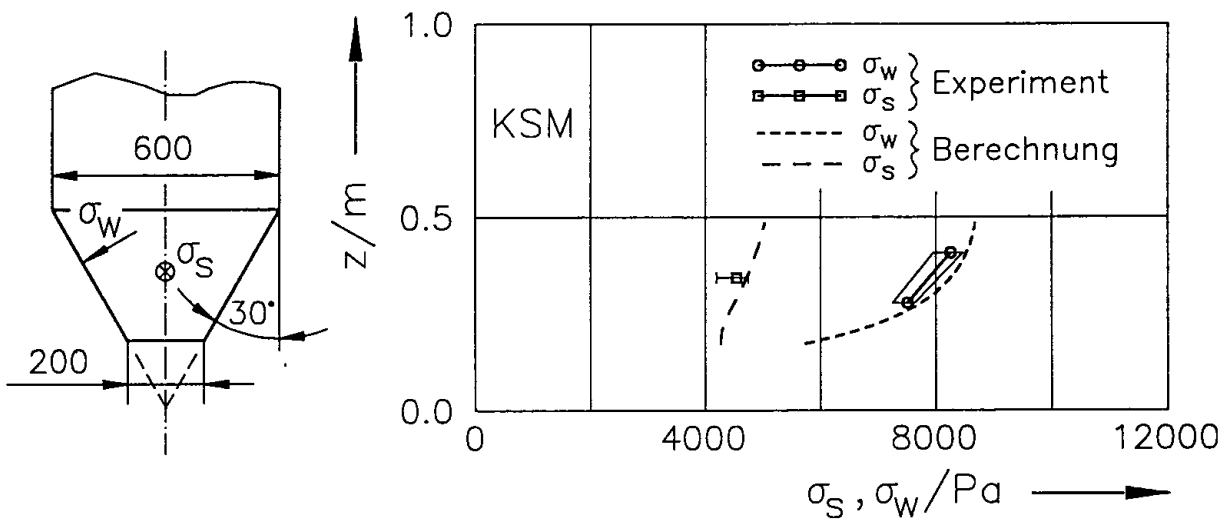


Bild E.2: Gemessene und mit Hilfe des Modells berechnete Trichterspannungen im Füllzustand (KSM,  $\Theta = 30^\circ$ )



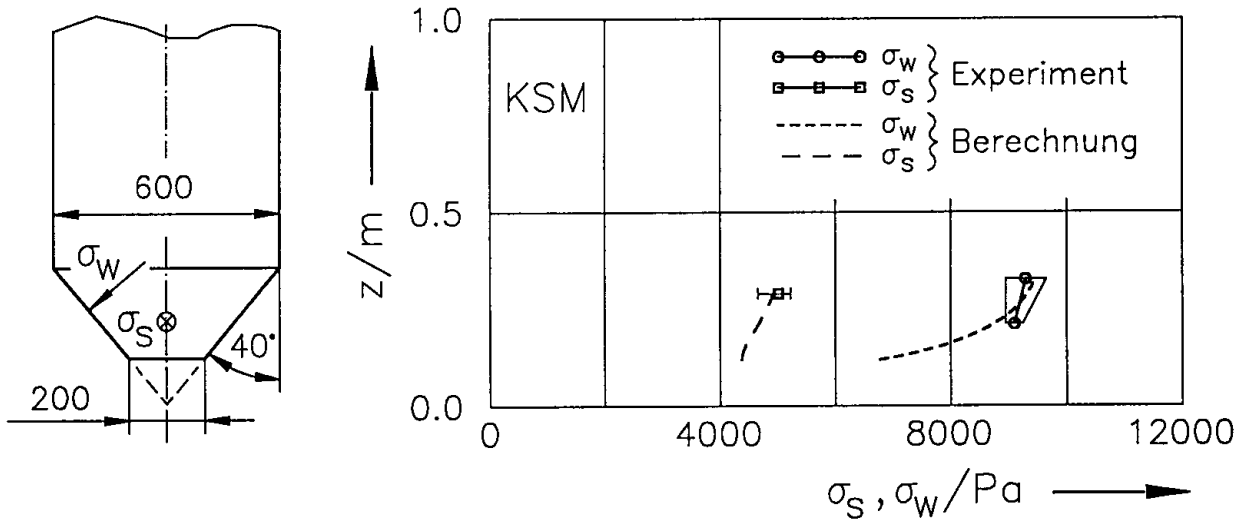
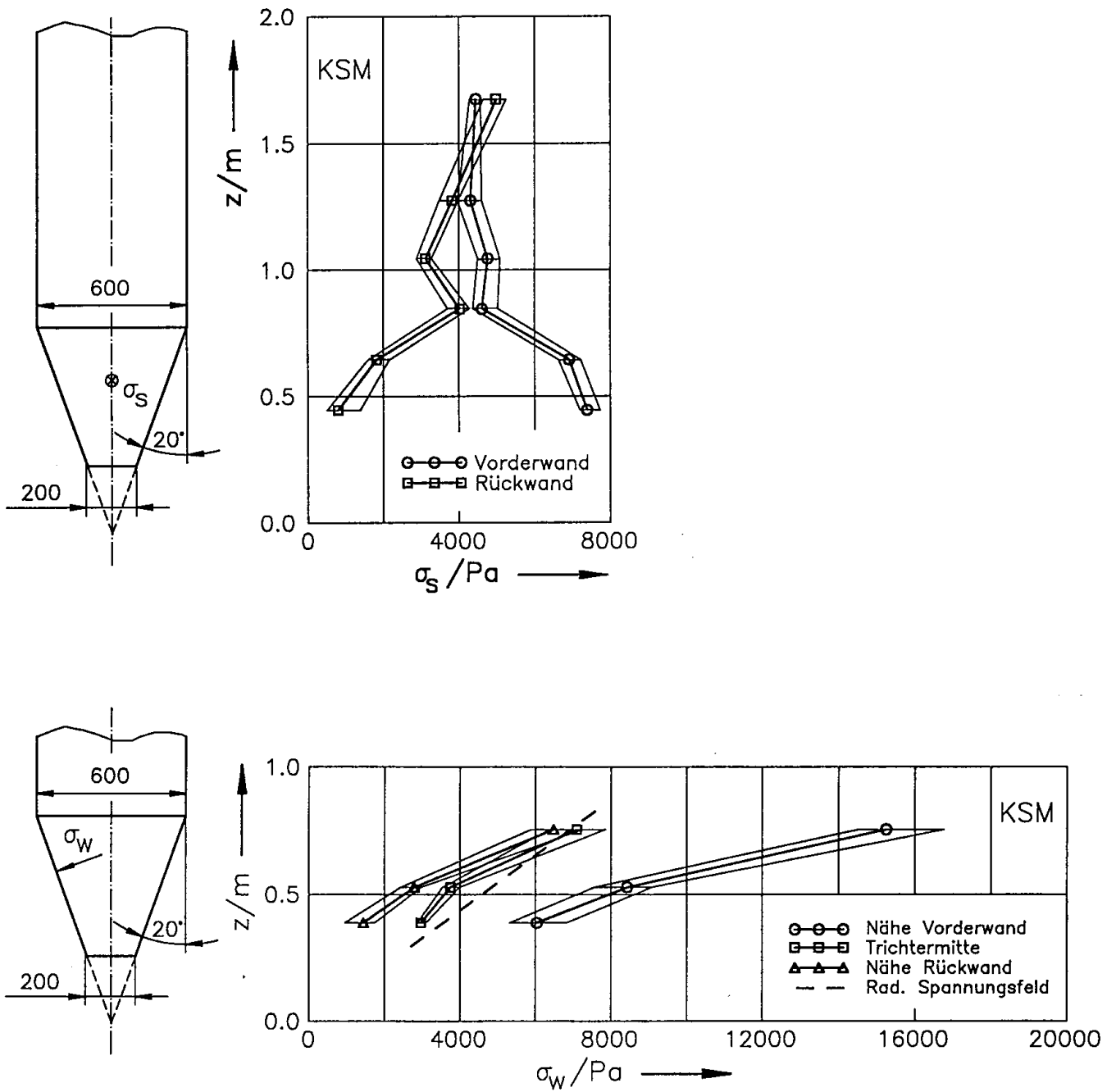


Bild E.3: Gemessene und mit Hilfe des Modells berechnete Trichterspannungen im Füllzustand (KSM,  $\Theta = 40^\circ$ )

## Anhang F

## Spannungen im Entleerungszustand bei ungleichmäßigem Schüttgutabzug (Meßwerte)

Bild F.1: Trichterspannungen im Entleerungszustand (KSM,  $\Theta = 20^\circ$ )

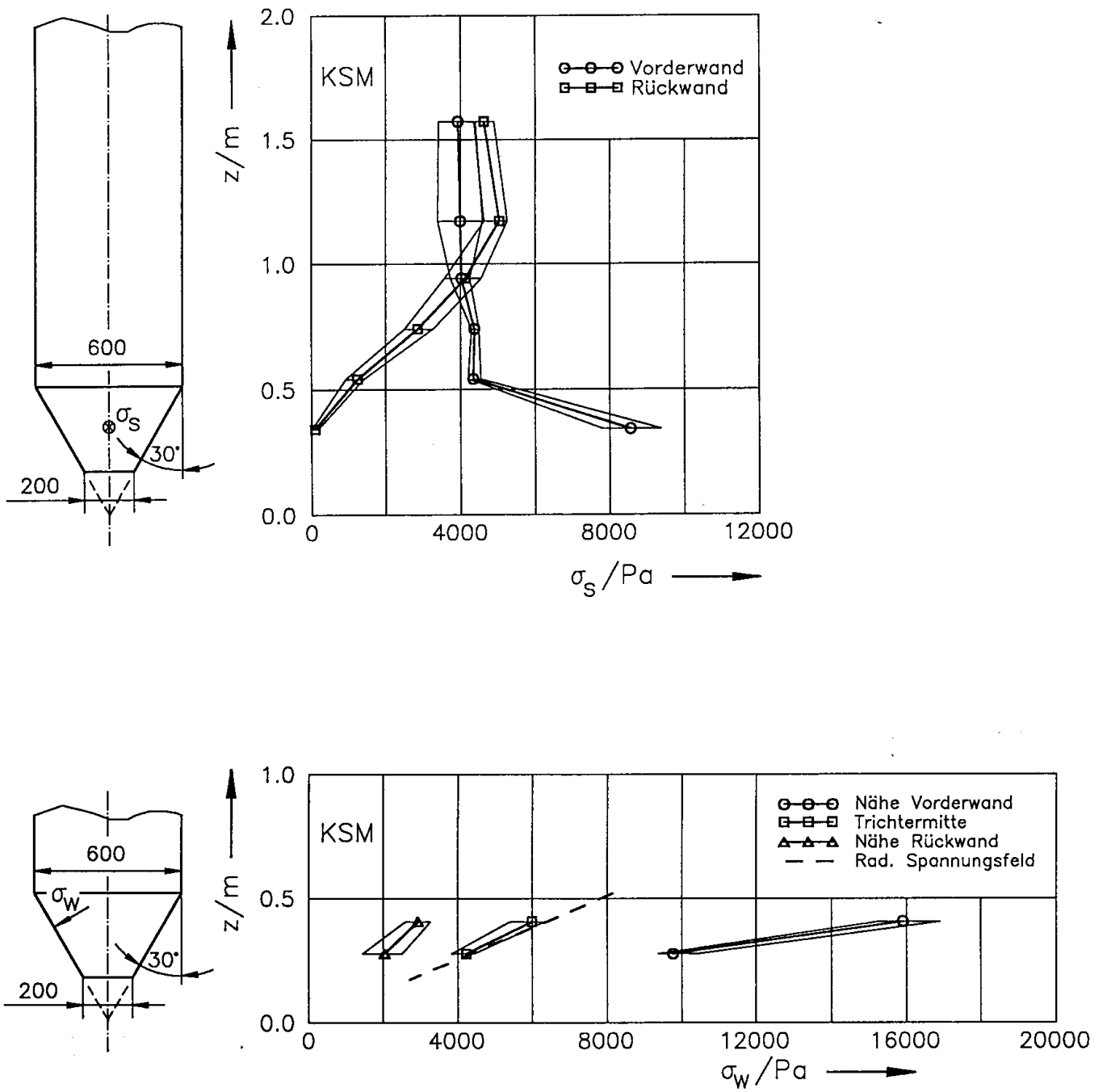


Bild F.2: Trichterspannungen im Entleerungszustand (KSM,  $\theta = 30^\circ$ )

## ERRATA

### Bitte beachten:

Die Änderungen sind in der vorliegenden pdf-Datei bereits eingearbeitet!

1. S. 79, Bild 5.22:

Die Parameter an den beiden steilsten eingezeichneten Geraden konstanter Steifigkeit  $c_a$  (Ursprungsgeraden) sind falsch angegeben.

Ersetzen Sie bitte:

$10^6$  N/m      durch       $3 \cdot 10^5$  N/m.  
 $3 \cdot 10^6$  N/m      durch       $10^6$  N/m

2. S. 163, letzte Zeile:

Die Worte "Der Verlauf im Bereich C wird" sind zu streichen.

3. S. 166, Glg.(8.29):

$$\sigma_{vm} = \sigma_{va} + \frac{1}{2} g \rho_b \left\{ h_{Rg} + \left( l_A + \frac{1}{2} l_B \right) \tan \alpha_g \right\}$$

4. S. 166, Glg.(8.33):

$$\sigma_{hb} = \lambda \left( \sigma_{va} + \frac{2}{3} g \rho_b \left\{ h_{Rg} + \left( l_A + \frac{2}{3} l_B \right) \tan \alpha_g \right\} \right)$$

5. S. 38, Glg.(3.48):

Bitte beachten: Die Winkel in der Klammer  $(\beta + \Theta)^m$  im Zähler sind im Bogenmaß einzusetzen.

6. S. A.2, Glg.(A.7):

$$\kappa = \left( \frac{\tan \eta}{\tan \varphi_e} \right)^2$$